



Στον πατέρα μου
που μου έμαθε να αγαπώ
τη φιλοσοφία των μαθηματικών

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ (για γονείς και εκπαιδευτικούς)	8
ΕΙΣΑΓΩΓΗ (για τα παιδιά)	11
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 Η έννοια και η γραφή των αριθμών	12
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 Ο Πυθαγόρας και οι αριθμοί	15
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 «Φάγαμε τον άμπακο!»	16
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 Ας θυμηθούμε τις 4 πράξεις: πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός και διαίρεση	17
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 Τι είναι η λογική σκέψη	21
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 Πώς προσεγγίζουμε ένα μαθηματικό πρόβλημα	24
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 Εκτιμώντας τα δεδομένα, στα μαθηματικά και στη ζωή	27
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8 Ο απίθανος, καταπληκτικός ντετέκτιβ Μαθ Κλουρζό και η υπόθεση του κλεμμένου πίνακα (ένα πρόβλημα λογικής!)	31
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9 Μαθαίνουμε να λύνουμε προβλήματα άλγεβρας	36
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10 Η κυρία Αλήθεια και η κυρία Ψέμα	50
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11 Τι είναι το άπειρο;	59
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12 Ένα ταξίδι στη νεολιθική εποχή	60
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 13 Οι βασικές έννοιες της Γεωμετρίας	63
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 14 Μετρώντας το μήκος	70
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 15 Η κυρία Γωνία	72
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 16 Υπάρχουν γωνίες και γωνίες στον κόσμο	77
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 17 Τρίγωνα	79
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 18 Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου	81
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 19 Η περίμετρος ενός τριγώνου και η τριγωνική ανισότητα	82
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 20 Το ύψος του τριγώνου και οι κάθετες ευθείες	84
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 21 Παράλληλες ευθείες	86
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 22 Τετράπλευρα σχήματα	87
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 23 Απλά Παραλληλόγραμμα	88
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 24 Ο Ρόμβος	91
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 25 Το Ορθογώνιο Παραλληλόγραμμο	92
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 26 Το Τετράγωνο	93
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 27 Το Τραπεζίο	95
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 28 Ο Κύκλος	96
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 29 Από τον σοφό Κελεό στον σοφό Θαλή	99
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 30 Το Εμβαδόν	100
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 31 Επιπεδομετρία και Στερεομετρία	104
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 32 Από τον σοφό Θαλή στον σοφό Ευκλείδη	106
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 33 Τα μαθηματικά κάνουν καλή παρέα!	107
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 34 Η χρονομηχανή	111
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 35 Ο μηχανισμός των Αντικυθήρων	113
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Λύσεις των προβλημάτων και των ασκήσεων και απαντήσεις στις ερωτήσεις	117

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

(για γονείς και εκπαιδευτικούς)



Ας ξεκινήσουμε κατευθείαν με ένα πρόβλημα:

Η Βάλια πήγε να ψωνίσει στο σουπερμάρκετ. Αγόρασε τρία κουτιά απορρυπαντικό (επειδή ήταν σε προσφορά) προς 12,5 ευρώ το κουτί, τέσσερα κουτιά χρωματιστής ζάχαρης που κοστίζουν έξι ευρώ το ένα αλλά αν πάρεις τέσσερα το τέταρτο σου το δίνουν στη μισή τιμή, και άλλη μία συσκευασία με κάτι μέσα, το οποίο η Βάλια δεν ήξερε τι είναι –αλλά της άρεσε πάρα πολύ η συσκευασία– που κόστιζε 15 ευρώ.

Από το συνολικό κόστος όμως όλων αυτών, στο ταμείο της αφαίρεσαν ένα ποσοστό 2% επειδή είχε ένα ειδικό κουπόνι-δώρο μιας κυριακάτικης εφημερίδας και της αφαίρεσαν και άλλα 5,5 ευρώ από μια «δωροεπιταγή», προσφορά του ίδιου του σουπερμάρκετ. Η Βάλια έβγαλε από το πορτοφόλι της ένα χαρτονόμισμα των 100 ευρώ για να πληρώσει. Πόσα ρέστα θα πάρει;

!= ;

Αφήστε, παρακαλώ πολύ, κάτω το χαρτί και το μολύβι. Και κυρίως, αφήστε το παιδί σας ήσυχο. Αλήθεια, αυτά τα μαθηματικά θέλετε να μάθει το παιδί σας;

Πολλές φορές αναρωτήθηκα για ποιο λόγο στα σχολικά βιβλία –και όχι μόνο στα σχολικά– των μαθηματικών, υπάρχει αυτή η εμμονή με τα ψώνια και τα ρέστα. Λες και ο μοναδικός λόγος για τον οποίο έχουμε τα μαθηματικά είναι να μετράμε χρήματα και να αναθρέψουμε ένα πλήθος από μικρούς υποψήφιους Σκρουτζ Μακ Ντακ.

Για μία φορά όμως, ας ξεφύγουμε από... τα «μαθηματικά της καταναλωτικής κοινωνίας», που ούτως ή άλλως πολύ σύντομα δεν θα ανταποκρίνονται πια σε καμία πραγματικότητα.

Ο αληθινός στόχος είναι να βοηθήσουμε τα παιδιά να καλλιεργήσουν και να αναπτύξουν **μαθηματική** και **λογική** σκέψη. Και δεν υπάρχει λόγος ανησυχίας – ο άνθρωπος με μαθηματική και λογική σκέψη πάντοτε θα ξέρει πόσα ρέστα πρέπει να πάρει, όμως το αντίστροφο δεν ισχύει. Ο άνθρωπος που ξέρει πόσα ρέστα πρέπει να πάρει, δεν διαθέτει απαραίτητα μαθηματική και λογική σκέψη. Και αυτά τα δύο –η μαθηματική σκέψη και η λογική σκέψη– είναι εφόδια που θα βοηθήσουν το παιδί να ζήσει καλύτερα, να είναι περισσότερο κοινωνικό και να δρα με πιο σωστό και αποτελεσματικό τρόπο για να επιτυγχάνει κάθε φορά τους στόχους του και να ωφελεί τόσο τον εαυτό του όσο και την κοινωνία μέσα στην οποία ζει.

Αυτός είναι ο λόγος ύπαρξης αυτού του βιβλίου. Σκοπός του δεν είναι να καλύψει, σαν βοήθημα, την ύλη των σχολικών μαθηματικών εγχειριδίων, αλλά να καλλιεργήσει στα παιδιά μαθηματική σκέψη και λογική σκέψη, έτσι ώστε τα βοηθήματα να μην είναι απαραίτητα – και ακόμη λιγότερο οι τυφλοσούρτες!

Καμιά φορά, ας είμαστε ειλικρινείς, τα σχολικά βιβλία δεν είναι προσεγμένα και μπορεί να βρει κανείς βοηθήματα που τα υποκαθιστούν πολύ καλύτερα. Είναι όμως αυτή η λύση; Δεν θεωρώ άσκοπο να διαλέξουμε για το παιδί ένα βιβλίο με περισσότερα προβλήματα ώστε να κάνει εξάσκηση – όχι όμως και να στηρίζουμε σε αυτό το βιβλίο τις ελπίδες μας. Σημασία έχει η καλλιέργεια μαθηματικής σκέψης και, όπως διαπίστωσα κάνοντας μια μικρή έρευνα, ελά-

χιστα είναι τα βιβλία ή τα βοηθήματα που εστιάζουν σε αυτόν το σκοπό. Θέλησα, λοιπόν, να προτείνω εδώ κάτι διαφορετικό. Ένα βιβλίο που δεν θα λειτουργεί ως βοήθημα αλλά ως ένα όχημα για να ταξιδέψει τα παιδιά στον συναρπαστικό κόσμο των μαθηματικών και να τους καλλιεργήσει τη μαθηματική και τη λογική σκέψη, έτσι ώστε τελικά να μη χρειάζονται βοηθήματα και –κυρίως!– να μη χρειάζεται να καταφύγουν οι γονείς στη λύση των «ιδιαιτέρων μαθημάτων» από το Δημοτικό ήδη.

Μέσα από αυτό το βιβλίο δεν θα βομβαρδίσουμε το παιδί με προβλήματα και ασκήσεις, ούτε θα συναντήσουμε πολλά προβλήματα που να θυμίζουν τα αντίστοιχα των σχολικών βιβλίων. Έχει γίνει μια επιλογή κάποιων προβλημάτων που εξυπηρετούν τους σκοπούς του βιβλίου. Όσο για μία συστηματική ταξινόμηση των μαθηματικών γνώσεων που όντως πρέπει να αποκτά το παιδί σε κάθε τάξη του Δημοτικού, αυτό το έκανα σε προηγούμενο παιδαγωγικό βιβλίο («Δώσε του μια να πάει ψηλά», από τις Εκδόσεις Διόπτρα) κι έτσι δεν θα είχε νόημα να το επαναλάβουμε εδώ. Εδώ, θα δούμε τα μαθηματικά περισσότερο σαν παιχνίδι, σαν ένα παιχνίδι γνώσεων βέβαια (μαθηματικών γνώσεων) αλλά και λογικής.

Και δεν θα συναντήσουμε μόνο προβλήματα διατυπωμένα ως προβλήματα, παρά και παιχνίδια και αστυνομικές ιστορίες, και στο τέλος μία χρονομηχανή... Έτσι ώστε τα παιδιά να γνωρίσουν τη γοητεία των μαθηματικών και να τα αγαπήσουν.

Ακολουθεί ένας μικρός «οδηγός» για να αξιοποιήσετε με τον καλύτερο δυνατό τρόπο αυτό το βιβλίο, που φιλοδοξεί να συντροφεύει τους μικρούς μαθητές από την τρίτη ως και την έκτη τάξη του δημοτικού σχολείου.

Ενότητες Α και Β

Τα κεφάλαια 1-6, όπως και το κεφάλαιο 11, ενδιαφέρουν εξίσου τόσο τα παιδιά που φοιτούν στη Γ' και Δ' Δημοτικού όσο και τα μεγαλύτερα παιδιά, των δύο τελευταίων τάξεων του Δημοτικού.

Στο κεφάλαιο 7 (που εισάγει τα παιδιά στα προβλήματα λογικής) όπως επίσης στο κεφάλαιο 9 (που τα εισάγει στην επίλυση προβλημάτων τα οποία καλλιεργούν τη μαθηματική σκέψη) όλα τα προβλήματα είναι ταξινομημένα ανάλογα με την τάξη στην οποία φοιτά το παιδί και το επίπεδο μαθηματικών γνώσεων που αντιστοιχεί σε αυτή την ηλικία.

Στα κεφάλαια 8 και 10 δίνονται δύο προβλήματα λογικής με τη μορφή ιστοριών που νομίζω πως τα παιδιά θα βρουν απολαυστικές (μία αστυνομική ιστορία και μία ιστορία εμπνευσμένη από τη μυθολογία). Ως καθαρά προβλήματα λογικής απευθύνονται βέβαια σε παιδιά Ε' και Στ' Δημοτικού, μπορούν όμως να διαβαστούν και από τα μικρότερα παιδιά τα οποία θα βοηθηθούν έτσι να καλλιεργήσουν τη λογική τους σκέψη καθώς εδώ οι λύσεις δίνονται μέσα από τις ίδιες τις ιστορίες και δεν καλείται να τις δώσει μόνο του το παιδί.

Ενότητα Γ

Η Ενότητα Γ είναι η ενότητα της Γεωμετρίας. Εδώ, οφείλω να επισημάνω ένα ατυχές γεγονός σε σχέση με την εκπαίδευση των παιδιών μας. Τις τελευταίες δεκαετίες (και για λόγους των οποίων η ανάλυση θα απαιτούσε αρκετές σελίδες καθώς αποτελούν μέρος της γενικότερης κρίσης στην Παιδεία μας) το μάθημα της Γεωμετρίας έχει υποβαθμιστεί όχι μόνο στο Δημοτικό Σχολείο αλλά και στο Γυμνάσιο.

Κι όμως, η Γεωμετρία είναι ήδη η σχέση μας με το χώρο και με τον κόσμο!

Επιδιώκοντας να καλύψω αυτό το κενό όσο καλύτερα θα ήταν δυνατόν σε ένα βιβλίο για παιδιά του Δημοτικού το οποίο δεν είναι αποκλειστικά βιβλίο Γεωμετρίας, έβαλα για τη Γεωμετρία μία ξεχωριστή Ενότητα. Η Ενότητα αυτή ξεκινά από την αρχή, από τη μία και μοναδική

αρχή που θα μπορούσε να έχει μια Εισαγωγή στην Ευκλείδειο Γεωμετρία. Και η αρχή αυτή είναι βέβαια η πρώτη βασική έννοια της Γεωμετρίας: το **σημείο**.

Καμία σοβαρή, συστηματική προσπάθεια να μάθουμε στα παιδιά μας Γεωμετρία δεν θα μπορούσε να περιλαμβάνει παρουσίαση κάποιων γεωμετρικών σχημάτων αν πρώτα δεν εξασφαλίσουμε πως έχουν καλά κατανοήσει **βασικές έννοιες** της Γεωμετρίας όπως είναι το **σημείο**, το **ευθύγραμμο τμήμα**, η **ευθεία**, οι **παράλληλες** και οι **κάθετες ευθείες** και η **γωνία**.

Η Ενότητα αυτή της Γεωμετρίας μπορεί –και μάλιστα είναι σκόπιμο– να δουλευτεί από τα παιδιά παράλληλα με την προηγούμενη Ενότητα που αναφέρεται στην Άλγεβρα και σε προβλήματα λογικής και μαθηματικής σκέψης. Ακριβώς δηλαδή όπως κάποτε διδασκόταν το μάθημα της Γεωμετρίας στα σχολεία: παράλληλα με την Άλγεβρα, σαν ξεχωριστό μάθημα. Σε οποιαδήποτε τάξη και αν φοιτά το παιδί, είναι απαραίτητο να ξεκινήσει την Ενότητα της Γεωμετρίας από την αρχή. Από τις βασικές έννοιες δηλαδή, από τις οποίες πρέπει να ξεκινά ο καθένας –είτε παιδί είτε ενήλικος, είτε μαθητής είτε φοιτητής– που θέλει να έρθει σε επαφή με τη Γεωμετρία, να μάθει Γεωμετρία και να γνωρίσει τη γοητεία της. Το πόσο γρήγορα θα προχωρήσει το παιδί δεν μας ενδιαφέρει τόσο όσο το να κατανοεί το κάθε κεφάλαιο και τις ασκήσεις και δραστηριότητες που αυτό περιλαμβάνει.

Τα κεφάλαια 12 -29 (που περιλαμβάνονται στην Ενότητα της Γεωμετρίας) απευθύνονται σε οποιονδήποτε θέλει να μάθει Γεωμετρία και είναι πάνω από 8 ετών. Είναι όμως σημαντικό να δουλεύουν αυτά τα κεφάλαια με τη σειρά.

Τα κεφάλαια 30, 31 και 32, δηλαδή τα τρία τελευταία κεφάλαια της Ενότητας της Γεωμετρίας, απευθύνονται σε παιδιά Ε΄ και Στ΄ Δημοτικού (και πάνω) – και με την προϋπόθεση βέβαια ότι θα δουλέψουν πρώτα τα προηγούμενα κεφάλαια.

Ενότητα Δ

Η Ενότητα Δ περιλαμβάνει τα κεφάλαια 33, 34 και 35 που είναι και τα τελευταία του βιβλίου. Το κεφάλαιο 33 –όπως και το μαθηματικό «μαγικό παιχνίδι» που περιλαμβάνει– ενδιαφέρει εξίσου τόσο τα παιδιά που φοιτούν στη Γ΄ και Δ΄ Δημοτικού όσο και τα μεγαλύτερα παιδιά, των δύο τελευταίων τάξεων του Δημοτικού. Τα άλλα δύο κεφάλαια της Ενότητας Δ θα γίνουν καλύτερα κατανοητά από παιδιά Ε΄ και Στ΄ Δημοτικού, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι δεν αξίζει τον κόπο να «τους ρίξουν μια ματιά» και τα μικρότερα παιδιά.

Παράρτημα

Στο παράρτημα θα βρείτε τις λύσεις των προβλημάτων και τις απαντήσεις στις ερωτήσεις. Μην ενθαρρύνετε το παιδί να το χρησιμοποιεί σαν «βοήθημα». Στο παράρτημα πρέπει να ανατρέχουμε μόνο για να ελέγχουμε τις λύσεις που έχουν δώσει μόνο τους τα παιδιά.

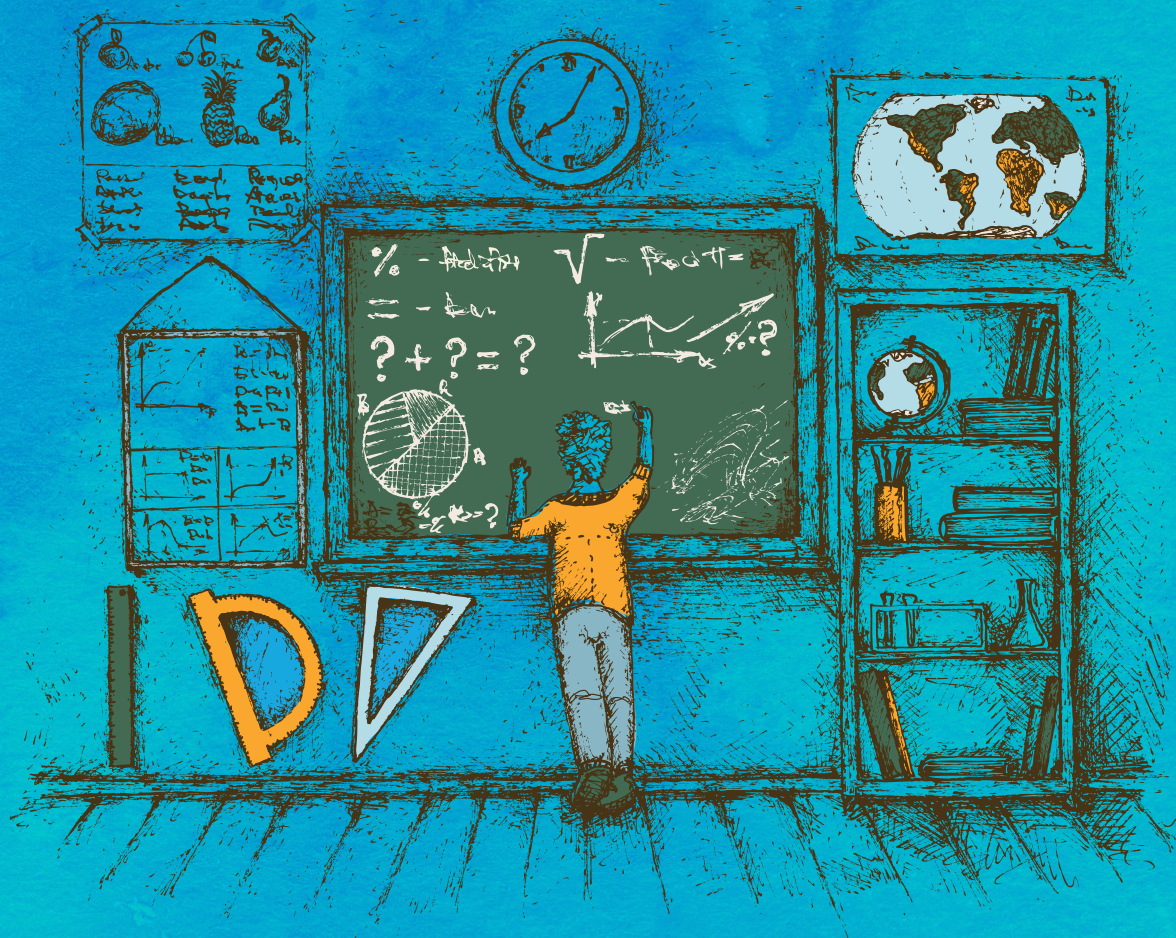


ΕΙΣΑΓΩΓΗ (για τα παιδιά)

Αλήθεια, σου αρέσουν τα **μαθηματικά**;

Αν ναι, δεν μένει παρά να σου ευχηθώ να το διασκεδάσεις με την ψυχή σου το βιβλίο αυτό. Σε καλεί να κάνεις μαζί του ένα ταξίδι στον γοητευτικό κόσμο των μαθηματικών που όσο καλά κι αν τον γνωρίζεις πάντοτε έχει για εσένα όμορφες εκπλήξεις! Σίγουρα θα χαρείς να γνωρίσεις τον ντετέκτιβ Μαθ Κλουρζό και μια παρέα παιδιών που έζησαν και ανακάλυψαν τη γεωμετρία εννέα χιλιάδες χρόνια πριν, στην εποχή που ονομάζουμε **νεολιθική**.

Αν πάλι δεν σου αρέσουν, ίσως έφτασε η στιγμή να τους δώσεις μία ακόμη ευκαιρία. Έλα να κάνουμε ένα ταξίδι σε έναν κόσμο γεμάτο αριθμούς και σπαζοκεφαλιές και παιχνίδια λογικής που μπορεί να σου φανεί ξαφνικά πολύ πιο γοητευτικός απ' όσο είχες ποτέ σου φανταστεί. Πάμε να γνωρίσουμε μαζί αρχαίους και σύγχρονους μαθηματικούς, πρωτότυπα προβλήματα, αλλά και τον ντετέκτιβ Μαθ Κλουρζό που έχει τη δική του άποψη για τη λογική σκέψη, και τις δύο παράξενες αδελφές, την κυρία Αλήθεια και την κυρία Ψέμα, και μετά να ταξιδέψουμε διανύοντας έτη φωτός... Αλήθεια, σκέφτηκες ποτέ σου ποια μπορεί να είναι η μεγαλύτερη χρονομηχανή που υπάρχει (ναι, υπάρχει!) στον κόσμο; Αλλά αυτό θα το αφήσουμε για το τέλος. Ας μην προτρέχουμε. Ξεκινάμε;





ΕΝΟΤΗΤΑ Α: ΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Η έννοια και η γραφή των αριθμών

Η λέξη «**αριθμός**» προέρχεται από το αρχαίο ελληνικό ρήμα «**άρω**» (που το συναντούμε και ως «αραρίσκω») το οποίο σημαίνει «συναρμώζω», δηλαδή «συνδέω αρμονικά, ταιριαστά». Από την ίδια ρίζα προέρχεται και η λέξη «αρμονία».

Κάθε αριθμός αντιστοιχεί σε ένα σύνολο από πράγματα του ίδιου είδους, όμως ο ίδιος ο αριθμός δεν είναι ένα πράγμα. Μπορούμε επίσης να πούμε: κάθε αριθμός αντιστοιχεί σε ένα σύνολο μονάδων.

Η **μονάδα** είναι ο αριθμός 1 (ένα). Έτσι, δύο μονάδες είναι ο αριθμός 2 (δύο). Οι 150 μονάδες είναι ο αριθμός 150 (εκατόν πενήντα) και οι 28756 μονάδες είναι ο αριθμός 28756 (είκοσι οκτώ χιλιάδες επτακόσια πενήντα έξι). Και πάει λέγοντας...

Φυσικοί αριθμοί είναι όλοι οι ακέραιοι («ολόκληροι») αριθμοί από το μηδέν και πάνω: 0, 1, 2, 3, 4, ... 9999, 10000, ... και μέχρι το άπειρο. Κάθε φυσικός αριθμός –εκτός από το μηδέν– προκύπτει αν προσθέσουμε τη μονάδα στον προηγούμενό του: $1 + 1 = 2$, $2 + 1 = 3$, $3 + 1 = 4$, ... $1000 + 1 = 1001$ και μέχρι το άπειρο. Η αλήθεια είναι πως δεν συμφωνούν μεταξύ τους όλοι οι μαθηματικοί αν πρέπει να συμπεριλάβουμε το μηδέν στους φυσικούς αριθμούς ή όχι!

Κλάσματα είναι οι αριθμοί που έχουν αυτή τη μορφή: $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{17}{25}$, και ούτω καθεξής. Ένα κλάσμα αποτελεί μέρος πράγματος ή ομάδας πραγμάτων. Ο αριθμός επάνω από τη γραμμή ονομάζεται **αριθμητής** και ο αριθμός κάτω από τη γραμμή ονομάζεται **παρονομαστής**. Στην πραγματικότητα, κάθε κλάσμα είναι μία **διαίρεση** με διαιρετέο τον αριθμητή και διαιρέτη τον παρονομαστή. Έτσι, όταν σε ένα κλάσμα ο αριθμητής και ο παρονομαστής είναι ίσοι, τότε το κλάσμα είναι ίσο με τη μονάδα: $\frac{3}{3} = 3 \div 3 = 1$, και με τον ίδιο τρόπο: $\frac{15}{15} = 1$, $\frac{1234598}{1234598} = 1$, και ούτω καθεξής.

Οι φυσικοί αριθμοί χωρίζονται σε άρτιους (ζυγούς) και σε περιττούς (μονούς).

Άρτιοι είναι όσοι αριθμοί διαιρούνται ακριβώς διά του δύο, δηλαδή: το 2, το 4, το 6, το 8, το 10 και όλοι οι αριθμοί που τελειώνουν σε: 2, 4, 6, 8, και 0. Οι **άρτιοι** αριθμοί λέγονται επίσης **ζυγοί** αριθμοί.

Περιττοί είναι όσοι αριθμοί δεν διαιρούνται ακριβώς διά του δύο, δηλαδή: το 1, το 3, το 5, το 7, το 9 και όλοι οι αριθμοί που τελειώνουν σε: 1, 3, 5, 7, 9. Οι **περιττοί** αριθμοί λέγονται επίσης **μονοί** αριθμοί.

Οι αριθμοί, όπως και οι λέξεις, είναι **απαραίτητοι** για να μπορούμε **να σκεφτούμε**. Και όταν λέμε «να σκεφτούμε», δεν εννοούμε απλώς να υπολογίσουμε, για παράδειγμα, πόσα ρέστα θα πάρουμε αν δώσουμε ένα χαρτονόμισμα των 10 ευρώ για να αγοράσουμε μια μπάλα που κοστίζει 7 ευρώ, αλλά και για να σκεφτούμε και να καταλάβουμε τον ίδιο τον κόσμο μέσα στον οποίο ζούμε. Όταν βλέπεις απέναντί σου τη Στελλίνα και τον Δημήτρη που είναι στην ίδια τάξη με σένα, γνωρίζεις ότι η Στελλίνα και ο Δημήτρης ανήκουν σε μια κοινή κατηγορία, στην κατηγορία που περιγράφουμε με τη λέξη: «παιδί». Δεν έχεις όμως απέναντί σου **ένα** παιδί αλλά **δύο**. Χωρίς τους αριθμούς, θα έλεγες απλώς «παιδί», είτε επρόκειτο μόνο για τον εαυτό

σου, είτε επρόκειτο για τη Στελλίνα, τον Δημήτρη και σένα, ή ακόμη και αν επρόκειτο για το σύνολο των συμμαθητών και συμμαθητριών σου. Σε αυτή την περίπτωση όμως, η γνώση σου σχετικά με τον κόσμο δεν θα ήταν ολοκληρωμένη.

Επειδή, λοιπόν, χρειαζόμαστε τους αριθμούς για να καταλάβουμε τον κόσμο, μόλις ο άνθρωπος επινόησε έναν τρόπο να γράφει τα ονόματα των πραγμάτων (τις λέξεις), επινόησε και έναν τρόπο γραφής των αριθμών. Όλες οι γραφές, ακόμη και οι πιο αρχαίες, διαθέτουν και έναν τρόπο γραφής των αριθμών.

Μία από τις αρχαιότερες ελληνικές γραφές, **η Γραμμική Β**, είχε ένα ολοκληρωμένο σύστημα γραφής και των αριθμών. Να πώς συμβολίζονται στη Γραμμική Β οι μονάδες, οι δεκάδες, οι εκατοντάδες και οι χιλιάδες:

μονάδες: **Ι**

δεκάδες: **—**

εκατοντάδες: **Ο**

χιλιάδες: **Ϝ**

Έχουμε το επίσης ελληνικό, αλλά βέβαια μεταγενέστερο, σύστημα αρίθμησης με τα γράμματα του ελληνικού αλφαβήτου. Να το **ελληνικό** σύστημα μέχρι το 10:

$\alpha = 1$

$\beta = 2$

$\gamma = 3$

$\delta = 4$

$\epsilon = 5$

στ. ή ς = 6

$\zeta = 7$

$\eta = 8$

$\theta = 9$

$\iota = 10$

Θα παρατήρησες ότι ανάμεσα στο ε και το ζ παρεμβάλλεται το στ ή το ς, το οποίο συμβολίζει τον αριθμό 6. Αυτό συμβαίνει επειδή στην αρχαιότητα ο αριθμός 6 συμβολιζόταν με ένα γράμμα του ελληνικού αλφαβήτου που δεν υπάρχει στο νέο ελληνικό αλφάβητο, το **δίγαμμα: Γ**. Έχουμε και το λατινικό σύστημα αρίθμησης. Να το **λατινικό** σύστημα μέχρι το 10:

I = 1

II = 2

III = 3

IV = 4

V = 5

VI = 6

VII = 7

VIII = 8

IX = 9

X = 10

Παρόλο που και οι ελληνικοί και οι λατινικοί αριθμοί εξακολουθούν να χρησιμοποιούνται σε κάποιες περιπτώσεις, σήμερα χρησιμοποιούμε κυρίως τα αριθμητικά ψηφία 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 με τα οποία μπορούμε να γράψουμε οποιονδήποτε αριθμό.

Τα ψηφία αυτά είναι δέκα, και γι' αυτόν το λόγο αυτός ο τρόπος αρίθμησης ονομάζεται **δεκαδικό σύστημα**.

Σε έναν μονοψήφιο αριθμό (δηλαδή σε έναν αριθμό που γράφεται με ένα ψηφίο), το ψηφίο δηλώνει πάντοτε μονάδες.

Όταν ο αριθμός γράφεται με περισσότερα από ένα ψηφία, τότε το ψηφίο που βρίσκεται στην τελευταία θέση δηλώνει πάντοτε τις μονάδες. Το ψηφίο που βρίσκεται ακριβώς δίπλα προς τα αριστερά από το ψηφίο των μονάδων, είναι αυτό που δηλώνει τις δεκάδες. Το ψηφίο που βρίσκεται ακριβώς δίπλα και προς τα αριστερά από το ψηφίο των δεκάδων είναι αυτό που δηλώνει τις εκατοντάδες. Το ψηφίο που βρίσκεται ακριβώς δίπλα και στα αριστερά από το ψηφίο των εκατοντάδων είναι αυτό που δηλώνει τις χιλιάδες. Και πάει λέγοντας, με τις δεκάδες χιλιάδες, τις εκατοντάδες χιλιάδες, τα εκατομμύρια, κ.λπ.

Μπορείς τώρα να διαβάσεις τους παρακάτω αριθμούς;

12, 21, 95, 100, 111, 548, 709, 1000, 2000, 1100, 2500, 10000, 21500

Μπορείς να γράψεις με αριθμητικά ψηφία τους αριθμούς;

δεκατέσσερα _____

εβδομήντα εννέα _____

ογδόντα πέντε _____

εκατόν είκοσι τρία _____

εξακόσια τριάντα δύο _____

χίλια εκατόν πενήντα πέντε _____

πενήντα χιλιάδες _____

πενήντα πέντε χιλιάδες πεντακόσια πενήντα πέντε _____

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Ο Πυθαγόρας και οι αριθμοί

Ο **Πυθαγόρας** ήταν Έλληνας φιλόσοφος και μαθηματικός που γεννήθηκε πριν από περίπου δύο χιλιάδες εξακόσια χρόνια, μάλλον στο νησί **Σάμος**. Για τη ζωή του γνωρίζουμε λίγα στοιχεία. Το σίγουρο όμως είναι πως υπήρξε ένας από τους θεμελιωτές των μαθηματικών όπως επίσης και της θεωρίας της μουσικής. Ο Πυθαγόρας ήταν ένας σοφός δάσκαλος και είχε πολλούς μαθητές.

Σύμφωνα με τον Πυθαγόρα και τους μαθητές του, οι αριθμοί είναι το πρώτο, το πρωταρχικό στοιχείο σε ολόκληρη τη Φύση! Ο Πυθαγόρας έλεγε ακόμη ότι από τη μονάδα, δηλαδή από τον αριθμό 1, φτιάχνουμε όλους τους υπόλοιπους αριθμούς ξεκινώντας από τη δυάδα (2). Δίδασκε στους μαθητές του ότι η δεκάδα, δηλαδή ο αριθμός 10, είναι ο τέλειος αριθμός, και αυτό για δύο λόγους: πρώτον, επειδή κλείνει μέσα του την ουσία όλων των αριθμών από το 1 ως το 9, και δεύτερον επειδή αν, αρχίζοντας από το 1, προσθέσουμε μεταξύ τους τους τέσσερις πρώτους αριθμούς στη σειρά (1, 2, 3, 4), παίρνουμε άθροισμα 10!

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

Και μελετώντας αστρονομία –που ήταν η αγαπημένη επιστήμη των αρχαίων Ελλήνων φιλοσόφων και μαθηματικών– ο Πυθαγόρας και οι μαθητές του έλεγαν ότι επειδή το **10** είναι ο τέλειος αριθμός (τέλειος σημαίνει «ολοκληρωμένος») το ηλιακό μας σύστημα πρέπει να έχει δέκα πλανήτες. Καθώς όμως μόνο 8 πλανήτες ήταν ορατοί, και με τη Γη γίνονταν εννέα, οι Πυθαγόρειοι κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι υπήρχε και ένας ακόμη πλανήτης ο οποίος δεν ήταν ορατός από τη **Γη** και τον ονόμασαν **Αντιγή!**

Ο ίδιος ο Πυθαγόρας ή ίσως κάποιοι από τους μαθητές του συνέλαβε και την ιδέα που έμεινε γνωστή ως «αρμονία των ουράνιων σφαιρών».

Μην ξεχνάς αυτό που είπαμε στην αρχή, ότι δηλαδή η ίδια η λέξη «αριθμός» έχει κοινή ρίζα με τη λέξη «αρμονία»!

Σύμφωνα με τη θεωρία της «αρμονίας των ουράνιων σφαιρών», οι αποστάσεις των πλανητών μεταξύ τους, όπως και οι ταχύτητες της κίνησής τους, είναι τόσο καλά εναρμονισμένες ώστε να παράγεται μέσα από αυτήν ακριβώς την κίνηση μία μουσική, μία μουσική που μπορούμε να την πούμε «κοσμική μουσική» ή «συμπαντική μουσική».

Δεν μπορούμε να πούμε με βεβαιότητα αν οι πλανήτες, έτσι καθώς κινούνται, παράγουν στ' αλήθεια μια μουσική συμφωνία. Ένα είναι το σίγουρο: Ο λόγος που ο Πυθαγόρας ασχολήθηκε με τους αριθμούς δεν ήταν για να υπολογίζει σωστά τα ρέστα του από τα ψώνια, αλλά ότι έβλεπε μέσα στους αριθμούς μια αληθινή ομορφιά που τον γοήτευε και έναν τρόπο να καταλάβει και να εξηγήσει τον ίδιο τον κόσμο.

Αν υποθέσουμε πως είχαν δίκιο ο Πυθαγόρας και οι μαθητές του να υποστηρίξουν ότι οι πλανήτες παράγουν μια μουσική με την κίνησή τους, πώς φαντάζεσαι ότι θα μπορούσε να μοιάζει αυτή η μουσική; Σαν ένα όμορφο ρεσιτάλ πιάνου; Σαν τη συμφωνία της χαράς του Μπετόβεν; Σαν μπαλάντα; Σαν σκληρό ροκ; Ή, τι άλλο; Γράψε λίγα λόγια σχετικά με αυτό που νομίζεις.
