

Πρόλογος

Κάπου εκεί έξω υπάρχει ένας μυστικός κόσμος· ένα κρυμμένο παράλληλο σύμπαν, παράξενα συνυφασμένο με το δικό μας, γεμάτο ομορφιά και κομψότητα. Είναι ο κόσμος των μαθηματικών. Για τους περισσότερους από εμάς παραμένει αόρατος. Αυτό το βιβλίο αποτελεί μια πρόσκληση για την ανακάλυψη αυτού του κόσμου.

Σκεφτείτε ετούτο το παράδοξο: από τη μια μεριά τα μαθηματικά είναι σφιχτά πλεγμένα μέσα στο υφαντό της καθημερινότητάς μας. Κάθε φορά που πραγματοποιούμε μια αγορά μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή, στέλνουμε κάποιο ηλεκτρονικό μήνυμα, κάνουμε μια αναζήτηση στο διαδίκτυο ή χρησιμοποιούμε μια συσκευή GPS, πίσω από τις ενέργειές μας κρύβεται ή ένας μαθηματικός τύπος ή κάποιος αλγόριθμος. Από την άλλη, οι περισσότεροι άνθρωποι νιώθουν δέος μπροστά στα μαθηματικά. Όπως λέει ο ποιητής Χανς Μάγκνους Εντσενσμπεργκερ, τα μαθηματικά αποτελούν «ένα τυφλό σημείο στον πολιτισμό μας – μια ξένη χώρα όπου μόνο η ελίτ, οι ελάχιστοι μυημένοι κατάφεραν να ενσωματωθούν». Είναι σπάνιο, λέει, «να συναντήσουμε κάποιον που να ομολογεί ανοικτά ότι ακόμα και η ιδέα της ανάγνωσης ενός μυθιστορήματος, της παρακολούθησης μιας κινηματογραφικής ταινίας ή του κοιτάγματος μιας εικόνας, του προκαλεί ανυπόφορη ενόχληση»· όμως «λογικοί, μορφωμένοι άνθρωποι» συχνά δηλώνουν, «μ' ένα αξιοπερίεργο μείγμα περιφρόνησης και υπερηφάνειας», ότι τα μαθηματικά αποτελούν «καθαρό βασανιστήριο» ή «εφιάλτη» που «τους ξενερώνει».

Πώς είναι δυνατή μια τέτοια αντίφαση; Βλέπω δύο κύριες αιτίες. Πρώτον, τα μαθηματικά είναι πιο αφηρημένα από άλλα αντικείμενα της γνώσης και συνεπώς πιο δυσπρόσιτα. Δεύτερον, στο σχολείο δεν ερχόμαστε σε επαφή παρά μόνο με ένα μικροσκοπικό τμήμα των μαθηματικών που το μεγαλύτερο μέρος του θεμελιώθηκε εδώ και πάνω από χίλια χρόνια. Από τότε, τα μαθηματικά έχουν προχωρήσει τρομακτικά· ωστόσο οι θησαυροί των μοντέρνων μαθηματικών παραμένουν, για τους περισσότερους από εμάς, κρυμμένοι.

Σκεφτείτε να υποχρεωνόσασταν στο σχολείο να παρακολουθήσετε ένα μάθημα καλλιτεχνικών στο οποίο θα σας δίδασκαν μόνο πώς να βάψετε ένα φράχτη. Σκεφτείτε να μη σας έδειχναν ποτέ τους πίνακες του Λεονάρντο Ντα Βίντσι ή του Πικάσο. Θα σας βοηθούσε αυτό το μάθημα να εκτιμήσετε την τέχνη; Θα σας έκανε να θελήσετε να μάθετε περισσότερα; Αμφιβάλλω. Κατά πάσα πιθανότητα θα λέγατε κάτι τέτοιο: «Το μάθημα των καλλιτεχνικών στο σχολείο ήταν χάσιμο χρόνου. Ποτέ δεν θα μου χρειαστεί να βάψω μόνος μου το φράχτη μου. Θα προσλάβω κάποιον να μου τον βάψει». Φυσικά κάτι τέτοιο ακούγεται γελοίο, έτσι όμως έχουν τα πράγματα. Έτσι διδάσκονται τα μαθηματικά στο σχολείο, οπότε στα μάτια των περισσότερων από εμάς ισοδυναμούν με το να κάθεται και να παρακολουθείς την μπογιά να στεγνώνει. Ενώ όμως οι πίνακες των μεγάλων ζωγράφων είναι άμεσα προσβάσιμοι, τα μαθηματικά των κορυφαίων μετρ της επιστήμης παραμένουν διπλοκλειδωμένα.

Ωστόσο, δεν είναι μόνο η αισθητική τελειότητα των μαθηματικών που συναρπάζει. Όπως είχε πει ο Γαλιλαίος, «οι νόμοι της φύσης είναι γραμμένοι στη γλώσσα των μαθηματικών». Τα μαθηματικά είναι ένας τρόπος να περιγράψεις την πραγματικότητα και να κατανοήσεις πώς λειτουργεί ο κόσμος. Αποτελούν μια οικουμενική γλώσσα που έχει εξελιχθεί στο χρυσό πρότυπο της αλήθειας. Στον κόσμο μας, που βασίζεται όλο και περισσότερο στην επιστήμη και την τεχνολογία, τα μαθηματικά εξελίσσονται όλο και περισσότερο σε πηγή δύναμης, πλούτου και προόδου. Συνεπώς, όσοι έχουν άνεση με αυτή τη νέα γλώσσα θα βρίσκονται στην αιχμή του δόρατος της προόδου.

Μια από τις πιο συνηθισμένες παρανοήσεις σχετικά με τα μαθηματικά είναι πως μπορούν να χρησιμοποιηθούν μόνο ως «εργαλειοθήκη»: ένας βιολόγος, για παράδειγμα, θα κάνει κάποια έρευνα πεδίου, θα συλλέξει δεδομένα και στη συνέχεια θα επιχειρήσει (ενδεχομένως ζητώντας και τη βοήθεια κάποιου μαθηματικού) να δημιουργήσει ένα μαθηματικό μοντέλο που να ταιριάζει σε αυτά τα δεδομένα. Παρόλο που και αυτός ο τρόπος εργασίας είναι σημαντικός, τα μαθηματικά είναι σε θέση να προσφέρουν *πολύ περισσότερα*. Μας δίνουν τη δυνατότητα να πραγματοποιήσουμε πρωτοποριακά, συχνά ανατρεπτικά, άλματα που θα ήταν αδύνατον να πραγματοποιηθούν διαφορετικά. Για παράδειγμα, ο Άλμπερτ Αϊνστάιν δεν κατανόησε ότι η βαρύτητα καμπυλώνει το χώρο, προσπαθώντας να ταιριάζει κάποια δεδομένα μέσα σε εξισώσεις. Στην πραγματικότητα δεν υπήρχαν τέτοια δεδομένα. Εκείνο τον καιρό, κανένας δεν μπορούσε καν να φανταστεί ότι ο χώρος μας είναι καμπυλωμένος: όλοι «γνώριζαν» ότι ο κόσμος μας είναι επίπεδος! Όμως ο Αϊνστάιν κατανόησε ότι αυτός ήταν ο μόνος τρόπος με τον οποίο θα

μπορούσε να γενικεύσει την ειδική θεωρία της σχετικότητας σε μη αδρανειακά συστήματα, σε συνδυασμό με την ιδέα του ότι η ταχύτητα και η επιτάχυνση θα πρέπει να έχουν και σε αυτά το ίδιο αποτέλεσμα. Ήταν μια υψηλού επιπέδου πνευματική άσκηση στο χώρο των μαθηματικών για την οποία ο Αϊνστάιν βασίστηκε στο έργο που είχε ολοκληρώσει πενήντα χρόνια νωρίτερα ένας μαθηματικός, ο Μπέρνχαρντ Ρίμαν. Ο ανθρώπινος εγκέφαλος είναι έτσι δομημένος που να αδυνατεί να φανταστεί καμπυλωμένους χώρους διάστασης μεγαλύτερης του 2. Μπορεί μόνο να έχει πρόσβαση σε αυτούς μέσω των μαθηματικών. Και φανταστείτε! Ο Αϊνστάιν είχε δίκιο – το σύμπαν μας είναι καμπυλωμένο και περαιτέρω, διαστέλλεται. Να σε ποια ισχύ των μαθηματικών αναφέρομαι.

Υπάρχουν πολλά ανάλογα παραδείγματα, όχι μόνο στη φυσική, αλλά και σε πολλούς ακόμη τομείς της επιστήμης (κάποια από αυτά θα τα παρουσιάσω παρακάτω). Η ιστορία δείχνει ότι η επιστήμη και η τεχνολογία μετασχηματίζονται μέσω των μαθηματικών με πολύ γοργό ρυθμό. Ακόμα, μαθηματικές θεωρίες που αρχικά θεωρούνταν αφηρημένες, αν όχι αποκρυφιστικές, έγιναν με το πέρασμα του χρόνου απαραίτητες σε πολλές εφαρμογές. Ο Κάρολος Δαρβίνος, που αρχικά το έργο του δεν βασίστηκε στα μαθηματικά, έγραψε αργότερα στην αυτοβιογραφία του: «Έχω μετανιώσει που δεν προσπάθησα αρκετά να κατανοήσω τουλάχιστον τις θεμελιώδεις αρχές των μαθηματικών, αφού όσοι κατέχουν αυτό το αντικείμενο μοιάζουν να διαθέτουν μια επιπλέον αίσθηση». Θεωρώ αυτή του τη σκέψη ως παραίνεση προς τις επόμενες γενιές να επενδύσουν στην τεράστια δυναμική των μαθηματικών.

Όταν ήμουν μικρός, δεν είχα καθόλου αντιληφθεί την ύπαρξη αυτού του κρυφού κόσμου των μαθηματικών. Όπως και οι περισσότεροι, θεωρούσα ότι τα μαθηματικά ήταν ένα αρτηριοσκληρωτικό, βαρετό αντικείμενο. Αλλά υπήρξα τυχερός: κατά την τελευταία μου χρονιά στο γυμνάσιο γνώρισα έναν επαγγελματία μαθηματικό που άνοιξε μπροστά στα μάτια μου τις πύλες για τον μαγικό κόσμο των μαθηματικών. Έμαθα ότι τα μαθηματικά παρουσιάζουν απεριόριστες δυνατότητες ενώ είναι γεμάτα κομψότητα και ομορφιά, όπως ακριβώς η ποίηση, οι εικαστικές τέχνες, η μουσική. Ερωτεύτηκα τα μαθηματικά.

Φίλε αναγνώστη, με αυτό το βιβλίο θέλω να κάνω για σένα ό,τι έκαναν για μένα οι δάσκαλοι και οι μέντορές μου: να ξεκλειδώσω τη δύναμη και την ομορφιά των μαθηματικών, και να δώσω σε σένα τη δυνατότητα να εισδύσεις σ' αυτό τον μαγικό κόσμο με τον ίδιο τρόπο που έκανα κι εγώ, έστω και αν είσαι από αυτούς τους ανθρώπους που δεν έχουν ποτέ χρησιμοποιήσει τις λέξεις «μαθηματικά» και «έρωτας» στην ίδια πρόταση. Τα μαθηματικά θα διαπεράσουν

το δέρμα σου όπως διαπέρασαν και το δικό μου, κι η κοσμοθεωρία σου δεν θα είναι πια ποτέ η ίδια.

* * *

Η μαθηματική γνώση διαφέρει από οποιαδήποτε άλλη γνώση. Ενώ η αντίληψή μας για τον φυσικό κόσμο είναι δυνατό να διαστρεβλωθεί, αυτό είναι αδύνατο να συμβεί στις αντιλήψεις μας σχετικά με τις μαθηματικές αλήθειες. Είναι αντικειμενικές, διαρκείς, αναγκαίες αλήθειες. Ένας μαθηματικός τύπος ή ένα θεώρημα σημαίνουν το ίδιο για οποιονδήποτε και οπουδήποτε – ανεξάρτητα από το φύλο, τη θρησκεία ή το χρώμα του δέρματος· και θα εξακολουθήσουν να σημαίνουν το ίδιο ύστερα από χίλια χρόνια. Και αυτό που είναι επίσης εκπληκτικό είναι ότι ανήκουν σε όλους μας. Κανείς δεν μπορεί να κατοχυρώσει έναν μαθηματικό τύπο, είναι ιδιοκτησία όλων μας, για να τον μοιραζόμαστε. Τίποτα σε αυτό τον κόσμο δεν είναι τόσο βαθύ και εξαισίο αλλά και τόσο άμεσα διαθέσιμο σε όλους. Το ότι μια τέτοια δεξαμενή γνώσης υφίσταται πραγματικά, είναι σχεδόν απίστευτο. Είναι εξαιρετικά πολύτιμη για να εγκαταλειφθεί στα χέρια των «ολίγων μνημόνων»· είναι η κοινή μας περιουσία.

Μία από τις κομβικές λειτουργίες των μαθηματικών είναι η διάταξη της πληροφορίας. Αυτό ξεχωρίζει τις πινελιές του Βαν Γκογκ από τις απλές κηλίδες μπογιάς. Με την εφεύρεση της τρισδιάστατης εκτύπωσης, η πραγματικότητα, όπως την έχουμε συνηθίσει, υφίσταται έναν ριζικό μετασχηματισμό: όλα μετατοπίζονται από τη σφαίρα των φυσικών αντικειμένων σε αυτήν των πληροφοριών και των δεδομένων. Σύντομα θα είμαστε σε θέση να μετατρέπουμε την πληροφορία σε ύλη όποτε το επιθυμούμε, χρησιμοποιώντας τους τρισδιάστατους εκτυπωτές με την ίδια ευκολία που σήμερα μπορούμε να μετατρέψουμε ένα αρχείο PDF σε βιβλίο ή ένα αρχείο MP3 σε μουσική. Σ' αυτό τον θαυμαστό καινούργιο κόσμο, ο ρόλος των μαθηματικών θα γίνει ακόμη πιο καθοριστικός: ως μέσο οργάνωσης και διάταξης της πληροφορίας και ως μέσο διευκόλυνσης της μετατροπής των πληροφοριών σε φυσική πραγματικότητα.

Σε αυτό το βιβλίο, θα παρουσιάσω μια από τις σημαντικότερες ιδέες που εμφανίστηκαν στα μαθηματικά τα τελευταία πενήντα χρόνια: το Πρόγραμμα Λάνγκλαντς, που θεωρείται από πολλούς ως η Μεγάλη Ενοποιημένη Θεωρία των μαθηματικών. Είναι μια συναρπαστική θεωρία που υφαίνει έναν ιστό από προκλητικές διασυνδέσεις μεταξύ μαθηματικών πεδίων τα οποία εκ πρώτης όψεως μοιάζουν να απέχουν έτη φωτός μακριά: άλγεβρα, γεωμετρία, θεωρία αριθμών, ανάλυση και κβαντική φυσική. Αν φανταστούμε αυτούς τους τομείς σαν ηπείρους στον κρυμμένο κόσμο των μαθηματικών, τότε το Πρόγραμμα Λάνγκλαντς είναι η

υπέρτατη συσκευή τηλεμεταφοράς, που είναι ικανή να μας πάει και να μας φέρει στη στιγμή από τη μία ήπειρο στην άλλη.

Ο Ρόμπερτ Λάνγκλαντς, ο μαθηματικός που χρησιμοποιεί σήμερα το γραφείο του Άλμπερτ Αϊνστάιν στο Ινστιτούτο Προχωρημένων Μελετών στο Πρίνστον, παρουσίασε για πρώτη φορά το πρόγραμμα που φέρει το όνομά του στα τέλη της δεκαετίας του 1960. Οι ρίζες του προγράμματος βρίσκονται σε μια πρωτοποριακή μαθηματική θεωρία της συμμετρίας, τα θεμέλια της οποίας είχαν τεθεί πριν από δυο αιώνες, από έναν ιδιοφυή Γάλλο που σκοτώθηκε σε μονομαχία σε ηλικία μόλις είκοσι ετών. Στη συνέχεια εμπλουτίστηκε από μια άλλη εντυπωσιακή ανακάλυψη, που δεν οδήγησε μόνο στην απόδειξη του Τελευταίου Θεωρήματος του Φερμά, αλλά έφερε και την επανάσταση στον τρόπο με τον οποίο αντιμετωπίζουμε τους αριθμούς και τις εξισώσεις. Μια ακόμη διεισδυτική ιδέα ήταν ότι τα μαθηματικά έχουν τη δική τους Λίθο της Ροζέττας που βρίσκεται από αναλογίες και μεταφορές. Αν ακολουθήσουμε αυτές τις αναλογίες, σαν να εξερευνούμε άγνωστα ποτάμια στη μαγεμένη χώρα των μαθηματικών, θα δούμε τις ιδέες του Προγράμματος Λάνγκλαντς να διαχέονται στον κόσμο της γεωμετρίας και της κβαντικής φυσικής γεννώντας τάξη και αρμονία μέσα από ένα φαινομενικό χάος.

Θέλω να σας μιλήσω για όλα αυτά για να σας δείξω πλευρές των μαθηματικών που σπάνια έχετε την ευκαιρία να δείτε: έμπνευση, βαθιές ιδέες, εντυπωσιακές αποκαλύψεις. Τα μαθηματικά είναι ένας τρόπος να σπάσει κανείς τα φράγματα του συμβατικού, είναι μια έκφραση της αχαλίνωτης φαντασίας στην αναζήτηση της αλήθειας. Ο Γκέοργκ Κάντορ, έμπνευστής της θεωρίας του απείρου, έγραψε: «Η ουσία των μαθηματικών έγκειται στην ελευθερία τους». Τα μαθηματικά μάς διδάσκουν πώς να αναλύουμε αυστηρά την πραγματικότητα, να μελετούμε τα στοιχεία και να τα ακολουθούμε οπουδήποτε και αν μας οδηγούν. Μας απελευθερώνουν από τους δογματισμούς και τις προκαταλήψεις, και καλλιεργούν την ικανότητά μας να καινοτομούμε. Έτσι μας παρέχουν τα εργαλεία για να υπερβούμε και το ίδιο το αντικείμενο.

Αυτά τα εργαλεία μπορούν να χρησιμοποιηθούν για το καλό ή για το κακό, κι έτσι είμαστε υποχρεωμένοι να λάβουμε υπόψη μας τις επιπτώσεις τους στον πραγματικό κόσμο. Για παράδειγμα, η παγκόσμια οικονομική κρίση προκλήθηκε σε μεγάλο βαθμό από την ευρεία χρήση ακατάλληλων μαθηματικών μοντέλων στις αγορές της οικονομίας. Πολλοί από αυτούς που έχουν τη δυνατότητα λήψης αποφάσεων δεν κατανοούσαν πλήρως αυτά τα μοντέλα, λόγω του μαθηματικού αναλφαριθμητισμού τους. Παρόλα αυτά τα χρησιμοποιούσαν αλαζονικά –ωθούμενοι από την απληστία τους– μέχρι που αυτή η πρακτική τίναξε ολόκληρο σχεδόν το σύστημα στον αέρα. Ωφελούνταν αθέμιτα από την ασύμμετρη πρόσβαση στην

πληροφορία ελπίζοντας ότι κανένας δεν θα αντιλαμβανόταν την μπλόφα τους, επειδή ούτε και οι άλλοι ήταν διατεθειμένοι να ρωτήσουν πώς λειτουργούσαν αυτά τα μαθηματικά μοντέλα. Ίσως, αν περισσότεροι άνθρωποι κατανοούσαν τη λειτουργία αυτών των μοντέλων, το πώς πραγματικά λειτουργούσε το σύστημα, δεν θα είχαμε εξαπατηθεί για τόσο μεγάλο διάστημα.

Ας δούμε άλλο ένα παράδειγμα: το 1996, μια επιτροπή που είχε οριστεί από την κυβέρνηση των ΗΠΑ, σε μια μυστική συνάντηση, άλλαξε έναν μαθηματικό τύπο για τον υπολογισμό του Δείκτη Τιμών Καταναλωτή. Ήταν ο τύπος που μετρά τον πληθωρισμό και καθορίζει τις φορολογικές κλίμακες, την κοινωνική ασφάλιση, την ιατρική φροντίδα και άλλες συναρτημένες πληρωμές. Αυτό έπληξε δεκάδες εκατομμυρίων Αμερικανών. Ωστόσο η δημόσια συζήτηση σχετικά με τον νέο μαθηματικό τύπο και τις συνέπειές του ήταν πολύ περιορισμένη. Και πρόσφατα έγινε ακόμη μια απόπειρα να χρησιμοποιηθεί αυτός ο σκοτεινός τύπος ως πισώπλατο χτύπημα για την οικονομία των ΗΠΑ.¹

Σε μια μαθηματικά εγγράμματα κοινωνία αυτού του είδους οι παρασκηνιακές συμφωνίες θα είχαν πολύ μικρότερες προοπτικές επιτυχίας. Μαθηματικά ίσον αυστηρότητα συν πνευματική ακεραιότητα επί τη χρήση αποκλειστικά πραγματικών δεδομένων. Θα πρέπει να έχουμε όλοι πρόσβαση στη μαθηματική γνώση και στα εργαλεία που απαιτούνται, για να προστατευθούμε από αυθαίρετες αποφάσεις που λαμβάνονται από τους ολίγους ισχυρούς μέσα σ' έναν κόσμο που βασίζεται όλο και περισσότερο στα μαθηματικά. Όπου δεν υπάρχουν μαθηματικά δεν υπάρχει ούτε ελευθερία.

* * *

Τα μαθηματικά αποτελούν τμήμα της πολιτιστικής μας κληρονομιάς, όπως και η τέχνη, η λογοτεχνία και η μουσική. Ως άνθρωποι, διψάμε να ανακαλύψουμε κάτι καινούργιο, να συλλάβουμε μια νέα έννοια, να κατανοήσουμε καλύτερα το σύμπαν και τη θέση μας σε αυτό. Δυστυχώς, δεν μπορούμε να ανακαλύψουμε μια νέα ήπειρο όπως ο Κολόμβος ή να είμαστε οι πρώτοι που θα πατήσουμε το πόδι μας στο φεγγάρι. Αν όμως σας έλεγα ότι δεν χρειάζεται να διασχίσετε έναν ωκεανό ή να πετάξετε στο διάστημα για να ανακαλύψετε τα θαύματα του κόσμου; Βρίσκονται εδώ ακριβώς, συνυφασμένα με την τρέχουσα πραγματικότητα. Κατά μία έννοια, βρίσκονται μέσα μας. Τα μαθηματικά κατευθύνουν τη ροή του σύμπαντος, κρύβονται πίσω από τις μορφές και τις καμπύλες του, κρατούν τα ηνία των πάντων, από τα μικροσκοπικά άτομα μέχρι τα μεγαλύτερα αστέρια.

Αυτό το βιβλίο είναι μια πρόσκληση σ' αυτό τον πλούσιο και συναρπαστικό κόσμο. Το έγραψα για αναγνώστες χωρίς ιδιαίτερες γνώσεις στα μαθηματικά. Αν

πιστεύετε ότι τα μαθηματικά είναι δύσκολα, ότι δεν θα τα καταλάβετε, αν σας τρομοκρατούν τα μαθηματικά αλλά ταυτόχρονα είστε περίεργοι να μάθετε αν υπάρχει κάτι που αξίζει τον κόπο να το ξέρετε – τότε αυτό το βιβλίο είναι γραμμένο για σας.

Μια κοινότοπη πλάνη είναι ότι για να εκτιμήσει κάποιος τα μαθηματικά πρέπει να τα μελετήσει επί χρόνια. Κάποιοι, μάλιστα, πιστεύουν ότι οι περισσότεροι άνθρωποι έχουν μια εγγενή μαθησιακή αναπηρία, όσον αφορά τα μαθηματικά. Διαφωνώ: οι περισσότεροι από εμάς έχουμε ακούσει και κατανοούμε στοιχειωδώς έννοιες όπως το ηλιακό σύστημα, τα άτομα και τα στοιχειώδη σωματίδια, η διπλή έλικα του DNA, και πολλά ακόμη, χωρίς να έχουμε υποχρεωτικά παρακολουθήσει μαθήματα φυσικής ή βιολογίας. Και κανείς δεν απορεί που αυτές οι περίπλοκες ιδέες αποτελούν μέρος της κουλτούρας μας, της συλλογικής μας συνείδησης. Με τον ίδιο τρόπο, ο καθένας μπορεί να κατανοήσει τις βασικές μαθηματικές έννοιες και ιδέες, αν του παρουσιαστούν με τον σωστό τρόπο. Για να γίνει αυτό, δεν είναι απαραίτητο να μελετήσει κανείς μαθηματικά επί χρόνια· σε πολλές περιπτώσεις, μπορούμε να πάμε κατευθείαν στην ουσία αποφεύγοντας τα κοπιώδη ενδιάμεσα βήματα.

Το πρόβλημα είναι το εξής: ενώ όλος ο κόσμος συζητά συχνά για τους πλανήτες, τα άτομα και το DNA, είναι πολύ πιθανό να μη σας έχει μιλήσει ποτέ κανείς για τις συναρπαστικές ιδέες των σύγχρονων μαθηματικών: για τις ομάδες συμμετρίας, τα νέα αριθμητικά συστήματα στα οποία 2 και 2 δεν κάνει πάντα 4 και τις ωραίες γεωμετρικές μορφές όπως είναι οι επιφάνειες Ρίμαν. Είναι σαν να σας δείχνει κάποιος ένα γατάκι και να σας λέει ότι έτσι μοιάζει και μια τίγρη. Όμως στην πραγματικότητα η τίγρη είναι ένα τελείως διαφορετικό ζώο. Θα σας τα παρουσιάσω σε όλο τους το μεγαλείο, και θα μπορέσετε να εκτιμήσετε την «τρομερή συμμετρία» τους, όπως το έθεσε εύγλωττα ο Γουίλιαμ Μπλέικ.*

Ας το ξεκαθαρίσουμε: η ανάγνωση αυτού του βιβλίου δεν θα σας κάνει από μόνη της μαθηματικό. Ούτε και υποστηρίζω ότι θα έπρεπε όλοι μας να γίνουμε μαθηματικοί. Δείτε το έτσι: μαθαίνοντας έναν μικρό αριθμό συγχροδίων θα μπορέσετε να παίζετε αρκετά τραγούδια στην κιθάρα. Δεν θα γίνετε ο καλύτερος κιθαριστής του κόσμου, αλλά θα εμπλουτίσετε τη ζωή σας. Σε αυτό το βιβλίο θα σας δείξω τις κρυμμένες συγχροδίες των σύγχρονων μαθηματικών. Και σας υπόσχομαι ότι αυτές θα εμπλουτίσουν τη ζωή σας.

Ένας από τους δασκάλους μου, ο μεγάλος Ίσραελ Γκέλφαντ, συνήθιζε να

* Από το ποίημα Η τίγρη του William Blake (1757-1827): Τίγρη, τίγρη, που καις λαμπρά στα / δάση της νύκτας. / Ποιο αθάνατο χέρι ή μάτι σχεδίασε / την τρομερή σου συμμετρία; (Σ.τ.Μ.)

λέει: «Οι άνθρωποι πιστεύουν ότι δεν καταλαβαίνουν τα μαθηματικά· όλα όμως εξαρτώνται από το πώς τους τα εξηγεί κανείς. Αν ρωτήσετε έναν μπεκρή ποιος αριθμός είναι μεγαλύτερος, το $2/3$ ή το $3/5$, δεν θα είναι σε θέση να απαντήσει. Αν όμως αναδιατυπώσετε το ερώτημα: τι είναι καλύτερο, 2 μπουκάλια βότκα για 3 άτομα ή 3 μπουκάλια βότκα για 5 άτομα, θα σας πει αμέσως: 2 μπουκάλια για 3 άτομα, φυσικά».

Στόχος μου είναι να σας εξηγήσω αυτά τα πράγματα με τρόπο που να τα καταλάβετε.

Θα αναφερθώ ακόμα στην εμπειρία μου να ανατραφώ στην πρώην Σοβιετική Ένωση, όπου τα μαθηματικά αποτέλεσαν μια όαση ελευθερίας μέσα σ' ένα καταπιεστικό καθεστώς. Μου αρνήθηκαν την εγγραφή στο Κρατικό Πανεπιστήμιο της Μόσχας, λόγω της πολιτικής των φυλετικών διακρίσεων στη Σοβιετική Ένωση. Μου βρόντηξαν τις πόρτες κατά πρόσωπο. Ήμουν ένας παρίας. Αλλά εγώ δεν τα παράτησα. Τρύπωνα λαθραία στο πανεπιστήμιο για να παρακολουθήσω διαλέξεις και σεμινάρια. Μελετούσα μόνος μου βιβλία μαθηματικών, μερικές φορές μέχρι αργά το βράδυ. Και στο τέλος, κατάφερα να νικήσω το σύστημα. Δεν μου επέτρεπαν να μπω από την μπροστινή πόρτα; Μπήκα από το παράθυρο. Όταν είσαι ερωτευμένος, ποιος μπορεί να σε σταματήσει;

Δύο λαμπροί μαθηματικοί με πήραν κάτω από τις φτερούγες τους και έγιναν οι μέντορές μου. Υπό την καθοδήγησή τους, άρχισα να κάνω μαθηματική έρευνα. Ήμουν ακόμη προπτυχιακός φοιτητής όταν άρχισα να εξερευνώ τα όρια του αγνώστου. Αυτή ήταν η πιο συναρπαστική περίοδος της ζωής μου, και το έκανα παρόλο που ήμουν βέβαιος ότι η πολιτική των διακρίσεων δεν θα επέτρεπε ποτέ να έχω μια θέση εργασίας ως μαθηματικός στη Σοβιετική Ένωση.

Υπήρξε όμως μια απροσδόκητη εξέλιξη: οι πρώτες μου μαθηματικές εργασίες διοχετεύθηκαν λαθραία στο εξωτερικό και έγιναν γνωστές. Έτσι, σε ηλικία είκοσι ενός ετών, δέχθηκα μια πρόσκληση να διδάξω στο Πανεπιστήμιο του Χάρβαρντ ως επισκέπτης καθηγητής. Ως εκ θαύματος, τον ίδιο καιρό η *περεστρόικα* στη Σοβιετική Ένωση ήρε το σιδηρούν παραπέτασμα, και οι πολίτες είχαν πια τη δυνατότητα να ταξιδέψουν στο εξωτερικό. Βρέθηκα λοιπόν καθηγητής του Χάρβαρντ, χωρίς διδακτορικό, παρακάμπτοντας για άλλη μια φορά τους κανόνες του συστήματος. Συνέχισα την ακαδημαϊκή μου πορεία, η οποία με οδήγησε να ερευνήσω στα όρια του Προγράμματος Λάνγκλαντς και μου έδωσε τη δυνατότητα να συμβάλω σε ορισμένες από τις πιο σημαντικές εξελίξεις στον τομέα αυτά τα τελευταία είκοσι χρόνια. Στη συνέχεια, θα περιγράψω τα θεαματικά αποτελέσματα που επιτεύχθηκαν από λαμπρούς επιστήμονες, καθώς και ό,τι συνέβη στο παρασκήνιο.

Αυτό το βιβλίο μιλά επίσης για τον έρωτα. Κάποτε, είχα ένα όραμα ενός μαθηματικού που ανακαλύπτει τον «τύπο του έρωτα» κι αυτό εξελίχθηκε σε μια κινηματογραφική ταινία με τίτλο *Τελετουργία του έρωτα και των μαθηματικών*, για την οποία θα μιλήσουμε αργότερα στο βιβλίο. Κάθε φορά που προβάλλεται η ταινία, βρίσκεται κάποιος να με ρωτήσει, «υπάρχει αλήθεια ένας μαθηματικός τύπος του έρωτα;».

Η απάντησή μου: «Κάθε τύπος που ανακαλύπτουμε είναι ένας τύπος του έρωτα». Τα μαθηματικά αποτελούν πηγή αιώνιας και βαθιάς γνώσης, που στοχεύει κατευθείαν στην καρδιά των πραγμάτων και μας ενώνει διασχίζοντας πολιτισμούς, ηπείρους και αιώνες. Το όνειρό μου είναι να μπορέσουμε όλοι μας να δούμε, να εκτιμήσουμε και να θαυμάσουμε τη μαγευτική ομορφιά και την εξαίση αρμονία που περικλείουν αυτές οι ιδέες, οι τύποι, οι εξισώσεις, και αυτό να δώσει πολύ μεγαλύτερο νόημα στην αγάπη μας για αυτό τον κόσμο και για τους ομοίους μας.