

Τα βιβλία των Εκδόσεων Πουκαμισάς συμπυκνώνουν την πολύχρονη διδακτική εμπειρία των συγγραφέων μας και αποτελούν το βασικό εκπαιδευτικό υλικό που χρησιμοποιούν οι μαθητές των φροντιστηρίων μας. Μέσα από τη διαρκή τους αξιοποίηση στις τάξεις μας διασφαλίζουμε τον εμπλουτισμό τους, τη συνεχή τους βελτίωση και την επιστημονική τους αρτιότητα, καθιστώντας τα βιβλία των Εκδόσεών μας εγγύηση για την επιτυχία των μαθητών.



εκδόσεις

**πουκαμισάς**

τα **βιβλία** των **επιτυχιών**



Δρ. Σταύρος Π. Καρατζίκος

# φυσική

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ



εκδόσεις

ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ

**Σειρά:** ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ | Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ  
**Φυσική Α΄ Λυκείου**  
Σταύρος Π. Καρατζίκος  
**ISBN:** 978-960-6881-96-1

**Υπεύθυνος έκδοσης:** Κυριάκος Εμμανουηλίδης  
**Επιστημονική επιμέλεια:** Αθηνά Σιαπέρα  
**Επιμέλεια-διόρθωση:** Ευαγγελία Δημητριάδου  
**Στοιχειοθεσία-σελιδοποίηση:** Χρύσα Τσάμη, Αλεξάνδρα Βαθσαμάκη, Πόπη Καθολιάννη  
**Συμπληρωματική σελιδοποίηση:** Μαθίνα Κότο  
**Σχεδιασμός εξωφύλλου – Lettering τίτλων:** Αλέξανδρος Γιαννακούλης  
**Προσαρμογή εξωφύλλου:** Μαθίνα Κότο

Copyright 2017 © ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ, Σταύρος Π. Καρατζίκος για την ελληνική γλώσσα σε όλο τον κόσμο

**Κυκλοφορία έκδοσης:** Ιούλιος 2017

**Επικοινωνία με συγγραφέα:** karatzik@icloud.com

Απαγορεύεται η με οποιονδήποτε τρόπο, μέσο και μέθοδο αναδημοσίευση, αναπαραγωγή, μετάφραση, διασκευή, θέση σε κυκλοφορία, παρουσίαση, διανομή και η εν γένει πάσης φύσεως χρήση και εκμετάλλευση του παρόντος έργου στο σύνολό του ή τμηματικά, καθώς και της ολικής αισθητικής εμφάνισης του βιβλίου (στοιχειοθεσίας, σελιδοποίησης κ.λπ.) και του εξωφύλλου του, σύμφωνα με τις διατάξεις της υπάρχουσας νομοθεσίας περί προστασίας πνευματικής ιδιοκτησίας και των συγγενικών δικαιωμάτων περιλαμβανομένων και των σχετικών διεθνών συμβάσεων.



Λ. Βουλιαγμένης 46 & Αλεξίουπόλεως, ΤΚ 164 52 Αργυρούπολη  
Τ. 210 4112507 | Φ. 210 4116752  
www.ekdoseispoukamisas.gr | info@ekdoseispoukamisas.gr

*Στον πατέρα μου Παναγιώτη*

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το συγκεκριμένο βιβλίο είναι ένα πλήρες βοήθημα που καλύπτει όλη τη διδακτέα ύλη της Φυσικής Α΄ Λυκείου. Δεν αποτελεί απλώς μία συλλογή ασκήσεων, αλλά βοηθά τους μαθητές που μεταβαίνουν από τη γυμνασιακή βαθμίδα στη λυκειακή να αντεπεξέλθουν με τον καλύτερο δυνατό τρόπο στο μάθημα της Φυσικής.

Το βιβλίο ξεκινά με μία εισαγωγή θεωρίας και προαπαιτούμενων γνώσεων Μαθηματικών, που οφείλει να κατέχει ο μαθητής, και συνεχίζει με έναν εύχρηστο οδηγό επίλυσης προβλημάτων Φυσικής, ο οποίος οδηγεί βήμα προς βήμα τον μαθητή μέχρι να φτάσει στη λύση κάθε προβλήματος. Στη συνέχεια, το βιβλίο χωρίζεται σε 10 ενότητες, ακολουθώντας τη δομή του σχολικού εγχειριδίου, καθεμία από τις οποίες περιλαμβάνει:

- Θεωρία με τη μορφή ερωτήσεων-απαντήσεων.
- Μεθοδολογία επίλυσης ασκήσεων, η οποία συνοδεύεται από λυμένες εφαρμογές εμπέδωσης.
- Λυμένες ασκήσεις.
- Ερωτήσεις ελέγχου θεωρίας (πολλαπλής επιλογής κλειστού τύπου, αντιστοίχισης, σωστού-λάθους, συμπλήρωσης κενού, πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση).

- Άλυτες ασκήσεις – προβλήματα διαβαθμισμένης δυσκολίας.
- Κριτήρια αξιολόγησης ανά ενότητα και επαναληπτικά διαγωνίσματα στο τέλος κάθε κεφαλαίου.

Η τελευταία ενότητα του βιβλίου αποτελεί έναν σύντομο οδηγό επανάληψης με επιπλέον 100 θέματα για εξάσκηση, ενώ στο τέλος υπάρχουν όλες οι απαντήσεις των ασκήσεων του βιβλίου, καθώς και του σχολικού εγχειριδίου.

Στις σελίδες της θεωρίας και της μεθοδολογίας υπάρχουν σχόλια σε πλαϊνά πλαίσια, τα οποία με την κατάλληλη σήμανση\* διακρίνονται σε τρεις κατηγορίες:

- ✓ Σχόλια μεθοδολογίας ή σχόλια που «φωτίζουν» δύσκολα κομμάτια της ύλης.
- ✓ Σχόλια και πληροφορίες εκτός σχολικής ύλης που εμπλουτίζουν τις γενικές γνώσεις του μαθητή.
- ✓ Βιογραφίες επιστημόνων.

Ολοκληρώνοντας, θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες στη συνάδελφο φυσικό Αθηνά Σιαπέρα για την επιστημονική επιμέλεια του βιβλίου, καθώς και στον υπεύθυνο έκδοσης Κυριάκο Εμμανουηλίδη.

Ο συγγραφέας  
**Σταύρος Π. Καρατζίκος**  
 Διδάκτωρ Θεωρητικής Φυσικής Α.Π.Θ.

\* Επεξήγηση σήμανσης

 Σχόλιο μεθοδολογίας

 Γενικές γνώσεις – Βιογραφίες

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

## Εισαγωγή

Προαπαιτούμενες γνώσεις Μαθηματικών • Οδηγός επίλυσης προβλημάτων ..... 9

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΚΙΝΗΣΗ

### Ενότητα 1

Κίνηση • Θέση • Μετατόπιση • Διάστημα ..... 27

### Ενότητα 2

Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση • Μέση ταχύτητα • Στιγμαία ταχύτητα ..... 47

### Ενότητα 3

Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση ..... 93

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΑΣΤΑΣΗ

### Ενότητα 4

Δύναμη • Σύνθεση συγγραμικών δυνάμεων • 1ος και 2ος νόμος του Νεύτωνα •  
Βάρος-Μάζα ..... 189

### Ενότητα 5

Ελεύθερη πτώση • Κατακόρυφη βολή ..... 251

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

### Ενότητα 6

3ος νόμος του Νεύτωνα • Δυνάμεις από επαφή και από απόσταση • Σύνθεση δυνάμεων  
στο επίπεδο • Ανάλυση δύναμης σε συνιστώσες • Ισορροπία ομοεπιπέδων δυνάμεων ..... 299

### Ενότητα 7

Τριβή ..... 343

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

### Ενότητα 8

Έργο δύναμης ..... 399

### Ενότητα 9

Θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.) ..... 439

### Ενότητα 10

Δυναμική ενέργεια • Μηχανική ενέργεια • Ισχύς ..... 483

## Επανάληψη

Οδηγός επανάληψης • 99 + 1... θέματα για εξάσκηση ..... 543

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΒΙΒΛΙΟΥ & ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΕΓΧΕΙΡΙΔΙΟΥ ..... 575

Βιβλιογραφία ..... 752





# Εισαγωγή

Προσ απαιτούμενες γνώσεις Μαθηματικών

Οδηγός επίλυσης προβλημάτων

«Δεν έχει σημασία πόσο ωραία είναι η θεωρία σου ή πόσο έξυπνος είσαι.

Αν δεν επαληθεύεται πειραματικά, είναι ψάθος.»

Ρίτσαρντ Φάινμαν (1918-1988)



# ΘΕΩΡΙΑ

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

### 1. Τι εννοούμε με τον όρο φυσικές επιστήμες;

Με τον όρο **φυσικές επιστήμες** εννοούμε τη μέθοδο που χρησιμοποιούν οι επιστήμονες για την ανακάλυψη των πραγμάτων, και το σύνολο της γνώσης που έχει προκύψει από τη μελέτη των φαινομένων που έχουν ήδη εξιχνιαστεί. Οι φυσικές επιστήμες περιλαμβάνουν πολλούς κλάδους, όπως η **Φυσική**, η **Χημεία**, η **Βιολογία**, η **Γεωλογία** κ.ά. Σήμερα, υπάρχει συνεργασία μεταξύ των παραπάνω κλάδων σε ερευνητικά προγράμματα διεπιστημονικού χαρακτήρα.

### 2. Ποια είναι, συνοπτικά, η ιστορία των φυσικών επιστημών;

Η εξέλιξη των φυσικών επιστημών (Φ.Ε.) δεν ήταν ομοιόμορφη. Υπήρξαν περίοδοι ραγδαίας ανάπτυξης που εναλλάσσονταν με αντίστοιχες περιόδους στασιμότητας ή παρακμής. Οι αρχικές εστίες της αρχαίας επιστήμης υπήρξαν η Βαβυλώνα, η Αίγυπτος, οι Ινδίες κ.ά. Στην αρχαία Ελλάδα όμως διαμορφώθηκε για πρώτη φορά από τους φυσικούς φιλοσόφους η λογική και η πειραματική βάση της επιστήμης. Υπήρξε μια στασιμότητα κατά την εποχή της Ρωμαϊκής Αυτοκρατορίας αλλά η αρχαία ελληνική κληρονομιά τελικά διατηρήθηκε στο Βυζάντιο και από εκεί μεταφέρθηκε στη μεσαιωνική Ευρώπη αλλά και στην Ανατολή (Συρία, Περσία, Ινδίες). Έπειτα από πολλά χρόνια δημιουργικής δραστηριότητας καταλήγουμε στη νεότερη επιστήμη, και στην επιστημονική και τεχνολογική επανάσταση του 20ού αιώνα.

### 3. Ποιες είναι οι μέθοδοι έρευνας των Φυσικών Επιστημών;

Οι επιστήμονες για να περιγράψουν και να ερμηνεύσουν τα φυσικά φαινόμενα συνήθως ξεκινούν από την **παρατήρηση** και έπειτα διατυπώνουν ερωτήσεις. Έτσι ξεκινάει μια μεγάλη προσπάθεια αναζήτησης πληροφοριών και μελέτης με κύριες πηγές τη βιβλιογραφία, τα επιστημονικά περιοδικά, καθώς και τις ερευνητικές εργασίες άλλων επιστημόνων. Με αυτό τον τρόπο ο επιστήμονας διατυπώνει μια **υπόθεση**, στην οποία θα πρέπει να κάνει τον απαραίτητο έλεγχο οργανώνοντας το κατάλληλο **πείραμα**. Αν μέσω του πειράματος επιβεβαιωθεί η υπόθεσή του, τότε η εικασία του θα εξελιχθεί σε **θεωρία**, **νόμο** ή **αρχή**. Αν δεν επιβεβαιωθεί, τότε θα πρέπει να τροποποιήσει την αρχική του υπόθεση και να την επανελέγξει, ή ακόμη και να την εγκαταλείψει.

### 4. Ποια είναι η διαφορά της σύγχρονης φυσικής επιστήμης από αυτή των φυσικών φιλοσόφων της αρχαιότητας;

Η διαφορά τους είναι ότι η σύγχρονη φυσική επιστήμη συνδυάζει



Η Φυσική είναι η πιο θεμελιώδης και πιο περιεκτική επιστήμη, και έχει επηρεάσει βαθιά όλη την επιστημονική ανάπτυξη. Στην πραγματικότητα, η Φυσική αποτελεί τη σύγχρονη εκδοχή αυτού που κάποτε αποκαλούνταν φυσική φιλοσοφία, από την οποία προήλθε το μεγαλύτερο μέρος των φυσικών επιστημών.  
(The Feynman lectures on Physics)



Η παρατήρηση, ο συλλογισμός και το πείραμα αποτελούν αυτό που ονομάζουμε επιστημονική μέθοδο.  
(The Feynman lectures on Physics)



#### Τυποποιημένη μορφή μεγάλων αριθμών

Ένας πολύ μεγάλος αριθμός μπορεί να γραφεί στη μορφή  $a \cdot 10^n$ , όπου ο  $a$  είναι ένας δεκαδικός αριθμός με ακέραιο ψηφίο μεγαλύτερο ή ίσο του 1 και μικρότερο του 10.

Π.χ.:

$$1000 = 1 \cdot 10^3$$

$$120000 = 1,2 \cdot 10^5$$



### Τυποποιημένη μορφή μικρών αριθμών

Ένας πολύ μικρός αριθμός μπορεί να γραφεί στη μορφή  $a \cdot 10^{-n}$ , όπου ο  $a$  είναι ένας δεκαδικός αριθμός με ακέραιο μέρος μεγαλύτερο ή ίσο του 1 και μικρότερο του 10 και ο  $n$  είναι ένας φυσικός αριθμός.

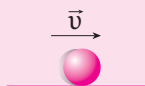
Π.χ.:

$$0,001 = 1 \cdot 10^{-3}$$

$$0,00009 = 9 \cdot 10^{-5}$$



Κάθε διανυσματικό μέγεθος παριστάνεται με ένα βέλος (διάνυσμα). Η ευθεία πάνω στην οποία βρίσκεται το βέλος καθορίζει τη διεύθυνση, η αιχμή του βέλους τη φορά, και το μήκος είναι ανάλογο με το μέτρο του. Το κάθε διάνυσμα συμβολίζεται με ένα γράμμα και ένα βελάκι αποπάνω του. Για παράδειγμα, το διάνυσμα της ταχύτητας σε ένα σχήμα φυσικής θα έχει την παρακάτω μορφή:



το πείραμα με τη γλώσσα των Μαθηματικών. Όλοι οι φυσικοί νόμοι και οι θεωρίες εκφράζονται με μαθηματικούς όρους και εξισώσεις.

## 5. Τι ονομάζουμε μέθοδο; Να αναφέρετε μερικά είδη μεθόδων που χρησιμοποιούνται στις φυσικές επιστήμες.

**Μέθοδος** είναι ο τρόπος με τον οποίο παράγεται η νέα γνώση, ο τρόπος με τον οποίο προσεγγίζουμε τη φύση για να τη μελετήσουμε και να την ερμηνεύσουμε. Η μέθοδος που αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο (παρατήρηση, υπόθεση, πείραμα, εξαγωγή θεωρίας) ονομάζεται **πειραματική επαγωγική**. Αν ακολουθήσουμε αντίστροφη πορεία και, στηριζόμενοι σε προηγούμενη γνώση, παράγουμε καινούργια γνώση, η μέθοδος ονομάζεται **παραγωγική**. Ασφαλώς και σε αυτή τη μέθοδο απαιτείται πειραματική επαλήθευση. Υπάρχει και η μέθοδος **δοκιμής και λάθους**. Για παράδειγμα, αν ένας βιολόγος θέλει να ελέγξει ποια βακτήρια επηρεάζονται από μια χημική ουσία, θα πρέπει να πραγματοποιήσει πειράματα με μεγάλο αριθμό βακτηρίων μέχρι να καταλήξει ποιο από αυτά δεν επηρεάζεται από την παρουσία αυτής της χημικής ουσίας.

## 6. Ποια είναι η σχέση των φυσικών επιστημών με την τεχνολογία και το περιβάλλον;

Οι Φ.Ε. περιγράφουν και ερμηνεύουν τα φυσικά φαινόμενα και η τεχνολογία αξιοποιεί τη γνώση που παράγεται από τις Φ.Ε. προκειμένου να δημιουργήσει χρήσιμα προϊόντα (αυτοκίνητα, τηλεοράσεις κ.ά.) ή και να βελτιώσει τις υλικές συνθήκες ζωής (δρόμοι, αεροδρόμια, φάρμακα κ.ά.). Στην προσπάθεια, όμως, να βελτιωθούν οι συνθήκες της ζωής μέσω της συνεργασίας Φ.Ε. και τεχνολογίας προέκυψαν και πολλά προβλήματα (πυρηνικά απόβλητα, ρύπανση, φαινόμενο θερμοκηπίου, τρύπα του όζοντος κ.ά.). Γι' αυτό η ανάπτυξη που επιδιώκουμε θα πρέπει να σέβεται το περιβάλλον και να επιτρέπει την ύπαρξη και την ανάπτυξη των επόμενων γενεών (αειφόρος ανάπτυξη).

## ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

## 7. Πώς ορίζονται τα φυσικά μεγέθη στη Φυσική; Ποια φυσικά μεγέθη ονομάζονται παράγωγα και ποια θεμελιώδη;

**Μέγεθος** είναι κάθε ποσότητα που μπορεί να μετρηθεί. Τα μεγέθη που χρησιμοποιούμε για την περιγραφή ενός φυσικού φαινομένου λέγονται **φυσικά μεγέθη** (π.χ. ταχύτητα, χρόνος, μάζα). Τα φυσικά μεγέθη, τα οποία δεν ορίζονται με τη βοήθεια άλλων μεγεθών, ονομάζονται **θεμελιώδη** (π.χ. μήκος, χρόνος, μάζα). Τα φυσικά μεγέθη τα οποία προκύπτουν με μαθηματικές σχέσεις από τα θεμελιώδη ονομάζονται **παράγωγα** (π.χ. πυκνότητα, ταχύτητα).

## 8. Ποια φυσικά μεγέθη ονομάζονται μονόμετρα και ποια διανυσματικά;

Τα μεγέθη τα οποία καθορίζονται πλήρως μόνο με τη γνώση του μέτρου τους ονομάζονται **μονόμετρα** (π.χ. χρόνος, θερμοκρασία, μάζα κ.ά.). Ως **διανυσματικά** ορίζονται τα μεγέθη τα οποία, για να καθοριστούν, χρειάζεται να γνωρίζουμε το μέτρο, τη διεύθυνση, τη φορά και το σημείο εφαρμογής τους.

## 9. Πότε δύο διανύσματα είναι ίσα και πότε αντίθετα;

Δύο διανύσματα είναι **ίσα** όταν έχουν το ίδιο μέτρο και την ίδια κατεύθυνση.

Ισχύει:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_2 \text{ διανυσματική ισότητα}$$

$$F_1 = F_2 \text{ ισότητα μέτρων}$$

$$\longrightarrow \vec{F}_1$$

$$\longrightarrow \vec{F}_2$$

Δύο διανύσματα είναι **αντίθετα** όταν έχουν ίδιο μέτρο αλλά αντίθετη κατεύθυνση.

Ισχύει:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \text{ διανυσματική ισότητα}$$

$$F_1 = F_2 \text{ ισότητα μέτρων}$$

$$\longrightarrow \vec{F}_1$$

$$\longleftarrow \vec{F}_2$$

## 10. Τι ονομάζουμε διεθνές σύστημα μονάδων; Ποιες είναι οι επτά θεμελιώδεις μονάδες που περιλαμβάνονται σε αυτό;

Όλες οι χώρες σήμερα χρησιμοποιούν το ίδιο σύστημα μονάδων (**Διεθνές Σύστημα Μονάδων S.I.**). Στο σύστημα αυτό περιλαμβάνονται επτά θεμελιώδεις μονάδες και χρησιμοποιείται, εκτός από τη Φυσική, και στη Χημεία. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα επτά θεμελιώδη φυσικά μεγέθη μαζί με τις μονάδες τους.

| Φυσικό μέγεθος                   | Μονάδα Μέτρησης (S.I.) |
|----------------------------------|------------------------|
| Μήκος (l)                        | Μέτρο (m)              |
| Μάζα (m)                         | Χιλιόγραμμα (kg)       |
| Χρόνος (t)                       | Δευτερόλεπτο (s)       |
| Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος (I)   | Αμπέρ (A)              |
| Θερμοκρασία (T)                  | Βαθμός Kelvin (K)      |
| Ποσότητα ύλης (n)                | Μολ (mol)              |
| Φωτεινή ένταση (I <sub>v</sub> ) | Καντέλα (cd)           |

## 11. Τι ονομάζουμε διαστάσεις ενός φυσικού μεγέθους; Ποια είναι η χρησιμότητά τους;

**Διαστάσεις** ενός μεγέθους είναι η σχέση που υπάρχει μεταξύ του δεδομένου μεγέθους και των θεμελιωδών.



**Μέτρο** (ή τιμή) ενός διανυσματικού μεγέθους είναι ένας θετικός αριθμός ο οποίος δείχνει πόσο μεγάλο είναι το μέγεθος αυτό. Το μέτρο συμβολίζεται με το ίδιο γράμμα που χρησιμοποιούμε και για το διάνυσμα αλλά χωρίς βελόνη.



### Υποπολλαπλάσια

|       |     |            |
|-------|-----|------------|
| deci  | (d) | $10^{-1}$  |
| centi | (c) | $10^{-2}$  |
| milli | (m) | $10^{-3}$  |
| micro | (μ) | $10^{-6}$  |
| nano  | (n) | $10^{-9}$  |
| pico  | (p) | $10^{-12}$ |
| femto | (f) | $10^{-15}$ |
| atto  | (a) | $10^{-18}$ |

### Πολλαπλάσια

|       |      |           |
|-------|------|-----------|
| deca  | (da) | $10^1$    |
| hecto | (h)  | $10^2$    |
| kilo  | (k)  | $10^3$    |
| mega  | (M)  | $10^6$    |
| giga  | (G)  | $10^9$    |
| tera  | (T)  | $10^{12}$ |
| peta  | (P)  | $10^{15}$ |
| exa   | (E)  | $10^{18}$ |



**Υποδιαιρέσεις του m****Δεκατόμετρο (dm):**

$$1 \text{ dm} = 10^{-1} \text{ m}$$

**Εκατοστόμετρο (cm):**

$$1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$$

**Χιλιοστόμετρο (mm):**

$$1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$$

**Μικρόμετρο (μm):**

$$1 \text{ μm} = 10^{-6} \text{ m}$$

**Νανόμετρο (nm):**

$$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$$

**Πολλαπλάσια του m****Χιλιόμετρο (km):**

$$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$$

**Υποδιαιρέσεις του m<sup>2</sup>**

$$1 \text{ dm}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$$

**Πολλαπλάσια του m<sup>2</sup>**

$$1 \text{ στρέμμα} = 10^3 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ km}^2 = 10^6 \text{ m}^2$$

**Υποδιαιρέσεις του m<sup>3</sup>**

$$1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$1 \text{ mm}^3 = 10^{-9} \text{ m}^3$$

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$$

**Πολλαπλάσια του m<sup>3</sup>**

$$1 \text{ km}^3 = 10^9 \text{ m}^3$$

Ας χρησιμοποιήσουμε ως παράδειγμα την ταχύτητα που ορίζεται ως:

$$[\text{ταχύτητα}] = \left[ \frac{\text{μήκος}}{\text{χρόνος}} \right]$$

Συμβολίζοντας το μήκος με [L] και τον χρόνο με [T] προκύπτει:

$$[v] = \frac{[L]}{[T]} \text{ ή } [v] = [L \cdot T^{-1}] \text{ (εξίσωση διαστάσεων)}$$

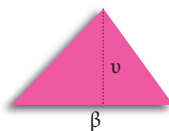
Με τη βοήθεια των διαστάσεων μπορούμε να κάνουμε ποιοτική επαλήθευση της ορθότητας ενός τύπου, σύμφωνα με την αρχή ότι οι διαστάσεις στα δύο μέλη της εξίσωσης πρέπει να είναι ίδιες.

**12. Τι γνωρίζετε για την έννοια του χώρου στη Φυσική;**

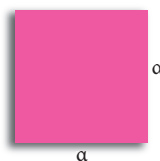
Η έννοια του χώρου δημιουργήθηκε για την περιγραφή της κίνησης των αντικειμένων και όλων των έμβιων όντων. Τα αντικείμενα που ηρεμούν ή είναι σε κίνηση έχουν μέγεθος που περιγράφεται από τις διαστάσεις τους. Η ανάγκη προσδιορισμού της θέσης των αντικειμένων, της μεταξύ τους απόστασης και η σύγκριση του μεγέθους τους οδήγησε στην κατασκευή των μονάδων μήκους, εμβαδού και όγκου. Στο S.I. μονάδα μέτρησης του μήκους είναι το **μέτρο** (m), μονάδα μέτρησης του εμβαδού είναι το **τετραγωνικό μέτρο** (m<sup>2</sup>) ενώ του όγκου είναι το **κυβικό μέτρο** (m<sup>3</sup>).

**13. Πώς υπολογίζεται το εμβαδόν των πιο γνωστών γεωμετρικών σχημάτων;****(α) ΤΡΙΓΩΝΟ**

$$\text{Εμβαδόν} = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} \quad \beta: \text{βάση}, \upsilon: \text{ύψος}$$

**(β) ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ**

$$\text{Εμβαδόν} = \alpha^2 \quad \alpha: \text{πλευρά}$$

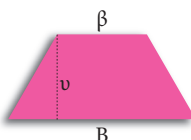
**(γ) ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟ**

$$\text{Εμβαδόν} = \alpha \cdot \beta \quad \alpha, \beta: \text{κάθετες πλευρές}$$

**(δ) ΤΡΑΠΕΖΙΟ**

$$\text{Εμβαδόν} = \frac{(\beta + B) \cdot \upsilon}{2}$$

β: μικρή βάση, B: μεγάλη βάση, υ: ύψος

**(ε) ΚΥΚΛΟΣ**

$$\text{Εμβαδόν} = \pi \cdot R^2 \quad R: \text{ακτίνα}$$



#### 14. Πώς σχετίζεται η έννοια του χρόνου με τις μεταβολές στον κόσμο που περιβάλλει τον άνθρωπο;

Ο άνθρωπος εξοικειώνεται με τον χρόνο παρακολουθώντας τις μεταβολές στον κόσμο που τον περιβάλλει. Παρακολουθεί εδώ και πολλά χρόνια την ετήσια εναλλαγή των εποχών, την εναλλαγή μέρας-νύχτας και τις φάσεις της σελήνης. Η έννοια του χρόνου δημιουργήθηκε για να περιγράψει και να μετρήσει αυτούς τους κοσμικούς ρυθμούς κίνησης-αλλαγής που συνεχώς επαναλαμβάνονται.

#### 15. Πώς ορίζεται η μάζα και πώς η πυκνότητα ενός σώματος;

**Μάζα** ( $m$ ) είναι η ποσότητα της ύλης που περιέχεται σε ένα σώμα. Η μάζα ( $m$ ) ενός σώματος αποτελεί το μέτρο της αδράνειάς του, δηλαδή δείχνει το μέγεθος της αντίδρασης ενός σώματος σε κάθε αλλαγή της κινητικής του κατάστασης. Η μάζα, ως θεμελιώδες μέγεθος, έχει μονάδα μέτρησης στο S.I. το  $1\text{kg}$  και η μέτρησή της γίνεται με τη βοήθεια του ζυγού. Ως **πυκνότητα** ( $d$  ή  $\rho$ ) ενός σώματος ορίζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος το οποίο είναι ίσο με το πηλίκο της μάζας  $m$  ενός σώματος προς τον όγκο του  $V$ , δηλαδή:

$$d = \frac{m}{V}$$

Η πυκνότητα είναι χαρακτηριστικό του υλικού κάθε σώματος και η μονάδα μέτρησής της στο S.I. είναι το  $1\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .

#### 16. Πώς ορίζεται η μεταβολή ενός φυσικού μεγέθους $\Phi$ και πώς ο ρυθμός μεταβολής του; Πώς ορίζεται το ποσοστό (%) μεταβολής ενός μεγέθους $\Phi$ και πώς το ποσοστό (%) μείωσής του;

Η μεταβολή  $\Delta\Phi$  ενός τυχαίου μεγέθους  $\Phi$  ορίζεται ως:

$$\Delta\Phi = \Phi_{\text{τελ}} - \Phi_{\text{αρχ}}$$

Με  $\Phi_{\text{αρχ}}$  συμβολίζουμε την αρχική τιμή του μεγέθους και με  $\Phi_{\text{τελ}}$  την τελική.

**Ρυθμός μεταβολής** ενός μεγέθους  $\Phi$  είναι το πηλίκο της μεταβολής  $\Delta\Phi$  προς την αντίστοιχη χρονική διάρκεια  $\Delta t$ :

$$\text{Ρυθμός μεταβολής} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Αν το φυσικό μέγεθος αυξάνεται, τότε ο ρυθμός μεταβολής είναι θετικός, ενώ αν μειώνεται, είναι αρνητικός.

Το **ποσοστό (%) μεταβολής** ενός μεγέθους  $\Phi$  ορίζεται ως:

$$\Pi_1(\%) = \frac{\Delta\Phi}{\Phi_{\text{αρχ}}} \cdot 100\%$$

Το **ποσοστό (%) μείωσης** ενός μεγέθους  $\Phi$  ορίζεται ως:

$$\Pi_2(\%) = \frac{\Phi_{\text{αρχ}} - \Phi_{\text{τελ}}}{\Phi_{\text{αρχ}}} \cdot 100\%$$



##### Μονάδες μέτρησης της μάζας

Χιλιόγραμμα:  $\text{kg}$  (S.I.)

Γραμμάριο:  $g$

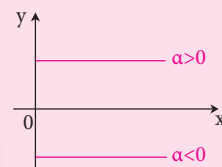
Τόνος:  $t$

$1t = 1000\text{kg}$

$1\text{kg} = 1000g$



##### Γραφική παράσταση $y = a$ ( $a = \text{σταθερά}$ )

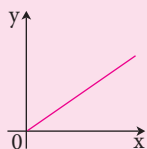




Γραφικές παραστάσεις

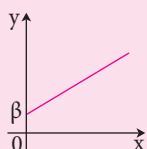
$$y = ax \text{ (ευθεία)}$$

$$(a > 0, x \geq 0)$$



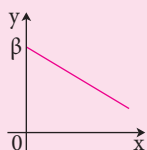
$$y = ax + \beta \text{ (ευθεία)}$$

$$(a > 0, \beta > 0, x \geq 0)$$



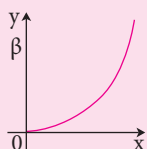
$$y = ax + \beta \text{ (ευθεία)}$$

$$(a < 0, \beta > 0, x \geq 0)$$



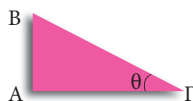
$$y = ax^2 \text{ (παραβολή)}$$

$$(a > 0, x \geq 0)$$



**17.** Πώς ορίζονται οι βασικοί τριγωνομετρικοί αριθμοί ημθ, συνθ, εφθ και σφθ μιας γωνίας θ σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο;

Παρακάτω ορίζεται το **ημίτονο**, το **συνημίτονο**, η **εφαπτομένη** και η **συνεφαπτομένη** μιας οξείας γωνίας θ σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, ως συνάρτηση των πλευρών του.



$$\eta\mu\theta = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}}$$

$$\text{ή } \eta\mu\theta = \frac{AB}{BG}$$

$$\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{\text{προσκειμένη κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}}$$

$$\text{ή } \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{AG}{BG}$$

$$\epsilon\phi\theta = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{προσκειμένη κάθετη πλευρά}}$$

$$\text{ή } \epsilon\phi\theta = \frac{AB}{AG}$$

$$\sigma\phi\theta = \frac{\text{προσκειμένη κάθετη πλευρά}}{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}$$

$$\text{ή } \sigma\phi\theta = \frac{AG}{AB}$$

**18.** Ποιοι είναι οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των βασικών γωνιών;

Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των βασικών γωνιών δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

| θ    | 0° | 30°                  | 45°                  | 60°                  | 90° | 180° |
|------|----|----------------------|----------------------|----------------------|-----|------|
| ημθ  | 0  | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1   | 0    |
| συνθ | 1  | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        | 0   | -1   |
| εφθ  | 0  | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           | -   | 0    |
| σφθ  | -  | $\sqrt{3}$           | 1                    | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0   | -    |



## ΟΔΗΓΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

(ΜΗΧΑΝΙΚΗ, ΓΥΜΝΑΣΙΟ)

Ένας από τους βασικούς φόβους των μαθητών του γυμνασίου, που έρχονται σε επαφή με τη Φυσική του λυκείου, είναι η αδυναμία τους να λύσουν τα προβλήματα. Στον συνοπτικό και εύχρηστο οδηγό που ακολουθεί θα δείτε τα βήματα που κάνουμε για την επίλυση προβλημάτων. Απλά και περιεκτικά δίνονται απαντήσεις σε διάφορα ερωτήματα-σχόλια των μαθητών, όπως: «Πώς πρέπει να ξεκινήσω; Ποια βήματα ακολουθώ; Δεν ξέρω τι να κάνω!»

Οι περισσότεροι μαθητές έχουν υιοθετήσει μια στρατηγική επίλυσης προβλημάτων η οποία βασίζεται στην αναζήτηση της κατάλληλης εξίσωσης, μέθοδος που έχει κριθεί αναποτελεσματική.

Οι αρχάριοι δεν έχουν γνώσεις δομημένες, απλώς έχουν απομνημονεύσει τύπους και η μόνη στρατηγική για να λύσουν ένα πρόβλημα είναι το κυνήγι εξισώσεων. Αντίθετα, οι πιο έμπειροι έχουν συγκροτημένες γνώσεις, κατανοούν καλύτερα τα χαρακτηριστικά του προβλήματος και ακολουθούν διαδοχικά βήματα προκειμένου να λύσουν ένα πρόβλημα.

Παρουσιάζονται, αρχικά, τα σημαντικότερα βήματα προκειμένου να λυθεί ένα πρόβλημα και όλη η διαδικασία εφαρμόζεται σε 3 προβλήματα γυμνασίου. Τα προβλήματα αυτά είναι βασισμένα στη σχετική ύλη που διδάσκεται, αναβαθμισμένη και σε βαθύτερο επίπεδο στην Α' λυκείου. Στο τέλος του κάθε κεφαλαίου εφαρμόζεται η προτεινόμενη στρατηγική επίλυσης και σε μερικά αντιπροσωπευτικά προβλήματα της ύλης της Α' λυκείου. Στα πλαίσια υπάρχουν σύντομες και απλές συμβουλές με τα κρίσιμα σημεία που πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά τη διάρκεια της επίλυσης του κάθε προβλήματος. Η στρατηγική επίλυσης προβλημάτων έχει τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

1. Ανάγνωση προβλήματος και εύρεση κεντρικής ιδέας.

2. Σχεδιασμός σχήματος.

3. Εύρεση και καταχώρηση δεδομένων-ζητούμενων.

4. Καταγραφή των απαραίτητων αρχών και νόμων της Φυσικής.

5. Καταγραφή των σχετικών εξισώσεων.

6. Αντικατάσταση αριθμητικών τιμών στις εξισώσεις και επίλυσή τους.

7. Έλεγχος και αξιολόγηση λύσης.

### Ανάγνωση-κατανόηση εκφώνησης

1. Διαβάζουμε πολύ προσεκτικά 2-3 φορές την εκφώνηση του προβλήματος.
2. Προσπαθούμε να περιγράψουμε με δικά μας λόγια το πρόβλημα.
3. Φτιάχνουμε στο μυαλό μας μια ταινία μικρού μήκους, η οποία περιγράφει το πρόβλημα (π.χ. ένα αυτοκίνητο που κινείται και αρχίζει να φρενάρει για να μη χτυπήσει ένα αντικείμενο, σώμα που πέφτει από ύψος και τελικά χτυπάει στο έδαφος, σώμα αρχικά ακίνητο που υπό την επίδραση δύναμης αρχίζει και κινείται).

### Σχεδιασμός σχήματος

Σε ένα καλά σχεδιασμένο σχήμα:

- (α) απεικονίζονται όλα τα σημαντικά αντικείμενα.
- (β) παριστάνονται όλες οι δεδομένες πληροφορίες και όλα τα ζητούμενα του προβλήματος.
- (γ) αναπαριστώνται όλες οι σημαντικές θέσεις, αποστάσεις και χρονικές στιγμές.
- (δ) χρησιμοποιούνται τα κατάλληλα σύμβολα για τα φυσικά μεγέθη.

### Προσοχή!

Υπάρχει κίνδυνος από μια λανθασμένη σχηματική αναπαράσταση να οδηγηθεί κάποιος σε λανθασμένα συμπεράσματα. Η συνεχής εξάσκηση στη σχεδίαση θα αποτρέψει τέτοιου είδους κινδύνους.

**Δεδομένα-ζητούμενα**

1. Δημιουργούμε μια λίστα όλων των πληροφοριών που δίνονται από την εκφώνηση (δεδομένα) καθώς και των ποσοτήτων που ζητούνται να υπολογιστούν (ζητούμενα). Κάποιες από αυτές μπορεί να μην είναι ξεκάθαρα διατυπωμένες (π.χ. αρχικά ακίνητο σώμα σημαίνει  $u_0 = 0$ ).

2. Προσέχουμε πιθανή σύγχυση στον συμβολισμό των μεγεθών (π.χ. οι ταχύτητες σε διάφορες φάσεις μιας κίνησης πρέπει να συμβολίζονται διαφορετικά:  $u_0, u_1$  κ.λπ.).

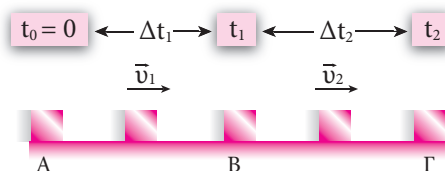
3. Πρέπει να υπάρχει αυστηρή συνέπεια στον συμβολισμό των φυσικών μεγεθών όπως αυτά παρουσιάζονται στο σχήμα, στη λίστα με τα δεδομένα-ζητούμενα και τελικά στις εξισώσεις.

Η παραπάνω διαδικασία εφαρμόζεται, αρχικά, σε τρία προβλήματα μηχανικής από την ύλη της Β' γυμνασίου.

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1**

Σώμα που κινείται ευθύγραμμα διανύει την απόσταση AB ( $AB = 100\text{m}$ ) με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 5\text{m/s}$  και έπειτα διανύει την απόσταση BΓ με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_2 = 10\text{m/s}$  σε χρόνο  $\Delta t_2 = 10\text{s}$ . Να υπολογίσετε:

- τον χρόνο που χρειάστηκε το σώμα προκειμένου να διανύσει την απόσταση AB.
- τα μήκη BΓ και ΑΓ.
- τη μέση ταχύτητα του σώματος σε όλη τη διάρκεια της διαδρομής από τη θέση Α στη θέση Β.

**ΛΥΣΗ****Βήμα 1**

Διαβάζουμε πολύ προσεκτικά την εκφώνηση. Αναγνωρίζουμε την κεντρική ιδέα του προβλήματος, που είναι η κίνηση ενός σώματος σε ευθύγραμμο δρόμο με δύο διαφορετικές ταχύτητες. Στο ευθύγραμμο τμήμα AB το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_1$  και στο BΓ με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_2$ .

**Βήμα 2**

Σχεδιάζουμε το σχήμα, όπου θα πρέπει να διακρίνεται το σώμα στις θέσεις Α, Β, Γ τις αντίστοιχες χρονικές στιγμές  $t_0, t_1, t_2$ .

Μεταξύ των θέσεων Α και Β σχεδιάζουμε το σώμα με την αντίστοιχη ταχύτητα  $\bar{v}_1$ . Την ίδια διαδικασία ακολουθούμε και για μια ενδιάμεση θέση μεταξύ Β και Γ.

**Βήμα 3**

Καταγράφουμε τα δεδομένα και τα ζητούμενα που προκύπτουν από την εκφώνηση.

**ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΞΕΚΑΘΑΡΑ ΔΙΑΤΥΠΩΜΕΝΑ):**

$$AB = 100\text{m}, v_1 = 5\text{m/s}, v_2 = 10\text{m/s}, \Delta t_2 = 10\text{s}$$

**ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΞΕΚΑΘΑΡΑ ΔΙΑΤΥΠΩΜΕΝΑ):**

$$\Delta t_1 = ;, B\Gamma = ;, A\Gamma = ;, v_{\mu} = ;$$

**Βήμα 4**

Βρίσκουμε τις ενότητες της Φυσικής που αναφέρονται στο πρόβλημα:

(α) ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

(β) μέση ταχύτητα.

**Βήμα 5**

Καταγράφουμε τις σχετικές εξισώσεις που προκύπτουν από τις παραπάνω ενότητες της Φυσικής.

$$AB = v_1 \cdot \Delta t_1 \quad (1)$$

$$BG = v_2 \cdot \Delta t_2 \quad (2)$$

$$v_\mu = \frac{s_{ολ}}{\Delta t_{ολ}} \quad (3)$$

Προσπαθούμε να διακρίνουμε αν υπάρχει κάποια εξίσωση που προκύπτει από τη σχηματική αναπαράσταση. Στη συγκεκριμένη περίπτωση θα έχουμε:

$$s_{ολ} = AG = AB + BG \text{ και } \Delta t_{ολ} = \Delta t_1 + \Delta t_2.$$

**Βήμα 6**

Αντικαθιστούμε τις αριθμητικές τιμές στις εξισώσεις και προσπαθούμε να τις επιλύσουμε. Υπολογίζουμε αρχικά την απόσταση AB:

$$(1) \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{AB}{v_1} \text{ ή } \Delta t_1 = \frac{100\text{m}}{5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \text{ ή } \Delta t_1 = 20\text{s}$$

Για την απόσταση BG προκύπτει:

$$(2) \Rightarrow BG = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10\text{s} \text{ ή } BG = 100\text{m}$$

Υπολογίζουμε στη συνέχεια την απόσταση AG:

$$AG = AB + BG \text{ ή } AG = 100\text{m} + 100\text{m} \text{ ή } AG = 200\text{m}$$

Για τη μέση ταχύτητα ισχύει:

$$v_\mu = \frac{s_{ολ}}{\Delta t_{ολ}} \text{ ή } v_\mu = \frac{AG}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \text{ ή } v_\mu = \frac{200\text{m}}{30\text{s}} \text{ ή } v_\mu = \frac{20}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Βήμα 7**

Αναζητούμε αν υπάρχουν αλγεβρικά λάθη. Ελέγχουμε αν παραλείψαμε κάποια μετατροπή στις μονάδες μέτρησης.

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2**

Σώμα ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο. Στο σώμα ασκείται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  σταθερή οριζόντια δύναμη  $F = 40\text{N}$ , ενώ η δύναμη της τριβής είναι  $T = 10\text{N}$ . Να υπολογίσετε τα έργα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα για διάστημα  $s = 40\text{m}$ .

**Καταγραφή νόμων φυσικής και σχετικών εξισώσεων**

1. Καταγράφουμε τους νόμους και τις αρχές της Φυσικής που θα χρησιμοποιήσουμε στο πρόβλημα (π.χ. νόμοι Νεύτωνα).

2. Γράφουμε τις εξισώσεις που συνδέονται με τους παραπάνω νόμους.

3. Εξετάζουμε αν οι εξισώσεις συνδεούνται με τα δεδομένα και τα ζητούμενα της εκφώνησης.

4. Αν δεν βρούμε μια σημαντική εξίσωση, καταγράφουμε όλες τις πιθανές εξισώσεις που μπορεί να χρειαστούν.

5. Ο αριθμός των εξισώσεων θα πρέπει να είναι ίσος με τον αριθμό των άγνωστων μεταβλητών που βρίσκονται στη λίστα με τα ζητούμενα.

### Αντικατάσταση αριθμητικών τιμών στις εξισώσεις

Όταν αντικαθιστούμε αριθμητικές τιμές στις εξισώσεις προσέχουμε:

(α) οι μονάδες μέτρησης να είναι όλες στο ίδιο σύστημα (S.I.).

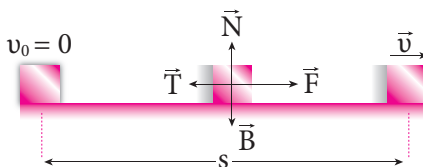
(β) σε περίπτωση διανυσματικών μεγεθών πρέπει αυτά να αντικατασταθούν από την αλγεβρική τους τιμή. Ορίζοντας αρχικά μια θετική φορά, τα διανυσματικά μεγέθη θα αντικατασταθούν και με το κατάλληλο πρόσημο.

(γ) πρέπει πάντα μετά τις αριθμητικές τιμές των φυσικών μεγεθών να γράφουμε τις μονάδες μέτρησης.

#### Προσοχή!

Οι αριθμητικές πράξεις πρέπει να εκτελούνται σχολαστικά, χωρίς βιασύνη. Μια λάθος αριθμητική πράξη στην αρχή της διαδικασίας μπορεί να επηρεάσει όλη την επίλυση της άσκησης.

## ΛΥΣΗ



### Βήμα 1

Διαβάζουμε πολύ προσεκτικά την εκφώνηση. Διαπιστώνουμε ότι το πρόβλημα αναφέρεται σε ένα αρχικά ακίνητο σώμα, το οποίο υπό την επίδραση δύναμης  $\vec{F}$  αρχίζει και κινείται (κεντρική ιδέα). Το δάπεδο δεν είναι λείο, επομένως υπάρχει δύναμη τριβής. Μας ενδιαφέρει η κίνηση του σώματος για τα πρώτα 40m.

### Βήμα 2

Σχεδιάζουμε το κατάλληλο σχήμα. Σε αυτό θα πρέπει να φαίνονται ξεκάθαρα η αρχική και η τελική θέση του σώματος, οι οποίες απέχουν απόσταση  $s$ . Σημειώνουμε την αρχική και την τελική ταχύτητα του σώματος. Σε μια ενδιαμέση θέση σχεδιάζουμε τις δύο δυνάμεις  $\vec{F}$ ,  $\vec{T}$ , που αναφέρονται στην εκφώνηση του προβλήματος. Έπειτα σχεδιάζουμε και τις δύο δυνάμεις οι οποίες δεν αναφέρονται ρητά στην εκφώνηση του προβλήματος, την κάθετη δύναμη στήριξης  $\vec{N}$  (κάθετη στο οριζόντιο επίπεδο με φορά προς τα πάνω) και τη δύναμη του βάρους  $\vec{B}$  (κάθετη στο οριζόντιο επίπεδο με φορά προς τα κάτω.)

### Βήμα 3

Καταγράφουμε τα δεδομένα και τα ζητούμενα που προκύπτουν από την εκφώνηση.

**ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΞΕΚΑΘΑΡΑ ΔΙΑΤΥΠΩΜΕΝΑ):**

$$F = 40\text{N}, T = 10\text{N}, s = 40\text{m}$$

**ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΕΞΑΓΟΝΤΑΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ):**  $v_0 = 0$

**ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΞΕΚΑΘΑΡΑ ΔΙΑΤΥΠΩΜΕΝΑ):**

$$W_F = ;, W_T = ;, W_N = ;, W_B = ;$$

### Βήμα 4

Προσπαθούμε να βρούμε τις ενότητες της Φυσικής που αναφέρονται στο πρόβλημα:

(α) κίνηση σε οριζόντιο επίπεδο.

(β) έργο δύναμης.

### Βήμα 5

Καταγράφουμε τις σχετικές εξισώσεις που προκύπτουν από τις παραπάνω ενότητες της Φυσικής.

$$\text{Έργο δύναμης } \vec{F}: W_F = F \cdot s \quad (1)$$

$$\text{Έργο τριβής } \vec{T}: W_T = -T \cdot s \quad (2)$$

$$\text{Έργο βάρους } \vec{B}: W_B = 0 \quad (3)$$

$$\text{Έργο κάθετης αντίδρασης } \vec{N}: W_N = 0 \quad (4)$$

### Βήμα 6

Αντικαθιστούμε τις αριθμητικές τιμές στις εξισώσεις και τις λύνουμε.

$$(1) \Rightarrow W_F = F \cdot s \text{ ή } W_F = 40 \text{ N} \cdot 40\text{m} \text{ ή } W_F = 1600 \text{ J.}$$

$$(2) \Rightarrow W_T = -T \cdot s \text{ ή } W_T = -10 \text{ N} \cdot 40\text{m} \text{ ή } W_T = -400 \text{ J}$$

$$W_B = W_N = 0$$

### Βήμα 7

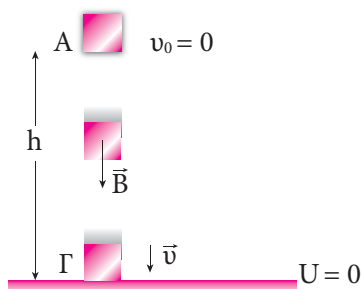
Αναζητούμε αν υπάρχουν αλγεβρικά λάθη. Ελέγχουμε αν παραλείψαμε κάποια μετατροπή στις μονάδες μέτρησης.

### ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3

Σώμα μάζας  $m = 2\text{kg}$  αφήνεται να πέσει από ύψος  $h = 45\text{m}$  πάνω από την επιφάνεια του εδάφους. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν αυτό φτάνει στο έδαφος. Θεωρούμε αμελητέα την αντίσταση του αέρα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ .

### ΛΥΣΗ



### Βήμα 1

Διαβάζοντας προσεκτικά την εκφώνηση της άσκησης διαπιστώνουμε ότι το πρόβλημα αναφέρεται στην ελεύθερη πτώση ενός σώματος (κεντρική ιδέα). Η κίνηση του σώματος είναι στον κατακόρυφο άξονα  $y'Oy$ , το σώμα είναι αρχικά ακίνητο και, πέφτοντας, η ταχύτητά του αυξάνεται μέχρι να χτυπήσει τελικά στο έδαφος. Φτιάχνουμε στο μυαλό μας μια ταινία μικρού μήκους για την κίνηση του σώματος, κάτι που θα μας βοηθήσει στον σχεδιασμό του σχήματος.

### Έλεγχος και αξιολόγηση της λύσης

Όταν έχει ολοκληρωθεί η επίλυση του προβλήματος:

(α) ελέγχουμε τις αριθμητικές πράξεις και τις μετατροπές στις μονάδες μέτρησης.

Βεβαιωνόμαστε ότι έχουμε απαντήσει σε όλα τα ζητούμενα του προβλήματος.

(β) αξιολογούμε τη λύση και αν το αποτέλεσμα συμφωνεί με τα δεδομένα της εκφώνησης. Αντικαθιστούμε την τελική λύση στις εξισώσεις και επαληθεύουμε τη συνέπεια με τα δεδομένα της εκφώνησης.

(γ) κρίνουμε ποιοτικά το αποτέλεσμα. Αν, για παράδειγμα, υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας ενός ποδηλάτη ίσο με  $100\text{m/s}$  ( $360 \text{ Km/h}!!!$ ), τότε σίγουρα υπάρχει κάποιο λάθος στη διαδικασία επίλυσης.

Προτείνεται στους μαθητές, κατά τη διαδικασία εκτέλεσης αλγεβρικών πράξεων, να κάνουν χρήση συμβόλων και όχι αριθμών.

Με αυτό τον τρόπο:

(α) μπορούν να προβούν σε περισσότερες απλοποιήσεις με μικρότερο κίνδυνο λάθους.

(β) μπορούν να κάνουν πιο εύκολα τον έλεγχο ορθότητας του τελικού αποτελέσματος.

(γ) εξοικειώνονται με την επίλυση θεμάτων θεωρίας πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση, όπου πολύ συχνά απαιτείται επίλυση με τη χρήση συμβόλων χωρίς αριθμητικές αντικαταστάσεις.

Σε περίπτωση που υπάρχουν πολλοί μικροί αριθμοί στα δεδομένα (π.χ. 0,004) συνιστάται η χρήση τους σε τυποποιημένη μορφή ( $4 \cdot 10^{-3}$ ) για την αποφυγή λαθών στις αριθμητικές πράξεις. Το ίδιο μπορεί να γίνει και με μεγάλους αριθμούς (π.χ.  $3 \cdot 10^8$  αντί για 300.000.000).

Στις περισσότερες περιπτώσεις πρέπει να μετατρέπουμε τις μονάδες μέτρησης των φυσικών μεγεθών στο S.I. Για παράδειγμα, αν δίνονται οι μάζες διάφορων σωμάτων, θα πρέπει να τις μετατρέπουμε όλες σε kg. Η μετατροπή τους είναι άσκοπη μόνο αν ζητείται ο λόγος τους ( $m_1/m_2$ ). Σε αυτή την περίπτωση, θα πρέπει να έχουν οι δύο μάζες τις ίδιες μονάδες μέτρησης, όποιες και αν είναι αυτές.

Κάποιοι υπολογισμοί, όπως μετατροπές μονάδων μέτρησης στο ίδιο σύστημα, προτείνεται να πραγματοποιούνται στην αρχή.

## Βήμα 2

Σχεδιάζουμε το κατάλληλο σχήμα. Σε αυτό θα πρέπει να διακρίνονται η αρχική θέση (Α) σε ύψος  $h$  καθώς και η τελική θέση (Γ) λίγο πριν το σώμα χτυπήσει στο έδαφος. Σε μια ενδιάμεση θέση σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και στην προκειμένη περίπτωση είναι μόνο το βάρος. Σημειώνουμε στο σχήμα τις ταχύτητες στην αρχική και τελική θέση. Σε αυτό το είδος των ασκήσεων δεν ξεχνάμε να ορίσουμε ένα σημείο όπου η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι ίση με μηδέν. Η επιλογή αυτή είναι αυθαίρετη και στη συγκεκριμένη περίπτωση επιλέγουμε το επίπεδο του εδάφους, σημειώνοντάς το στο σχήμα.

## Βήμα 3

Καταγράφουμε τα δεδομένα και τα ζητούμενα που προκύπτουν από την εκφώνηση.

**ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΞΕΚΑΘΑΡΑ ΔΙΑΤΥΠΩΜΕΝΑ):**

$$m = 2\text{kg}, h = 45\text{m}$$

**ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΕΞΑΓΟΝΤΑΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ):**  $v_0 = 0$

**ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ (ΞΕΚΑΘΑΡΑ ΔΙΑΤΥΠΩΜΕΝΑ):**  $v = ?$

## Βήμα 4

Προσπαθούμε να βρούμε τις ενότητες της Φυσικής που αναφέρονται στο πρόβλημα:

(α) ελεύθερη πτώση.

(β) μηχανική ενέργεια, δυναμική ενέργεια, κινητική ενέργεια.

(γ) αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας.

## Βήμα 5

Καταγράφουμε τις σχετικές εξισώσεις που προκύπτουν από τις παραπάνω ενότητες της Φυσικής.

Δυναμική και κινητική ενέργεια (θέση Α):  $U_A = + m \cdot g \cdot h$  (1)  $K_A = 0$  (2)

Δυναμική και κινητική ενέργεια (θέση Γ):  $U_\Gamma = 0$  (3)  $K_\Gamma = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$  (4)

Αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:  $E_{M\eta\chi_A} = E_{M\eta\chi_\Gamma}$  (5)

## Βήμα 6

Αντικαθιστούμε τις αριθμητικές τιμές στις εξισώσεις και τις επιλύουμε.

$$(5) \Rightarrow E_{M\eta\chi_A} = E_{M\eta\chi_\Gamma} \text{ ή } U_A + K_A = U_\Gamma + K_\Gamma$$

$$\text{ή } m \cdot g \cdot h + 0 = 0 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \text{ ή } v = \sqrt{(2 \cdot g \cdot h)}$$

$$\text{ή } v = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 45\text{m}} \text{ ή } v = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### Βήμα 7

Για να επαληθεύσουμε τη λύση υπολογίζουμε τη μηχανική ενέργεια στις θέσεις Α, Γ και ελέγχουμε αν ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

$$E_{M\eta\chi_A} = U_A + K_A = m \cdot g \cdot h + 0 \text{ ή } E_{M\eta\chi_A} = 2\text{kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 45\text{m} + 0$$

$$\text{ή } E_{M\eta\chi_A} = 900 \text{ J}$$

$$E_{M\eta\chi_A} = U_\Gamma + K_\Gamma = 0 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \text{ ή } E_{M\eta\chi_\Gamma} = 0 + \frac{1}{2} \cdot 2\text{kg} \cdot \left(30 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$$

$$\text{ή } E_{M\eta\chi_\Gamma} = 900 \text{ J}$$

Επομένως προκύπτει:

$$E_{M\eta\chi_A} = E_{M\eta\chi_\Gamma}$$

Αναζητούμε αν υπάρχουν αλγεβρικά λάθη. Ελέγχουμε αν παραλείψαμε κάποια μετατροπή στις μονάδες μέτρησης.

Συχνά οι μαθητές κάνουν το λάθος να ξεκινούν την επίλυση ενός προβλήματος απευθείας με την αντικατάσταση τιμών στις εξισώσεις και έπειτα προχωρούν στη σταδιακή επίλυσή τους (Βήμα 6). Η πρακτική αυτή ενέχει πολύ μεγάλο κίνδυνο λάθους, διότι οι μαθητές δεν έχουν κατανοήσει το πρόβλημα, δεν έχουν συλλάβει την κεντρική του ιδέα και θεωρούν ότι με πολλές αριθμητικές πράξεις θα οδηγηθούν στη λύση.