

Φίλη μαθήτριά, φίλε μαθητή,

Το παρόν τεύχος, **εναρμονισμένο πλήρως με το νέο Πρόγραμμα Σπουδών 2015-2016**, αποτελεί μια λογική και φυσική συνέχεια του πρώτου τεύχους. Δόθηκε ιδιαίτερη έμφαση στη **μεθοδολογία αντιμετώπισης προβλημάτων**, η οποία επιτυγχάνεται με την **επίλυση** και τον **εκτενή σχολιασμό προσεκτικά επιλεγμένων θεμάτων**.

Η ύλη που καλύπτει περιλαμβάνει όλες τις **δομές δεδομένων** (πίνακες, στοίβα, ουρά, δέντρα, λίστες και γράφοι), τα **υποπρογράμματα**, το θεωρητικό κεφάλαιο «**Εισαγωγή στον προγραμματισμό**» καθώς και μια διεξοδική μελέτη της «**Ανάλυσης των αλγορίθμων**» συνοδευόμενη με **αναλυτικά λυμένα παραδείγματα και ασκήσεις**.

Στα τελευταία δύο κεφάλαια ο μαθητής αλλά και ο εκπαιδευτικός θα βρουν μια συλλογή από **πρωτότυπες επαναληπτικές ασκήσεις και προβλήματα**, τα οποία, μαζί με επιλεγμένα **θέματα πανελληνίων**, **καλύπτουν πλήρως την εξεταστέα ύλη του μαθήματος**.

Οι **απαντήσεις του συνόλου των προς λύση θεμάτων** είναι δοσμένες αναλυτικά και σε πολλές περιπτώσεις συνοδεύονται και από **επεξηγηματικά σχόλια**.

Επιπλέον, στο τέλος του βιβλίου βρίσκονται συγκεντρωμένες, υποδειγματικά γραμμένες **λύσεις για όλες τις δραστηριότητες του Τετραδίου του Μαθητή**.

Διάφορα χρήσιμα στοιχεία που αφορούν στο συγκεκριμένο βιβλίο και γενικότερα στο μάθημα της Α.Ε.Π.Π. μπορείτε να βρείτε στον ιστότοπο www.algorithmoi.com.

Θέλουμε να ευχαριστήσουμε τους Έ. Χατζηδάκη, Α. Τσάμη, Π. Καραγιώργο, Φ. Θέο, Μ. Μπουρούνη, Γ. Σαββάλα, Α. Τσέρτο, Χ. Διάκο και Η. Αγγελάκο για τη σημαντική συμβολή τους στην ολοκλήρωση και τελική διαμόρφωση του βιβλίου αυτού. Τέλος, ευχαριστούμε τον Θοδωρή Γιαννόπουλο για την επιμέλεια του βιβλίου και τις εύστοχες παρατηρήσεις του.

Οι συγγραφείς

Περιεχόμενα

Πίνακες και Δομές δεδομένων

1. Μονοδιάστατοι πίνακες	13
Εισαγωγικά στοιχεία πινάκων – μονοδιάστατων πινάκων	14
Βασικές επεξεργασίες των στοιχείων ενός μονοδιάστατου πίνακα	19
Ερωτήσεις και προβλήματα για απάντηση.....	31
2. Εφαρμογές και επεξεργασίες των μονοδιάστατων πινάκων	43
Τα πρώτα μου προβλήματα με χρήση πινάκων	45
Εύρεση μέγιστου και ελάχιστου στοιχείου πίνακα	55
Προβλήματα απόφασης.....	62
Ερωτήσεις και προβλήματα για απάντηση.....	67
3. Δισδιάστατοι πίνακες	78
Εισαγωγικά στοιχεία δισδιάστατων πινάκων	79
Βασικές επεξεργασίες των στοιχείων ενός δισδιάστατου πίνακα	84
Ερωτήσεις και προβλήματα για απάντηση.....	94
4. Εφαρμογές και επεξεργασίες των δισδιάστατων πινάκων	103
Τα πρώτα μου προβλήματα με χρήση δισδιάστατων πινάκων	104
Άθροισμα γραμμών και στηλών ενός δισδιάστατου πίνακα	109
Προβλήματα μέγιστου και ελάχιστου σε δισδιάστατους πίνακες	117
Ερωτήσεις και προβλήματα για απάντηση.....	125
5. Αναζήτηση.....	135
Σειριακή - γραμμική αναζήτηση ενός στοιχείου σε πίνακα	136
Δυναμική αναζήτηση.....	149
Ερωτήσεις και προβλήματα για απάντηση.....	157
6. Ταξινόμηση	168
Ταξινόμηση ευθείας ανταλλαγής ή αλλιώς φυσαλίδας	169
Ταξινόμηση με επιλογή	188
Ερωτήσεις και προβλήματα για απάντηση.....	194
7. Συγχώνευση	204
Ερωτήσεις και προβλήματα για απάντηση.....	209
8. Γενικές εφαρμογές στους πίνακες.....	211
Ασκήσεις συχνότητας.....	211
Υποδειγματικά λυμένα θέματα	216
Ερωτήσεις και προβλήματα για απάντηση.....	223
9. Δομές δεδομένων και αλγόριθμοι	235
Αλγόριθμοι + Δομές Δεδομένων = Πρόγραμμα.....	235
Στοίβα.....	237
Ουρά.....	242
Άλλες δομές δεδομένων	246
Ερωτήσεις και προβλήματα για απάντηση.....	250

Ανάλυση αλγορίθμων

10. Πολυπλοκότητα αλγορίθμων.....	257
Επίδοση αλγορίθμων	257

Πολυπλοκότητα αλγορίθμων	265
Ερωτήσεις και προβλήματα για απάντηση.....	274

Εισαγωγή στον προγραμματισμό

11. Εισαγωγή στον προγραμματισμό	281
Φυσικές και τεχνητές γλώσσες.....	281
Τεχνικές σχεδίασης προγραμμάτων	283
Προγραμματιστικά περιβάλλοντα.....	285
Η εντολή GOTO (το μαύρο πρόβατο του προγραμματισμού).....	290
Ερωτήσεις και προβλήματα για απάντηση.....	293

Υποπρογράμματα

12. Βασικές αρχές τμηματικού προγραμματισμού.....	303
Ερωτήσεις και προβλήματα για απάντηση.....	307
13. Συναρτήσεις	309
Σύνταξη συναρτήσεων	309
Κλήση και εκτέλεση συνάρτησης	310
Εφαρμογή των συναρτήσεων στη λύση προβλημάτων	316
Ερωτήσεις και προβλήματα για απάντηση.....	321
14. Διαδικασίες.....	329
Σύνταξη και κλήση διαδικασιών	329
Εκτέλεση διαδικασίας	331
Χρήση διαδικασιών σε επίλυση προβλημάτων	335
Χρήση στοιβας στην κλήση διαδικασιών	345
Τυπικές και πραγματικές παράμετροι – Εμβέλεια μεταβλητών	348
Ερωτήσεις και προβλήματα για απάντηση.....	351
15. Γενικά θέματα υποπρογραμμάτων	363
Επιλογή είδους υποπρογράμματος.....	363
Κλήση υποπρογράμματος από άλλο υποπρόγραμμα.....	367
Χρήση πινάκων στα υποπρογράμματα	369
Μετατροπή τμήματος προγράμματος σε ισοδύναμο υποπρόγραμμα	373
Γενικά θέματα	376
Ερωτήσεις και προβλήματα για απάντηση.....	380

Επανάληψη

16. Επαναληπτικές ασκήσεις κατανόησης.....	399
Δομή ακολουθίας	399
Δομή επιλογής.....	402
Δομή επανάληψης	410
Πίνακες.....	424
Υποπρογράμματα	435
17. Επαναληπτικά προβλήματα	445
Προβλήματα	445

Απαντήσεις

Απαντήσεις στις ερωτήσεις και τα προβλήματα για απάντηση.....	469
Απαντήσεις στις δραστηριότητες του Τετραδίου Μαθητή.....	607

Ουρά

9.10 **ΘΕΩΡΙΑ** Τι ορίζουμε ως ουρά; Να δώσετε ένα παράδειγμα από την καθημερινότητα.

Απάντηση

Η ουρά είναι μια δομή δεδομένων με δύο άκρα, στην οποία το πρώτο στοιχείο που εισάγεται είναι και το πρώτο στοιχείο που μπορεί να εξαχθεί, γι' αυτό έχει και την αγγλική συντομογραφία FIFO (First-In-First-Out).

***Παράδειγμα:** Ουρές δημιουργούνται όταν άνθρωποι, εργασίες, προγράμματα κ.λπ. περιμένουν να εξυπηρετηθούν. Σε μια ουρά αναμονής με ανθρώπους συμβαίνει να εξυπηρετείται εκείνος που στάθηκε στην ουρά πρώτος από όλους τους άλλους.*

9.11 **ΘΕΩΡΙΑ** Ποιες είναι οι βασικές λειτουργίες που γίνονται στην ουρά;

Απάντηση

Δύο είναι οι κύριες λειτουργίες που εκτελούνται σε μια ουρά:

- η **εισαγωγή** (enqueue) στοιχείου στο πίσω άκρο της ουράς και
- η **εξαγωγή** (dequeue) στοιχείου από το εμπρός άκρο της ουράς.

Σε αντίθεση με τη δομή της στοίβας, στην περίπτωση της ουράς απαιτούνται δύο δείκτες, ο *εμπρός* (front) και ο *πίσω* (rear), που μας δίνουν αντίστοιχα τη θέση του στοιχείου που σε πρώτη ευκαιρία θα εξαχθεί και τη θέση του στοιχείου που μόλις εισήλθε.

9.12 Έστω μια ουρά 8 θέσεων η οποία βρίσκεται στην ακόλουθη κατάσταση:

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	?	?	32	67	45	?	?	?
			↑		↑			
			εμπρός = 3		πίσω = 5			

Να δώσετε την κατάσταση τόσο της ουράς όσο και των δεικτών εμπρός και πίσω για καθεμία από τις παρακάτω διαδοχικές πράξεις.

- Εισαγωγή της τιμής 18
- Εξαγωγή
- Εξαγωγή
- Εισαγωγή της τιμής 35

Απάντηση

Πριν δώσουμε τη μορφή της στοίβας για καθεμία από τις παραπάνω πράξεις, ας παρατηρήσουμε λίγο το σχήμα του πίνακα που μας έδωσε η εκφώνηση. Καταρχάς βλέπουμε ότι ο δείκτης εμπρός έχει την τιμή 3, δηλαδή το στοιχείο προς εξυπηρέτη-

ση είναι το περιεχόμενο της θέσης 3. Αντίστοιχα ο δείκτης πίσω έχει την τιμή 5 και δηλώνει ότι στη θέση 5 βρίσκεται το στοιχείο που εισήχθη τελευταίο στην ουρά. Ας δούμε τώρα αναλυτικά τις παραπάνω πράξεις:

Εισαγωγή της τιμής 18

Κατά την εισαγωγή της τιμής 18 ο δείκτης *πίσω* αυξάνεται κατά 1 και στη συνέχεια στη θέση που δείχνει καταχωρίζεται η τιμή 18.

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	?	?	32	67	45	18	?	?

εμπρός = 3
 πίσω = 6

Εξαγωγή

Κατά την εξαγωγή εμφανίζεται (ή γενικότερα επεξεργάζεται) την τιμή της θέσης που δείχνει ο δείκτης *εμπρός* και στη συνέχεια ο δείκτης αυξάνεται κατά 1.

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	?	?	32	67	45	18	?	?

εμπρός = 4
 πίσω = 6

Εξαγωγή

Αντίστοιχα με το προηγούμενο.

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	?	?	32	67	45	18	?	?

εμπρός = 5
 πίσω = 6

Εισαγωγή της τιμής 35

Κατά την ώθηση της τιμής 35 ο δείκτης *πίσω* αυξάνεται κατά 1 και στη συνέχεια στη θέση που δείχνει καταχωρίζεται η τιμή 35.

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	?	?	32	67	45	18	35	?

εμπρός = 5
 πίσω = 7

Σημείωση

Το πλήθος των στοιχείων μιας ουράς, εφόσον ισχύει $\text{εμπρός} \leq \text{πίσω}$, υπολογίζεται ως εξής:

$$\text{πλήθος στοιχείων ουράς} = \text{πίσω} - \text{εμπρός} + 1$$

9.13 Να δοθούν τα τμήματα αλγόριθμου της εισαγωγής και της εξαγωγής στοιχείου από ουρά N θέσεων.

Απάντηση

Για το τμήμα της εισαγωγής και της εξαγωγής στοιχείου από την ουρά θα πρέπει να γίνει κατά την εισαγωγή έλεγχος μήπως και η ουρά είναι γεμάτη, ενώ για την εξαγωγή θα πρέπει να γίνει πρώτα έλεγχος μήπως και η ουρά είναι άδεια. Αν A το όνομα της ουράς, έχουμε:

- **Εισαγωγή**

αν $\pi_{\text{ίσω}} < N$ τότε

διάβασε x

$$\pi\acute{\iota}\sigma\omega \leftarrow \pi\acute{\iota}\sigma\omega + 1$$
$$A[\pi\acute{\iota}\sigma\omega] \leftarrow x$$

αλλιώς

εμφάνισε 'Η ουρά είναι γεμάτη'

τέλος αν

αν η ουρά δεν είναι γεμάτη, τότε

διάβασε μια τιμή

ο δείκτης πίσω να αυξηθεί κατά ένα και στον πίνακα στη θέση πίσω να καταχωριστεί η τιμή εισαγωγής

αλλιώς

εμφάνισε το μήνυμα ότι η ουρά είναι γεμάτη

- **Εξαγωγή**

αν εμπρός $\leq$ πίσω **τότε**

εμφάνισε A[εμπρός]

$$\text{εμπρός} \leftarrow \text{εμπρός} + 1$$

αλλιώς

εμφάνισε 'Η ουρά είναι άδεια'

τέλος αν

αν η ουρά δεν είναι άδεια, τότε

εμφάνισε το περιεχόμενο του πίνακα στη θέση που ορίζει ο δείκτης εμπρός και στη συνέχεια αύξησε τον δείκτη εμπρός κατά 1

αλλιώς

εμφάνισε το μήνυμα 'Η ουρά είναι άδεια'

Προσοχή!!!

Πρέπει να πούμε ότι το σχολικό βιβλίο δεν περιγράφει πλήρως πώς δουλεύει η δομή δεδομένων ουρά και συγκεκριμένα την περίπτωση που ο δείκτης πίσω γίνει ίσος με το μέγεθος της ουράς.

Έστω μια ουρά 8 θέσεων με τιμές:

1	2	3	4	5	6	7	8
				6	2	3	-1

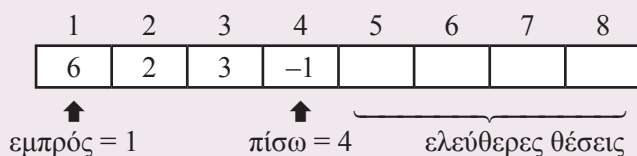
↑
εμπρός = 5

↑
πίσω = 8

Η ουρά αυτή, σύμφωνα με τη θεωρία, είναι γεμάτη, αφού $\rho_{\text{πίσω}} = 8$. Όμως υπάρχουν τέσσερις θέσεις άδειες. Για να εκμεταλλευτούμε και αυτές τις θέσεις, υπάρχουν δυο βασικές ιδέες:

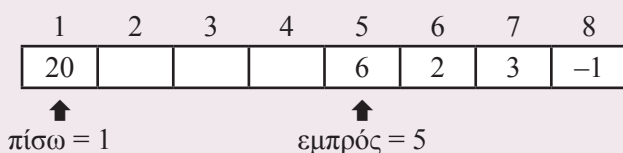
1η ιδέα

Όλα τα στοιχεία μεταφέρονται τέσσερις θέσεις αριστερά, ώστε το 5ο να βρεθεί στην 1η, το 6ο στη 2η κ.ο.κ., με ταυτόχρονη αλλαγή των δεικτών *εμπρός*, που θα γίνει πάλι 1, και του *πίσω*, που θα μειωθεί κατά τέσσερα, ώστε να ελευθερωθούν τέσσερις θέσεις για την εισαγωγή στοιχείων. Η ουρά δηλαδή γίνεται:



2η ιδέα

Κατά την εισαγωγή ενός στοιχείου ο δείκτης *πίσω* θα δείξει πάλι την πρώτη θέση και το νέο στοιχείο θα μπει στη θέση αυτή. Έτσι, αν στο παράδειγμά μας πρέπει να μπει στην ουρά η τιμή 20, η ουρά θα διαμορφωθεί ως εξής:



Βέβαια η ιδέα αυτή κρύβει και άλλες λεπτομέρειες που είναι εκτός στόχων του μαθήματος.

Και οι δυο προηγούμενες ιδέες είναι εκτός των στόχων του μαθήματος.

Σημείωση

Για τον δείκτη *πίσω* μιας ουράς N θέσεων έχουμε:

- Αρχική τιμή: 0

Η τιμή 0 είναι η τιμή που έχει ο δείκτης *πίσω* πριν αρχίσει η εισαγωγή τιμών στην ουρά.

- Μεγαλύτερη δυνατή τιμή: N

Για τον δείκτη *εμπρός* μιας ουράς N θέσεων έχουμε:

- Αρχική τιμή: 1

Αφού αρχικά η ουρά είναι άδεια θα πρέπει να ισχύει ότι *εμπρός* > *πίσω*. Άρα ο δείκτης «εμπρός» θα πρέπει να έχει την τιμή 1. Εξάλλου, μετά την πρώτη εισαγωγή τιμής θα πρέπει και οι δύο δείκτες να έχουν την τιμή 1.

- Μεγαλύτερη δυνατή τιμή: $N + 1$

Την τιμή αυτή την έχει όταν ο δείκτης *πίσω* γίνει ίσος με N και συγχρόνως βγει και το τελευταίο στοιχείο από την ουρά.

Άλλες δομές δεδομένων

9.14 **ΘΕΩΡΙΑ** Τι γνωρίζετε για τα αρχεία;

Απάντηση

Τα αρχεία είναι δομές δεδομένων τα οποία αποθηκεύονται στη δευτερεύουσα μνήμη (σκληρός δίσκος) σε αντίθεση με τις υπόλοιπες δομές (πίνακες, στοίβες και ουρές) που αποθηκεύονται στην κύρια μνήμη του υπολογιστή.

Έτσι, τα δεδομένα των αρχείων διατηρούνται ακόμη και μετά τον τερματισμό ενός προγράμματος ή τη διακοπή της ηλεκτρικής παροχής, κάτι που δεν συμβαίνει με τις δομές της κύριας μνήμης (όπως οι πίνακες), όπου τα δεδομένα χάνονται όταν τελειώσει το πρόγραμμα.

9.15 **ΘΕΩΡΙΑ** Τι γνωρίζετε για τις εγγραφές;

Απάντηση

Ένα αρχείο αποτελείται από μία ή περισσότερες εγγραφές. Η κάθε εγγραφή, με τη σειρά της, αποτελείται από ένα ή περισσότερα πεδία. Για παράδειγμα, έστω η εγγραφή ενός μαθητή με πεδία: Αριθμός Μητρώου, Ονοματεπώνυμο, Τάξη, Τμήμα.

Τα πεδία διακρίνονται σε πεδία που την ταυτοποιούν, δηλαδή πεδία που τη διαφοροποιούν από τις υπόλοιπες εγγραφές του αρχείου, και άλλα πεδία που περιγράφουν κάποια χαρακτηριστικά της εγγραφής.

Το πεδίο Αριθμός Μητρώου ταυτοποιεί την εγγραφή και ονομάζεται πρωτεύον κλειδί (καμία άλλη εγγραφή μαθητή δεν θα έχει τον ίδιο Αριθμό Μητρώου). Το πεδίο Ονοματεπώνυμο επίσης ταυτοποιεί την εγγραφή και γι' αυτό ονομάζεται δευτερεύον κλειδί, αν υπάρχει πρωτεύον κλειδί.

Λίστες

Στη δομή αυτή εισάγεται ένας καινούργιος τύπος δεδομένων, ο δείκτης. Θυμίζουμε ότι οι τύποι δεδομένων που γνωρίζουμε μέχρι τώρα είναι ο ακέραιος, ο πραγματικός, ο χαρακτήρας και ο λογικός.

9.16 **ΘΕΩΡΙΑ** Τι είναι ο τύπος δεδομένων δείκτης;

Απάντηση

Ο τύπος δείκτης είναι ένας ιδιαίτερος τύπος που προσφέρεται από τις περισσότερες σύγχρονες γλώσσες προγραμματισμού. Ο δείκτης δεν λαμβάνει αριθμητικές, λογικές ή αλφαριθμητικές τιμές, αλλά οι τιμές του είναι διευθύνσεις στην κύρια μνήμη. Οι δείκτες χρησιμοποιούνται για τη σύνδεση των διάφορων στοιχείων μιας δομής που είναι αποθηκευμένα σε μη συνεχόμενες θέσεις μνήμης.

9.17 ΘΕΩΡΙΑ Τι γνωρίζετε για τη δομή δεδομένων λίστα;

Απάντηση

Η λίστα όπως κάθε δυναμική δομή δεδομένων έχει το χαρακτηριστικό ότι οι κόμβοι της συνήθως βρίσκονται σε απομακρυσμένες θέσεις μνήμης και η σύνδεσή τους γίνεται με τους δείκτες. Συνήθως, ο κάθε κόμβος μιας λίστας αποτελείται από δύο πεδία: το πεδίο των δεδομένων και το πεδίο ενός δείκτη. Το πεδίο δεδομένα μπορεί να περιέχει μία ή περισσότερες αλφαριθμητικές ή αριθμητικές πληροφορίες.

Δομή κόμβου λίστας:

Δεδομένα	Δείκτης
----------	---------

Λίστα με τρεις κόμβους

Φανταστείτε ότι στην κύρια μνήμη έχουν αποθηκευτεί οι βαθμολογίες τριών μαθητών 15, 19 και 20 στις τυχαίες θέσεις μνήμης 200, 400 και 250 αντίστοιχα. Αν υποθέσουμε ότι γνωρίζουμε ότι στη θέση 200 βρίσκεται η πρώτη βαθμολογία, πώς θα ξέρουμε που είναι η επόμενη;

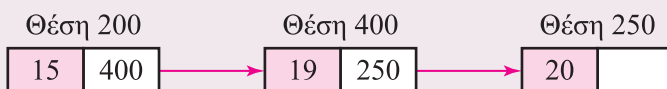
Εδώ έρχεται να μας βοηθήσει ο δείκτης. Έτσι λοιπόν στη θέση 200 υπάρχει ο κόμβος:

Θέση 200

15	400
----	-----

Το πρώτο του πεδίο είναι τα δεδομένα, δηλαδή ο βαθμός του μαθητή, και το δεύτερο ο δείκτης, ο οποίος περιέχει την τιμή 400 που είναι η διεύθυνση μνήμης που βρίσκεται ο επόμενος βαθμός.

Σχηματικά, λοιπόν, τους τρεις βαθμούς μπορούμε να τους παραστήσουμε ως εξής:



Παρατηρήστε στον τρίτο κόμβο, το πεδίο του δείκτη είναι άδειο, αφού δεν υπάρχει επόμενος κόμβος. Σε αρκετές γλώσσες προγραμματισμού ο άδειος δείκτης αναπαριστάται με τη δεσμευμένη λέξη null, αλλά αυτό ξεφεύγει από τα πλαίσια του μαθήματος.

Εισαγωγή στοιχείου στη λίστα

Έστω η παραπάνω λίστα, όπου οι κόμβοι της είναι συνδεδεμένοι σε αύξουσα σειρά ως προς τις βαθμολογίες.

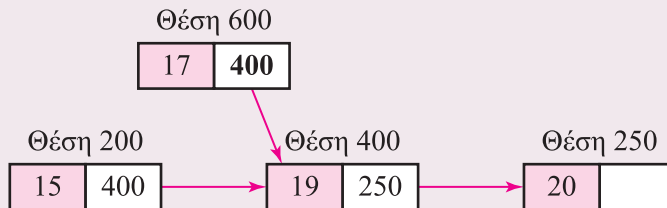
Ας υποθέσουμε ότι πρέπει στη λίστα να εισαχθεί η βαθμολογία ενός τέταρτου μαθητή, η οποία είναι το 17 και βρίσκεται στη θέση μνήμης 600, δηλαδή:

Θέση 600

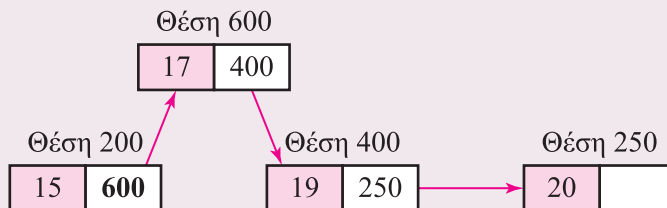
17	
----	--

Για να παραμείνουν τα στοιχεία ταξινομημένα πρέπει ο κόμβος αυτός να εισαχθεί μεταξύ του πρώτου και του δεύτερου. Οι απαιτούμενες ενέργειες για την εισαγωγή (παρεμβολή) του νέου κόμβου είναι:

- ο δείκτης του νέου κόμβου θα δείχνει στον δεύτερο:



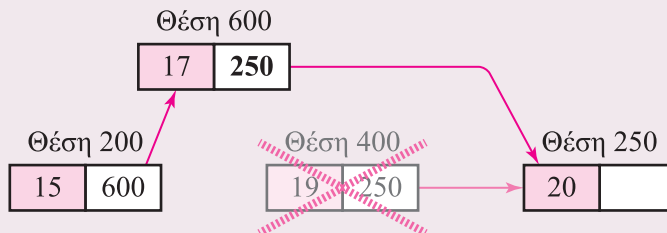
- ο δείκτης του πρώτου κόμβου θα δείχνει τον νέο κόμβο:



Διαγραφή στοιχείου από τη λίστα

Η διαδικασία διαγραφής στοιχείου από τη λίστα είναι πολύ απλή, αρκεί να αλλάξει τιμή ο δείκτης του προηγούμενου κόμβου και να δείχνει πλέον τον επόμενο αυτού που διαγράφηκε.

Έστω, λοιπόν στη λίστα του προηγούμενου πίνακα θέλουμε να βγάλουμε από τη λίστα τον μαθητή με βαθμό 19. Θα πρέπει ο δείκτης του προηγούμενου κόμβου να δείχνει αντί για 400 το 250.



Ο κόμβος που διαγράφηκε αποτελεί «άχρηστο δεδομένο» και ο χώρος μνήμης που καταλαμβάνει παραχωρείται για άλλη χρήση.

Δένδρα

9.18 **ΘΕΩΡΙΑ** Να περιγράψετε τις δομές δεδομένων δένδρα.

Απάντηση

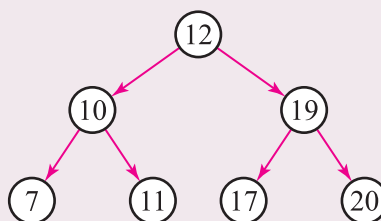
Τα δένδρα (trees) είναι δομές δεδομένων που στις σύγχρονες γλώσσες προγραμματισμού υλοποιούνται με τη βοήθεια δεικτών. Βέβαια, μπορούν να υλοποιηθούν και με στατικές δομές (με πίνακες). Το κύριο χαρακτηριστικό των δέντρων είναι ότι από έναν κόμβο δεν υπάρχει μόνο ένας επόμενος κόμβος, αλλά περισσότεροι. Υπάρχει ένας μόνο κόμβος, που λέγεται **ρίζα**, από τον οποίο ξεκινούν όλοι οι άλλοι κόμβοι. Οι κόμβοι αυτοί λέγονται **παιδιά** της ρίζας. Με την ίδια λογική, από κάθε παιδί της ρίζας ξεκινούν άλλα παιδιά κ.ο.κ.

Σχόλιο

Στα βιβλιογραφία αναφέρεται μεγάλη ποικιλία δομών δένδρων, που είναι εκτός των ορίων του μαθήματος.

Παράδειγμα δένδρου

Ο κόμβος που περιέχει το 12 είναι η ρίζα του δένδρου και οι κόμβοι με τις τιμές 10 και 19 είναι τα παιδιά της. Από εκεί και πέρα ο κόμβος που περιέχει το 10 έχει παιδιά τους κόμβους με τιμές 7 και 11, ενώ ο κόμβος που περιέχει το 19 έχει παιδιά τους κόμβους με τιμές 17 και 20.



Γράφοι

9.19 **ΘΕΩΡΙΑ** Να περιγράψετε τις δομές δεδομένων γράφοι.

Απάντηση

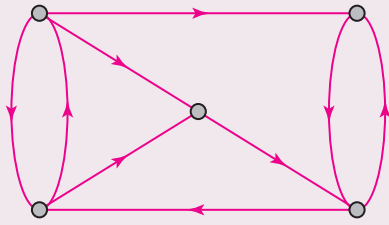
Ένας γράφος (graph) αποτελείται από ένα σύνολο κόμβων (ή σημείων ή κορυφών) και ένα σύνολο γραμμών (ή ακμών ή τόξων) που ενώνουν μερικούς ή όλους τους κόμβους. Ο γράφος αποτελεί την πιο γενική δομή δεδομένων, με την έννοια ότι όλες οι δομές μπορούν να θεωρηθούν περιπτώσεις γράφων.

Παράδειγμα γράφου

Πολλά προβλήματα και καταστάσεις της καθημερινής μας ζωής μπορούν να περιγραφούν με τη βοήθεια γράφων.

Για παράδειγμα τα σημεία ενός γράφου μπορούν να παραστήνουν πόλεις και οι γραμμές τις οδικές συνδέσεις μεταξύ τους.

Λόγω της μεγάλης πληθώρας και ποικιλίας προβλημάτων που σχετίζονται με γράφους, έχει αναπτυχθεί ολόκληρη θεωρία, η Θεωρία Γράφων.



Ερωτήσεις και προβλήματα για απάντηση

Αλγόριθμοι + Δομές Δεδομένων = Πρόγραμμα

9.20 Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. Τι ορίζουμε ως δομή δεδομένων;
2. Ποιες είναι οι βασικές πράξεις επί των δομών δεδομένων;
3. Ποια είναι η εξάρτηση μεταξύ της δομής δεδομένων και του αλγόριθμου που επεξεργάζεται τη δομή;
4. Να περιγράψετε τις δύο κατηγορίες των δομών δεδομένων.

9.21 Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) καθεμία από τις επόμενες προτάσεις.

- | | | |
|---|---|---|
| 1. Ο πίνακας είναι μια δομή δεδομένων. | Σ | Λ |
| 2. Μια δομή δεδομένων αποτελείται από κόμβους. | Σ | Λ |
| 3. Μια από τις βασικές πράξεις επί των δομών δεδομένων είναι και η διαγραφή κόμβου. | Σ | Λ |
| 4. Οι πράξεις που δεν επιτρέπονται στη δομή πίνακα είναι η προσπέλαση και η αντιγραφή. | Σ | Λ |
| 5. Κατά την πράξη της εισαγωγής, μια τιμή καταχωρίζεται στη δομή δεδομένων. | Σ | Λ |
| 6. Ο διαχωρισμός είναι η αντίστροφη πράξη της συγχώνευσης. | Σ | Λ |
| 7. Οι δομές δεδομένων διακρίνονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες, τις στατικές και τις δυναμικές. | Σ | Λ |
| 8. Τα στοιχεία μιας στατικής δομής αποθηκεύονται σε συνεχόμενες θέσεις μνήμης. | Σ | Λ |
| 9. Οι δυναμικές δομές μειονεκτούν στις στατικές δομές, γιατί δεν αποθηκεύονται τα στοιχεία τους σε συνεχόμενες θέσεις μνήμης. | Σ | Λ |

10. Οι πίνακες είναι δυναμικές δομές. Σ Λ
 11. Οι δυναμικές δομές έχουν σταθερό μέγεθος. Σ Λ

9.22 Να διαλέξετε όλα όσα χρειάζονται μεταξύ των προτεινόμενων:

Οι βασικές πράξεις επί των στατικών δομών δεδομένων είναι οι ακόλουθες:

- | | |
|---------------|--------------|
| α. Προσπέλαση | β. Ανάγνωση |
| γ. Εισαγωγή | δ. Αναζήτηση |
| ε. Διαγραφή | στ. Εκτύπωση |
| ζ. Ταξινόμηση | |

Στοιβά

9.23 Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. Τι ορίζουμε ως στοιβά; Να δώσετε ένα παράδειγμα από την καθημερινότητα.
2. Ποιες είναι οι βασικές λειτουργίες που γίνονται στη στοιβά;

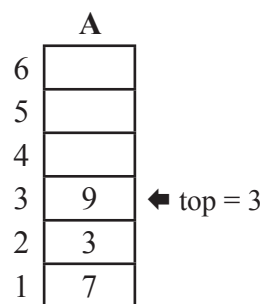
9.24 Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις.

- | | |
|---|-----|
| 1. Η στοιβά είναι μια δομή δεδομένων. | Σ Λ |
| 2. Στη στοιβά γίνονται δύο πράξεις, η εισαγωγή και η διαγραφή. | Σ Λ |
| 3. Για τη δομή στοιβά χρησιμοποιούνται δύο δείκτες. | Σ Λ |
| 4. Όταν μπαίνει ένα στοιχείο στη στοιβά, τότε αυτό μπαίνει στην κορυφή της. | Σ Λ |
| 5. Η υπερχείλιση γίνεται όταν η στοιβά είναι άδεια. | Σ Λ |

9.25 Έστω μια στοιβά 6 θέσεων, η οποία βρίσκεται στη διπλανή κατάσταση.

Να δώσετε την κατάσταση τόσο της στοιβάς όσο και του δείκτη *top* για καθεμία από τις επόμενες διαδοχικές πράξεις.

- | | |
|----------------------|------------|
| α. Ώθηση της τιμής 6 | β. Απώθηση |
| γ. Απώθηση | δ. Απώθηση |
| ε. Ώθηση της τιμής 6 | |



9.26 Έστω μία άδεια στοιβά με όνομα A, 100 θέσεων πραγματικού τύπου. Να γράψετε πρόγραμμα το οποίο θα εκτελεί τις παρακάτω ενέργειες, εμφανίζοντας το κατάλληλο μενού επιλογής:

1. Ωθήση στοιχείου στη στοίβα και εμφάνιση του μέσου όρου των στοιχείων της.
2. Απώθηση στοιχείου από τη στοίβα και, εφόσον δεν είναι άδεια, εμφάνιση του μέσου όρου των στοιχείων της.
3. Εμφάνιση του μεγαλύτερου στοιχείου που έχει μπει στη στοίβα και μηνύματος αν είναι ακόμα μέσα.
4. Έξοδος από το πρόγραμμα.

Δώσε μία τιμή από 1 έως 4.

Θεωρήστε ότι οι τιμές εισόδου είναι θετικές και όλες διαφορετικές μεταξύ τους.

9.27 Η εταιρεία NoName μπορεί να εντάξει στο δυναμικό της μέχρι και 100 άτομα. Η εταιρεία έχει την εξής πολιτική: Δεν μπορεί να απολύσει κανέναν υπάλληλο αν πρώτα δεν απολύσει όλους τους υπαλλήλους που προσελήφθησαν μετά από αυτόν. Να γράψετε πρόγραμμα το οποίο θα εκτελεί τις παρακάτω ενέργειες, εμφανίζοντας το κατάλληλο μενού επιλογής:

1. Πρόσληψη ενός υπαλλήλου.
2. Απόλυση ενός υπαλλήλου.
3. Έξοδος από το πρόγραμμα.

Δώσε μία τιμή από 1 έως 3.

Αν ο χρήστης δώσει ως επιλογή το 1, το πρόγραμμα θα ζητά το όνομα του υπαλλήλου που πρόκειται να προσληφθεί και θα το ωθεί σε στοίβα που περιέχει τα ονόματα των υπαλλήλων της εταιρείας.

Αν ο χρήστης δώσει ως επιλογή την τιμή 2, το πρόγραμμα θα ζητά το όνομα του υπαλλήλου που θα απολυθεί. Στη συνέχεια θα εμφανίζει τα ονόματα των υπαλλήλων που θα απολυθούν, απωθώντας τα ταυτόχρονα από τη στοίβα.

Να θεωρήσετε ότι δεν είναι δυνατή η ύπαρξη δύο υπαλλήλων με το ίδιο όνομα και ότι το όνομα που πρόκειται να απολυθεί σίγουρα υπάρχει στη στοίβα.

9.28 Να γράψετε πρόγραμμα που θα δέχεται χαρακτήρα - χαρακτήρα τα στοιχεία μιας μαθηματικής παράστασης, μέχρι να δοθεί το σύμβολο τελεία '.' το οποίο θα δηλώνει και το τέλος της παράστασης. Το πρόγραμμα θα εμφανίζει μήνυμα αν οι παρενθέσεις της παράστασης είναι καλά διατεταγμένες.

Για να το πετύχει αυτό θα πρέπει, όταν δίνονται ως είσοδος όλα τα είδη παρενθέσεων που βλέπουν προς τα δεξιά – δηλαδή '(', '[', '{' – θα τα ωθεί σε μία στοίβα, ενώ, όταν συναντάει τις αντίστοιχες παρενθέσεις που βλέπουν προς τα αριστερά, θα πραγματοποιεί μια απώθηση. Αν κατά την απώθηση η παρένθεση που απωθείται είναι διαφορετική από την παρένθεση που προκάλεσε την απώθηση ή αν η στοίβα είναι άδεια, τότε το πρόγραμμα θα τερματίζεται δηλώνοντας ότι οι παρενθέσεις δεν είναι καλά στοιχισμένες. Το ίδιο συμβαίνει αν δοθεί ως είσοδος η τελεία και η στοίβα δεν είναι άδεια. Αντίθετα, όταν δοθεί η τελεία και η στοίβα είναι άδεια, τότε το

πρόγραμμα θα εμφανίζει μήνυμα που θα δηλώνει ότι οι παρενθέσεις της παράστασης είναι καλά στοιχισμένες.

Θεωρήστε ότι η παράσταση δεν μπορεί να περιέχει περισσότερες από 100 παρενθέσεις.

Ουρά

9.29 Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. Τι ορίζουμε ως ουρά; Να δώσετε ένα παράδειγμα από την καθημερινότητα.
2. Ποιες είναι οι βασικές λειτουργίες που γίνονται στην ουρά;

9.30 Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις.

- | | | |
|--|---|---|
| 1. Η ουρά είναι μια δομή δεδομένων. | Σ | Λ |
| 2. Στην ουρά γίνονται δύο πράξεις, η εισαγωγή και η εξαγωγή. | Σ | Λ |
| 3. Για τη δομή ουρά χρησιμοποιούνται δύο δείκτες. | Σ | Λ |
| 4. Στη δομή ουρά ο δείκτης <i>εμπρός</i> είναι πάντα μικρότερος από τον δείκτη <i>πίσω</i> . | Σ | Λ |
| 5. Όταν εξάγεται ένα στοιχείο, ο δείκτης <i>εμπρός</i> αυξάνεται κατά ένα. | Σ | Λ |

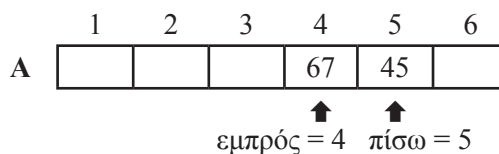
9.31 Να γράψετε πόσα στοιχεία έχει η ουρά:

- α. αν ο δείκτης *εμπρός* διαφέρει κατά τα 3 από τον δείκτη *πίσω*,
- β. αν ο δείκτης *εμπρός* ισούται με τον δείκτη *πίσω*,
- γ. αν ο δείκτης *εμπρός* διαφέρει κατά ένα από τον δείκτη *πίσω*.

9.32 Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα από αυτά της στήλης Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. εισαγωγή	α. Ουρά
2. ώθηση	
3. υπερχείλιση	
4. εμπρός	
5. top	β. Στοίβα
6. πίσω	
7. υποχείλιση	
8. εξαγωγή	

9.33 Έστω μια ουρά 6 θέσεων, η οποία βρίσκεται στη διπλανή κατάσταση. Να δώσετε την κατάσταση τόσο της ουράς όσο και των δεικτών εμπρός και πίσω για καθεμία από τις παρακάτω διαδοχικές πράξεις.



- α. Εισαγωγή της τιμής 15 β. Εξαγωγή γ. Εξαγωγή δ. Εξαγωγή

9.34 Δίνεται η ακολουθία αριθμών 25, 8, 12, 14, 71, 41, 1.

Τοποθετούμε τους αριθμούς σε στοίβα και σε ουρά.

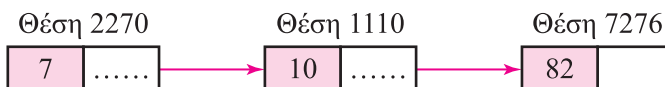
1. Ποια λειτουργία θα χρησιμοποιηθεί για την τοποθέτηση των αριθμών στη στοίβα και ποια για την τοποθέτησή τους στην ουρά;
2. Να σχεδιάσετε τις δύο δομές (στοίβα και ουρά) μετά την τοποθέτηση των αριθμών.
3. Ποια λειτουργία θα χρησιμοποιηθεί για την έξοδο αριθμών από τη στοίβα και ποια για την έξοδό τους από την ουρά;
4. Πόσες φορές θα πρέπει να γίνει η παραπάνω λειτουργία στη στοίβα και πόσες στην ουρά για να εξέλθει ο αριθμός 71;
(Εξετάσεις)

Άλλες δομές δεδομένων

9.35 Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. Τι γνωρίζετε για τα αρχεία;
2. Τι γνωρίζετε για τις εγγραφές;
3. Τι είναι ο τύπος (δεδομένων) δείκτης;
4. Τι γνωρίζετε για τη δομή δεδομένων λίστα;
5. Να περιγράψετε τις δομές δεδομένων δένδρα.
6. Να περιγράψετε τις δομές δεδομένων γράφοι.

9.36 Έστω η παρακάτω λίστα όπου τα στοιχεία της είναι ταξινομημένα σε αύξουσα σειρά.



α. Να συμπληρώσετε τα πεδία που λείπουν των δύο πρώτων κόμβων.

β. Να σχεδιάσετε τη λίστα, αφού μπουν σ' αυτή οι διπλανοί κόμβοι.



γ. Να σχεδιάσετε ξανά τη λίστα, αν μετά την εισαγωγή των παραπάνω κόμβων διαγραφούν οι κόμβοι που περιέχουν τις τιμές 10 και 12.