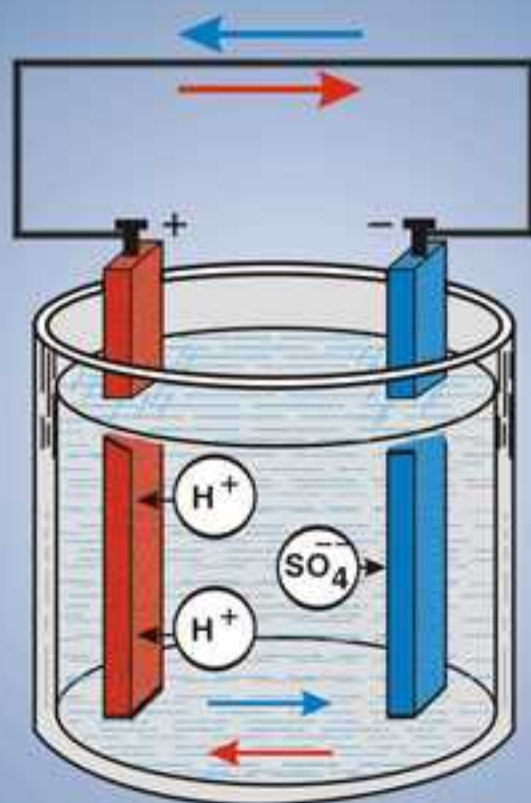


Δημήτρης Ρήγας

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΑ ΣΥΝΕΧΗ ΡΕΥΜΑΤΑ



*λυμένες και άλυτες ασκήσεις
& παραδείγματα*

Περιεχόμενα

Πρόλογος.....	9
Κεφάλαιο 1: Συνεχή ρεύματα.....	11
Κεφάλαιο 2: Λυμένες ασκήσεις.....	59
Κεφάλαιο 3: Παραδείγματα και ασκήσεις προς λύση	81
Κεφάλαιο 4: Συνδέσεις πηγών.....	99
Κεφάλαιο 5: Ενέργεια-ισχύς-έργο- ηλεκτρικού ρεύματος.....	113
Κεφάλαιο 6: Θερμικά αποτελέσματα ηλεκτρικού ρεύματος	141
Κεφάλαιο 7: Ηλεκτρική αντίσταση αγωγού	149
Κεφάλαιο 8: Ανάλυση κυκλωμάτων	163
Κεφάλαιο 9: Αμπερόμετρα-βολτόμετρα-ωμόμετρα-προστασία συσκευών	187
Κεφάλαιο 10: Συσσωρευτές.....	203
Κεφάλαιο 11: Ηλεκτρόλυση	213
Κεφάλαιο 12: Διάφορες ασκήσεις προς λύση.....	223
Κεφάλαιο 13: Μονάδες-σταθερές-μετατροπές μονάδων	235
Κεφάλαιο 14: Τυπολόγιο 1	251
Κεφάλαιο 15: Συστήματα μονάδων	257
Βιβλιογραφία	

Συνεχή ρεύματα

- 1.1 Δύο σφαίρες με φορτίο 2Cb έχουν τα κέντρα τους σε απόσταση 2m . Πόση είναι η δύναμη που αναπτύσσεται μεταξύ τους;

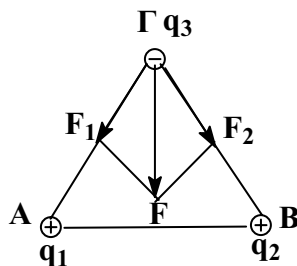
Λύση

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{\ell^2} . \text{Επειδή } \epsilon_0 = \frac{1}{36 \cdot \pi \cdot 10^9} = 8,85 \cdot 10^{-12} \approx 9 \cdot 10^{-12} \text{ προκύπτει}$$

$$F = \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \frac{2 \cdot 2}{2^2} = 9 \cdot 10^9 \text{ Nt}$$

- 1.2 Φορτία $q_1 = 10^{-6}\text{Cb}$, $q_2 = 10^{-6}\text{Cb}$ και $q_3 = -10^{-7}\text{Cb}$ είναι τοποθετημένα στις κορυφές ισοσκελούς τριγώνου πλευράς 10cm , όπως φαίνεται στο σχήμα. Ζητείται η δύναμη που ασκείται στο q_3 .

Λύση



Μεταξύ των φορτίων q_1 και q_3 , αν ήταν μόνα τους, θα υπήρχε μια δύναμη F_1 με κατεύθυνση αυτήν που δείχνει το σχήμα, δηλαδή

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{\ell^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-6} \cdot 10^{-7}}{0,1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-13}}{0,01} \quad (\text{γιατί } \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9)$$
$$= 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-11} = 9 \cdot 10^{-2} = 0,09 \text{ Nt}$$

Μεταξύ των φορτίων q_2 και q_3 αναπτύσσεται η δύναμη F_2 η οποία είναι

$$F_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-6} \cdot 10^{-7}}{0,1^2} = 0,09 \text{ Nt}$$

Άρα με τον κανόνα του παραλληλόγραμμου η συνισταμένη δύναμη F είναι

$$F = 2F_1 \cos 30 = 2F_1 \frac{\sqrt{3}}{2} = F_1 \sqrt{3} \approx 0,0062 \text{ Nt}$$

- 1.3 Κύκλωμα διαρρέεται από συνεχές ρεύμα 0,5Α. Πόσο φορτίο κυκλοφορεί σε 15min; Αν το ρεύμα γίνει 1Α πόσο φορτίο θα περάσει σε 1h;**

Λύση

$$Q = It = 0,5\text{A} \cdot 15\text{min} = 0,5 \cdot 15 \cdot 60\text{sec} = 0,5 \cdot 900\text{sec} = 450\text{Cb}$$

$$\text{Η } 1\text{h} \text{ είναι } 60 \cdot 60 = 3600\text{sec} \text{ άρα } Q = It = 1\text{A} \cdot 3600\text{sec} = 3600\text{Cb}$$

- 1.4 Πηγή ΗΕΔ $E=12\text{V}$ με εσωτερική αντίσταση $r=2\Omega$, τροφοδοτεί αντίσταση $R=10\Omega$. Πόσο είναι το ρεύμα του κυκλώματος και ποια η πολική τάση της πηγής;**

Λύση

$$\text{Το ρεύμα } I = \frac{E}{R+r} = \frac{12}{10+2} = 1\text{A}$$

Η πολική τάση $U = E - Ir = 12 - 1 \cdot 2 = 10\text{V}$, ενώ η πτώση τάσης στην πηγή είναι $Ir = 2 \cdot 1 = 2\text{V}$

- 1.5 Λαμπτήρας φωτισμού 25W εργάζεται σε δίκτυο 220V. Πόσο είναι το ρεύμα μέσα από αυτόν και πόση είναι η αντίστασή του;**

Λύση

$$\text{Η ισχύς του λαμπτήρα είναι } P = UI \text{ και } I = \frac{P}{U} = \frac{25}{220} = 0,113\text{A}$$

$$\text{Η αντίστασή του είναι } R = \frac{U}{I} = \frac{220}{0,113} = 1947\Omega$$

- 1.6 Χάλκινος αγωγός μήκους 3km έχει διάμετρο 4mm. Αν η ειδική αντίσταση του χαλκού είναι

$$\rho = 0,018 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}, \text{ πόση είναι η αντίστασή του;}$$

Λύση

Η επιφάνεια της διατομής του χαλκού είναι $s = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 4^2}{4} = 12,56 \text{ mm}^2$, άρα

$$\text{η αντίστασή του είναι } R = \frac{\rho \ell}{s} = \frac{0,018 \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1} \cdot 3000 \text{ m}}{12,56 \text{ mm}^2} = 4,3 \Omega$$

- 1.7 Πόσα μέτρα σύρματος χρωμιονικελίνης ($\rho=1,1 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$) διατομής $0,2 \text{ mm}^2$ πρέπει να κοπούν ώστε να κατασκευαστεί μια αντίσταση 50Ω .

Λύση

$$\text{Από τη σχέση } R = \frac{\rho \ell}{s}, \text{ προκύπτει } \ell = \frac{R s}{\rho} = \frac{50 \Omega \cdot 0,2 \text{ mm}^2}{1,1 \Omega \text{ mm}^2 / \text{m}} = 9,1 \text{ m}$$

- 1.8 Σε σιδηροπυρήνα διαμέτρου $D_1=2\text{cm}$ τυλίγεται πηνίο από χάλκινο σύρμα. Η εξωτερική διάμετρος του πηνίου είναι $D_2=4\text{cm}$. Η διάμετρος του σύρματος μετρήθηκε $d=0,9\text{mm}$. Στα άκρα του πηνίου εφαρμόζεται τάση 6V και μετρήθηκε ρεύμα 2A . Πόσες σπείρες έχει το πηνίο; (Ειδική αντίσταση χαλκού $0,018 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$).

Λύση

$$\text{Η αντίσταση του πηνίου είναι } R = \frac{U}{I} = \frac{6}{2} = 3 \Omega$$

$$\text{Η διατομή του σύρματος είναι } s = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14(0,9)^2}{4} = 0,635 \text{ mm}^2$$

$$\text{Η μέση διάμετρος του πηνίου είναι } D = \frac{D_1 + D_2}{2} = \frac{2 + 4}{2} = 3 \text{ cm} = 0,03 \text{ m}$$

Χρησιμοποιείται η μέση διάμετρος γιατί οι σπείρες του πηνίου έχουν μικρότερο μήκος στο εσωτερικό και μεγαλύτερο στο εξωτερικό του πηνίου.

Αν η είναι ο αριθμός των σπειρών και ℓ_μ το μέσο μήκος μιας σπείρας, τότε το τελικό μήκος μιας σπείρας του τυλίγματος είναι $\ell = \eta \ell_\mu$. Όμως το μέσο μήκος μιας σπείρας είναι $\ell_\mu = \pi D = 3,14 \cdot 0,03 = 0,0942 \text{ m}$ άρα το ολικό μήκος είναι $\ell = \eta \cdot 0,0942 \text{ m}$.

Από τη σχέση

$$R = \frac{\rho \ell}{s} \text{ προκύπτει ότι } 3\Omega = \frac{0,018 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \cdot 0,0942\eta}{0,635\text{mm}^2} \text{ και } \eta = 1124 \text{ σπείρες.}$$

- 1.9 Σε χάλκινο αγωγό μήκους 200m και διατομής 1,4mm², εφαρμόζεται τάση 6V. Να υπολογιστούν η αγωγιμότητα, το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό και την αντίστασή του. Η ειδική αγωγιμότητα του χαλκού είναι

$$\sigma = \frac{I}{\rho} = 56 \frac{\text{m}}{\Omega \text{ mm}^2}$$

Λύση

$$\text{Η αγωγιμότητα είναι } G = \frac{\sigma s}{\ell} = \frac{56 \cdot \frac{\text{m}}{\Omega \text{ mm}^2} \cdot 1,4\text{mm}^2}{200\text{m}} = 0,392 \text{ μω (1μω} = \frac{1}{\Omega} \text{)}$$

Με τάση $U=6\text{V}$ το ρεύμα είναι $I=GU=6 \cdot 0,392=2,352\text{A}$

$$\text{Η αντίσταση του σύρματος είναι } R = \frac{1}{G} = \frac{\ell}{\sigma \cdot s} = 2,55\Omega$$

$$\text{Το ρεύμα δίνεται από τη σχέση } I = \frac{U}{R} = \frac{6}{2,55} = 2,35\text{A}$$

- 1.10 Το τύλιγμα από χαλκό μιας γεννήτριας μετράται στη θερμοκρασία περιβάλλοντος ($\theta_1=25^\circ\text{C}$) και δίνει αντίσταση $R_1=96\Omega$. Η γεννήτρια λειτουργεί για μια ώρα και αναπτύσσεται στο τύλιγμά της θερμοκρασία $\theta_2=103,1^\circ\text{C}$, οπότε παρουσιάζει αντίσταση $R_2=126\Omega$. Ποιος είναι ο θερμικός συντελεστής α του χαλκού;

Λύση

Ο θερμικός συντελεστής α κάθε υλικού, είναι το μέγεθος εκείνο που δίνει τη μεταβολή της αντίστασης για μεταβολή κάθε Ω και κάθε βαθμού θερμοκρασίας. Το μέγεθος αυτό δεν είναι σταθερό και αυξάνει (θετικός συντελεστής) ή μικραίνει (αρνητικός συντελεστής) με την αύξηση της θερμοκρασίας.

Η σχέση που δίνει την αντίσταση ενός υλικού για διαφορετικές θερμοκρασίες είναι

$$R_2=R_1[1+\alpha(\theta_2-\theta_1)] \text{ και ο συντελεστής θερμοκρασίας είναι } \alpha = \frac{R_2-R_1}{R_1 \cdot (\theta_2-\theta_1)}$$

$$\text{άρα } \alpha = \frac{126-96}{96 \cdot (103,1-25)} = \frac{30}{96 \cdot 78,1} = 0,004$$

Σημείωση:

Κατά τον ίδιο τρόπο μεταβάλλεται και η ειδική αντίσταση ενός υλικού, δηλαδή

$$\rho_2 = \rho_1 [1 - \alpha(\theta_2 - \theta_1)]$$

- 1.11** Λαμπτήρας φωτισμού 60W (75W) λειτουργεί για μια ώρα. Πόση θερμοκρασία αποδίδει στο περιβάλλον; Αν ο λαμπτήρας είναι βυθισμένος σε δοχείο νερού διαστάσεων 20cmx20cmx20cm, πόσο θ' ανέβει η θερμοκρασία του νερού;

Λύση

Η θερμοκρασία που αποδίδει ο λαμπτήρας φωτισμού είναι:

$$\Theta = 0,000239Pt \text{ οπότε με } t = 3600 \text{ sec έχουμε}$$

$$\text{για } 60W \quad \Theta = 0,000239 \cdot 60 \cdot 3600 = 51,62 \text{ Kcal}$$

$$\text{για } 75W \quad \Theta = 0,000239 \cdot 75 \cdot 3600 = 64,53 \text{ Kcal}$$

$$\text{Ο όγκος του νερού είναι } 20 \times 20 \times 20 = 8000 \text{ cm}^3$$

Αν οι απώλειες θεωρηθούν αμελητέες και επειδή 1Kcal ανυψώνει τη θερμοκρασία του νερού κατά 1 °C, και με δεδομένο ότι η θερμοκρασία περιβάλλοντος είναι 25 °C τότε η διαφορά θερμοκρασίας που θα προκύψει με τη θέρμανση του νερού είναι

$$\theta_2 - \theta_1 = \frac{\Theta}{m} = \frac{51,62 \text{ Kcal}}{8 \text{ Kg}} = 6,45 \text{ } ^\circ\text{C}. \text{ Άρα } \theta_2 = 6,45 + 25 = 31,45 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ για το λαμπτήρα}$$

των 60W. Για το λαμπτήρα των 75W είναι

$$\theta_2 - \theta_1 = \frac{\Theta}{m} = \frac{64,53 \text{ Kcal}}{8 \text{ Kg}} = 8,06 \text{ } ^\circ\text{C}. \text{ Άρα } \theta_2 = 8,06 + 25 = 33,06 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

- 1.12** Ισχύς $P_K = 10 \text{ KW}$ πρόκειται να μεταφερθεί σε απόσταση $\ell = 2 \text{ Km}$ με τάση $U_K = 220 \text{ V}$. Αν η επιτρεπόμενη πτώση τάσης είναι $p = 4\%$ ποια είναι η διατομή των χάλκινων αγωγών της γραμμής; Αν η τάση γίνει $U_K = 22000 \text{ V}$ ποια θα είναι η διατομή; (Ειδική αντίσταση χαλκού $\rho = 0,018 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$).

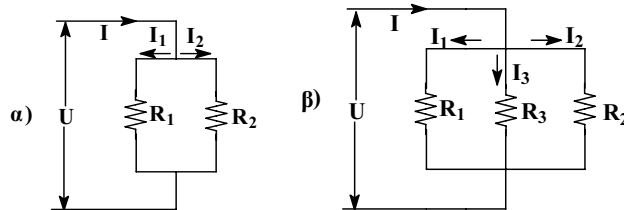
Λύση

$$\text{Με τάση } 220 \text{ V ισχύει } s = \frac{200 \cdot \rho \cdot \ell \cdot P_K}{p U_K^2} = \frac{200 \cdot 0,018 \cdot 2000 \cdot 10000}{4 \cdot 220^2} = 371,9 \text{ mm}^2$$

Με τάση 22000V ισχύει

$$s = \frac{200 \cdot \rho \cdot \ell \cdot P_K}{p U_K^2} = \frac{200 \cdot 0,018 \cdot 2000 \cdot 10000}{4 \cdot 22000^2} = 0,03719 \text{ mm}^2$$

1.13 Στα δύο κυκλώματα της άσκησης να υπολογιστούν τα ρεύματα.



Λύση

α) Η τάση στα όρια των αντιστάσεων είναι $U = R_1 I_1 = R_2 I_2$

άρα $I_1 = I_2 \cdot \frac{R_2}{R_1}$ και $I_2 = I_1 \frac{R_1}{R_2}$. Επειδή όμως $I = I_1 + I_2$ προκύπτει

$$I_1 = I \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) \text{ και } I_2 = I \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

β) Η τάση στα όρια των αντιστάσεων είναι $U = R_1 I_1 = R_2 I_2 = R_3 I_3$. Ισχύει όμως $I = I_1 + I_2 + I_3$ (Νόμος του Kirchhoff) οπότε προκύπτει

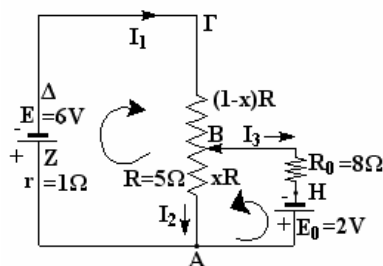
$$I_1 = I \frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

$$I_2 = I \frac{R_1 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

$$I_3 = I \frac{R_1 R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

1.14 Στο κύκλωμα του σχήματος ζητείται η θέση του δρομέα έτσι ώστε η τάση στη r_0 να είναι $0,3E$. Η εσωτερική αντίσταση της E είναι $r=1\Omega$, ενώ της E_0 είναι αμελητέα.

Λύση



Αν το τμήμα AB της R είναι xR τότε το τμήμα ΒΓ θα είναι $R - Rx = (1-x)R$. Υπάρχουν δύο κόμβοι ο Α και ο Β οπότε $I_1 = I_2 + I_3$ (1), δηλαδή μια εξίσωση με τρεις αγνώστους. Από το βρόχο ΑΒΓΖ προκύπτει $E = (1-x)RI_1 + xI_2$ ενώ από το βρόχο Α-ΒΗΑ $E_0 = -R_0I_3 + xRI_2$ ή

$6 = (1-x)5I_1 + 5xI_2$ (2) και $2 = -8I_3 + 5xI_2$ (3). Επίσης ισχύει $R_0I_3 = 0,3E$ ή

$$I_3 = \frac{0,3 \cdot 6}{8} = 0,225 \text{ A}$$

Αντικαθιστώντας την τιμή του I_3 στις εξισώσεις (1), (2) και (3) προκύπτει

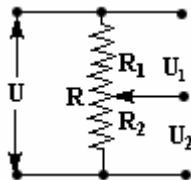
$$I_1 = I_2 + 0,225, \quad 6 = (1-x)5I_1 + 5xI_2 \quad 2 = -8 \cdot 0,225 + 5xI_2 \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{3,8}{5x}, \quad \text{και} \quad I_1 = \frac{3,8}{5x} + 0,225.$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των ρευμάτων προκύπτει $x = 0,63$ δηλαδή ο δρομέας πρέπει να τοποθετηθεί από το Α στο 63% της αντίστασης δηλαδή στα 3,15Ω. Άρα

$$I_2 = \frac{3,8}{5 \cdot 3,1} = 0,245 \text{ A} \quad \text{και} \quad I_1 = I_2 + I_3 = 0,47 \text{ A}.$$

- 1.15** Να σχεδιαστεί η απλούστερη διάταξη διαμοιραστή τάσης και να υπολογιστούν οι σχέσεις των τάσεων εξόδου που δίνει, σε συνάρτηση με τα στοιχεία του.

Λύση

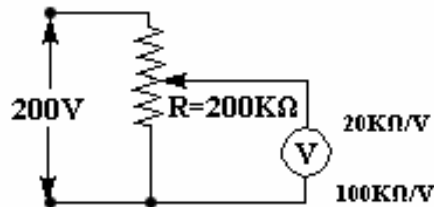


Η απλούστερη διάταξη διαμοιραστή είναι αυτή του ποτενσιόμετρου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η πηγή U συνδέεται στα άκρα του ποτενσιόμετρου, ενώ η έξοδός του γίνεται μεταξύ των άκρων του και της μεσαίας λήψης.

$$\text{Ισχύουν: } U = IR \Rightarrow U_1 = IR_1 \Rightarrow I = \frac{U}{R} = \frac{U_1}{R_1} \Rightarrow U_1 = U \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\text{η } U_2 = IR_2 \Rightarrow I = \frac{U}{R} = \frac{U_2}{R_2} \Rightarrow U_2 = U \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

- 1.16** Στο κύκλωμα του σχήματος, ο δρομέας είναι στο μέσον της αντίστασης. Η εφαρμοζόμενη τάση στα άκρα της αντίστασης είναι 200V. Συνδέεται βολτόμετρο με αντίσταση εισόδου 20KΩ/V και ένα άλλο με 100KΩ/V. Πόση είναι η ένδειξη των βολτομέτρων αν χρησιμοποιηθεί η κλίμακα των 100V; (Οι αντιστάσεις των αγωγών σύνδεσης θεωρούνται αμελητέες).

**Λύση**

Εφόσον τα βολτόμετρα συνδέονται στο μέσον της αντίστασης θα πρέπει να μετράνε 100V. Το πρώτο βολτόμετρο θα έχει αντίσταση εισόδου $100V \cdot 20K\Omega/V = 2000K\Omega$. Άρα υπάρχει παραλληλισμός δύο αντιστάσεων. Αυτή του ποτενσιόμετρου που είναι $100K\Omega$ και αυτή του οργάνου που είναι $2000K\Omega$.

$$H \quad R_{ισ1} \frac{100 \cdot 2000}{100 + 2000} = \frac{200000}{2100} = 95,24 K\Omega. \text{ Άρα η ένδειξή του θα είναι } 95,24V$$

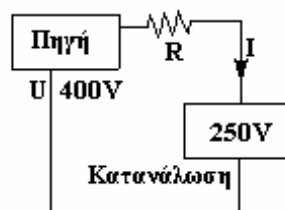
Για το δεύτερο βολτόμετρο υπάρχει παραλληλισμός της αντίστασης του ποτενσιόμετρου $100K\Omega$ και της αντίστασης του οργάνου $100V \cdot 100K\Omega/V = 10000K\Omega$.

$$H \quad R_{ισ2} \frac{100 \cdot 10000}{100 + 10000} = \frac{1000000}{10100} = 99 K\Omega. \text{ Άρα η ένδειξή του θα είναι } 99V.$$

Αν χρησιμοποιούνταν ηλεκτρονικό βολτόμετρο με αντίσταση εισόδου $1M\Omega$ τότε η ισοδύναμη αντίσταση θα ήταν

$$H \quad R_{ισ3} \frac{100 \cdot 1000000}{100 + 1000000} = \frac{100000000}{1000100} = 99,99 K\Omega. \text{ Άρα η ένδειξή του θα είναι } 99,99V \approx 100V.$$

- 1.17 Διατίθεται πηγή 400V και ζητείται να τροφοδοτηθεί κατανάλωση με 250V με ρεύμα 75mA. Ποιας τιμής θα είναι η αντίσταση που θα χρησιμοποιηθεί σε σειρά για να ληφθούν τα 250V; Σχεδιάστε τη διάταξη.**

Λύση

Το ρεύμα της κατανάλωσης είναι $I=75\text{mA}$. Η πτώση τάσης στην R είναι

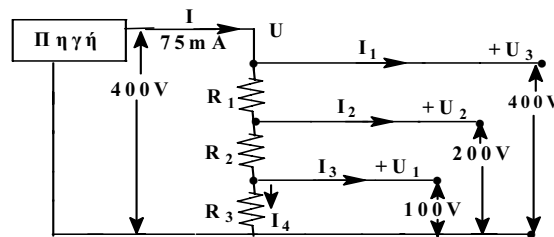
$$U_R = 400 - 250 = 150\text{V}, \text{ άρα } R = \frac{U_R}{I} = \frac{150}{75 \cdot 10^{-3}} = 2000 \Omega.$$

Η ισχύς της αντίστασης είναι $P = I^2 R = (75 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 2000 = 11,25 \text{ W}$. Θα τοποθετηθεί μια αντίσταση τουλάχιστον 20W .

- 1.18** Από την πηγή της προηγούμενης τάσης ζητούνται οι εξής παροχές: $E_1=400\text{V}$ με $I_1=25\text{mA}$, $E_2=200\text{V}$ με $I_2=20\text{mA}$ και $E_3=100\text{V}$ με $I_3=20\text{mA}$. Να υπολογιστεί κατάλληλος διαιρέτης τάσης.

Λύση

Το κύκλωμα του διαιρέτη δίνεται στο επόμενο κύκλωμα.



$$I_1 + I_2 + I_3 = 65\text{mA} \quad I_4 = I - (I_1 + I_2 + I_3) = 75 - 65 = 10 \text{ mA}$$

$$\text{η } R_3 = \frac{U_2}{I_4} = \frac{100}{10 \cdot 10^{-3}} = 10 \text{ K}\Omega. \text{ Θα χρησιμοποιηθεί μια αντίσταση } 10\text{K}\Omega \text{ με ισχύ}$$

$$P = I_4^2 R_3 = (10 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 10000 = 1 \text{ W}. \text{ Θα χρησιμοποιηθεί αντίσταση των } 2\text{W}.$$

$$\text{Η } R_2 = \frac{U_1 - U_2}{I_3 + I_4} = \frac{200 - 100}{(10 + 20)10^{-3}} = \frac{100}{30 \cdot 10^{-3}} = 3,3 \text{ K}\Omega. \text{ Η ισχύς της θα είναι}$$

$$P = I^2 R_2 = (30 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 3300 = 3 \text{ W}. \text{ Θα χρησιμοποιηθεί αντίσταση } 6\text{W}.$$

$$\text{Η } R_1 = \frac{U - U_1}{I_2 + I_3 + I_4} = \frac{400 - 200}{(20 + 10 + 20)10^{-3}} = \frac{200}{50 \cdot 10^{-3}} = 4 \text{ K}\Omega. \text{ Η ισχύς της θα είναι}$$

$$P = I^2 R_2 = (50 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 4000 = 10 \text{ W}. \text{ Θα χρησιμοποιηθεί αντίσταση } 20\text{W}.$$

- 1.19** Στο κύκλωμα του σχήματος να αποδειχθεί ότι η τάση εξόδου είναι ίση με το άθροισμα των τάσεων εισόδου (κύκλωμα πρόσθεσης).

Λύση

Από τον πρώτο κανόνα του Kirchhoff προκύπτει ότι:

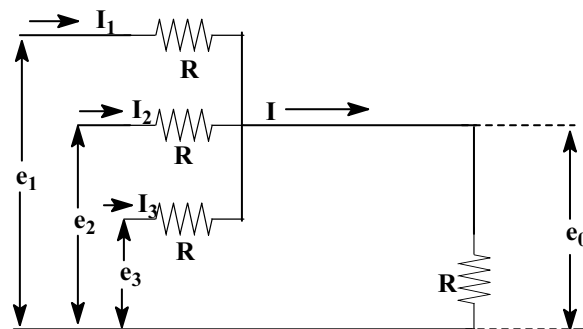
$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (1)$$

$$\text{Όμως } I = \frac{e_0}{R}, \quad I_1 = \frac{e_1 - e_0}{R}, \quad I_2 = \frac{e_2 - e_0}{R}, \quad I_3 = \frac{e_3 - e_0}{R}$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές αυτές στην (1) προκύπτει

$$\frac{e_0}{R} = \frac{e_1 - e_0}{R} + \frac{e_2 - e_0}{R} + \frac{e_3 - e_0}{R}$$

$$\text{και } e_0 = e_1 - e_0 + e_2 - e_0 + e_3 - e_0 \text{ και } e_0 = \frac{1}{4}(e_1 + e_2 + e_3)$$



- 1.20** Υπάρχουν εννέα όμοιες πηγές με ΗΕΔ $E_0=1,5\text{V}$ και εσωτερική αντίσταση $r_0=0,5\Omega$. Το μέγιστο ρεύμα που δίνουν είναι $I_0=1\text{A}$. Ποια είναι η συνολική τάση, το ρεύμα, η εσωτερική αντίσταση και το ρεύμα βραχυκυκλώσεως, αν οι πηγές συνδεθούν α) στη σειρά, β) παράλληλα και γ) ανά τρεις στη σειρά και μεταξύ τους παράλληλα;

Λύση

α) Σύνδεση σειράς: ΗΕΔ $E=9E_0=9\cdot 1,5=13,5\text{V}$, εσωτερική αντίσταση $r=9\cdot r_0=9\cdot 0,5=4,5\Omega$ με μέγιστο ρεύμα $I_{\max}=I_0=1\text{A}$. Το ρεύμα βραχυκυκλώσεως είναι

$$I_S = \frac{13,5}{4,5} = 3\text{A}.$$

β) Παράλληλη σύνδεση: ΗΕΔ $E=E_0=1,5\text{V}$, $r = \frac{r_0}{9} = \frac{0,5}{9} = 0,0556\Omega$, $I_{\max}=9\text{A}$ και

$$I_S = \frac{E}{r} = \frac{1,5}{0,0556} = 27\text{A}.$$

γ) Μικτή σύνδεση: Ο κάθε κλάδος από τους τρεις έχει $E=3E_0=3\cdot 1,5=4,5\text{V}$, $r = \frac{3r_0}{3} = 0,5\Omega$, άρα $I_{\max}=3\text{A}$ και $I_S = \frac{4,5}{0,5} = 9\text{A}.$

- 1.21** Το μέγιστο ρεύμα ενός αμπερομέτρου είναι 1mA και η εσωτερική του αντίσταση 18Ω. Με ποιες αντιστάσεις πρέπει α) να παραλληλισθεί για να μετρά 10mA, 100mA και 1000mA, β) να συνδεθεί στη σειρά ώστε να μετρά τάσεις 10V, 100V και 1000V;

Λύση

α) Η παράλληλη αντίσταση που πρέπει να συνδεθεί με το αμπερόμετρο δίνεται από

τη σχέση $R_{\pi} = \frac{r}{\eta - 1}$ όπου η ο πολλαπλασιαστής κλίμακας που για τη

συγκεκριμένη περίπτωση είναι αντίστοιχα 10, 100 και 1000. Άρα προκύπτει:

$$\text{για } 10\text{mA} \quad R_{\pi} = \frac{18}{10-1} = \frac{18}{9} = 2\Omega$$

$$\text{για } 100\mu\text{A} \quad R_{\pi} = \frac{18}{100-1} = \frac{18}{99} = 0,18\Omega$$

$$\text{για } 1000\text{mA} \quad R_{\pi} = \frac{18}{1000-1} = \frac{18}{999} = 0,02\Omega$$

β) Η αντίσταση σειράς που πρέπει να συνδεθεί για να μετρά τάσεις 10, 100 και

1000V δίνεται από τη σχέση $R_{\sigma} = \frac{U_{\max}}{I_{\max}} - r$ άρα για κάθε περίπτωση προκύπτει:

$$\text{για } 10\text{V} \quad R_{\sigma} = \frac{10}{0,001} - 18 = 10000 - 18 \approx 10\text{K}\Omega$$

$$\text{για } 100\text{V} \quad R_{\sigma} = \frac{100}{0,001} - 18 = 100000 - 18 \approx 100\text{K}\Omega$$

$$\text{για } 1000\text{V} \quad R_{\sigma} = \frac{1000}{0,001} - 18 = 1000000 - 18 \approx 1\text{M}\Omega$$

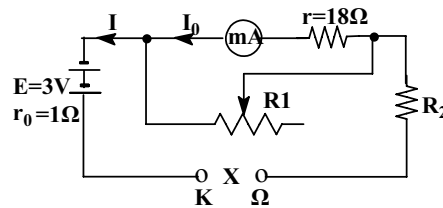
- 1.22** Το αμπερόμετρο της προηγούμενης άσκησης, να μετατραπεί σε ωμόμετρο. Να δοθεί η συνδεσμολογία του και η εξίσωση βαθμολογίας της κλίμακας του.

Λύση

Το κύκλωμα του ωμόμετρου δίνεται στο επόμενο σχήμα. Η R_2 υπολογίζεται ώστε με μηδενισμό της R_I το ρεύμα του κυκλώματος να μην ξεπερνά το 1mA, άρα:

$$E = (R_2 + r_0)I \quad \text{και} \quad R_2 = \frac{E}{I} - r_0 = \frac{3}{1\text{mA}} - 1 = 3000 - 1 \approx 3000 = 3\text{K}\Omega.$$

Η ισοδύναμη αντίσταση R_1 και r είναι $R_{11} = \frac{R_1 r_1}{R_1 + r_1}$ (1)



Η R_1 ρυθμίζεται ώστε το συνολικό ρεύμα να είναι 1mA, όταν βραχυκυκλωθούν τα

σημεία Κ και Ω. Άρα $I = \frac{E}{r_0 + R_{11} + R_2} = \frac{E}{r + \frac{R_1 r_1}{R_1 + r_1} + R_2}$ από την οποία

προκύπτει ότι $R_1 = 2683\Omega$ (το τμήμα της R_1 για μέγιστο ρεύμα).

Χρησιμοποιείται λοιπόν για την R_1 μια αντίσταση 3,3KΩ σε σύνδεση ροοστάτη.

Αν συνδεθεί μια άγνωστη αντίσταση X ανάμεσα στα σημεία Κ και Ω, τότε το ολι-

κό ρεύμα είναι $I_{ολ} = \frac{E}{r_0 + R_1 + R_2 + X}$

Το ρεύμα μέσα από το όργανο I_0 είναι ($I_0 < I_{ολ}$)

$I_0 = \frac{r_1}{R_1 + r_1} I = \frac{r_1}{R_1 + r_1} \cdot \frac{E}{r_0 + R_1 + R_2 + X}$ και λύνοντας ως προς X προκύπτει

$$X = \frac{ER_1 - I(R_1 + r_1)(r_0 + R_1 + R_2)}{I_0(R_1 + r_1)} \quad (2)$$

Στην εξίσωση (2) το μέγεθος που μεταβάλλεται είναι το I_0 . Επομένως για $I_0 = 0$ η $X = \infty$ ενώ για $I_0 = 1\text{mA}$ η $X = 0$. Αν $I_0 = 0,5\text{mA}$ τότε $X = 5951\Omega$.

Επομένως για διάφορες τιμές του I_0 βαθμολογείται η κλίμακα του ωμόμετρου η οποία δεν είναι γραμμική.

Ανάλυση με τη μέθοδο των κόμβων

Κόμβος ονομάζεται το σημείο στο οποίο συναντώνται δύο ή περισσότεροι αγωγοί. Μπορεί να θεωρηθεί το δυναμικό ενός μόνο από τους κόμβους σαν δυναμικό αναφοράς. Για απλότητα θεωρείται ο κόμβος αναφοράς γειωμένος με δυναμικό μηδέν.

Σ' ένα κύκλωμα λοιπόν που έχει n κόμβους, αν γειωθεί ο ένας από αυτούς, δε θα επηρεαστεί η κατανομή των ρευμάτων και έτσι η επίλυση γίνεται με $n-1$ κόμβους. Όταν το $n-1$ πλήθος των εξεταζόμενων κόμβων είναι μικρότερο από το πλήθος των ανεξάρτητων κόμβων, προτιμάται η ανάλυση του κυκλώματος με τη μέθοδο των δυναμικών των κόμβων.

Στο επόμενο κύκλωμα υπάρχουν τέσσερις (4) κόμβοι και έντεκα (11) κλάδοι. Για την επίλυση προτιμάται η μέθοδος των δυναμικών των κόμβων. Ονομάζονται V_1, V_2, V_3 τα δυναμικά των κόμβων 1, 2, 3. Για τους δείκτες των ρευμάτων, ο πρώτος δείχνει την αρχή της ροής του ρεύματος και ο δεύτερος τον κόμβο στον οποίο φτάνει. Ανάλογος είναι και ο συμβολισμός των πηγών. Με τον κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο 1 ισχύει:

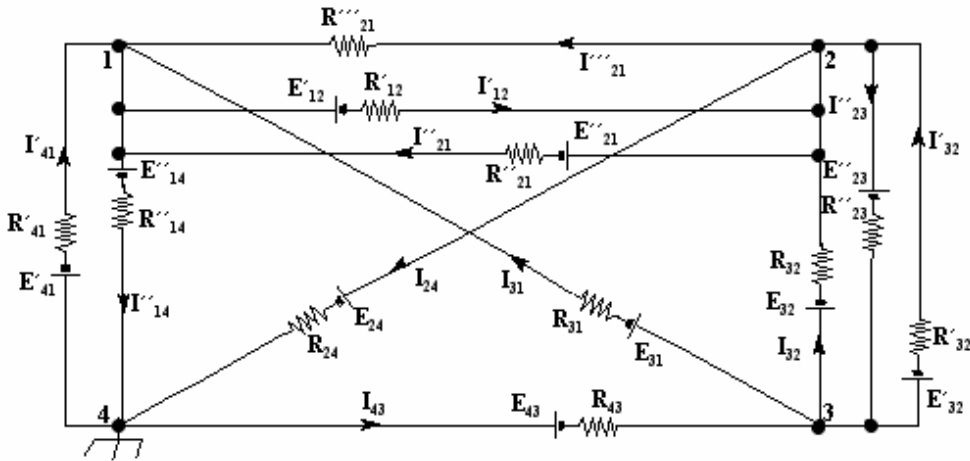
$$I'_{41} - I''_{41} + I'''_{21} - I'_{12} + I''_{21} + I_{31} = 0 \quad \text{ή}$$

$$[E_{41} - (V_1 - V_4)]g'_{41} - [E_{14} - (V_4 - V_1)]g''_{41} + [0 - (V_1 - V_2)]g'''_{12} - [E'_{12} - (V_2 - V_1)]g'_{12} + [E''_{21} - (V_1 - V_2)]g''_{21} + [E_{31} - (V_1 - V_3)]g_{31} = 0 \quad \text{ή} \quad V_1 G_{11} + V_2 G_{12} + V_3 G_{13} = I_{11} \quad (1)$$

όπου

$$G_{11} = g'_{41} + g_{13} + g''_{12} + g''_{41} + g'_{12} + g''_{21}, \quad G_{12} = -(g'_{12} + g'''_{12} + g''_{12}), \quad G_{13} = g_{13},$$

$$I_{11} = E'_{41} g'_{14} + E_{31} g_{31} + E_{21} g''_{21} + E_{14} g''_{41} - E'_{12} g'_{21}$$



Στην εξίσωση (1) η G_{11} είναι το άθροισμα των αγωγιμοτήτων των κλάδων που ενώνονται στον κόμβο 1 (αυτοαγωγιμότητα του πρώτου κόμβου). Η G_{12} είναι το άθροισμα των αγωγιμοτήτων των κλάδων μεταξύ των κόμβων 1 και 2 με σημείο μείον (-) πριν από αυτόν. Επίσης η G_{13} είναι το άθροισμα των αγωγιμοτήτων των κλάδων που υπάρχουν μεταξύ των κόμβων 1 και 3 με το σημείο μείον (-) πριν από το άθροισμα. Εξάλλου το ρεύμα I_{11} θεωρείται σαν άθροισμα των επί μέρους ρευμάτων τα οποία προκύπτουν από τις αντίστοιχες ΗΕΔ των πηγών οι οποίες βρί-

σκονται μεταξύ του κόμβου 1 και των άλλων κόμβων. Όταν η πηγή έχει τον αρνητικό της πόλο προς τον κόμβο 1, θεωρείται με πρόσημο συν (+) και για αντίθετη περίπτωση με το πρόσημο μείον (-).

Με ανάλογο τρόπο προκύπτει:

$$\begin{aligned} V_1 G_{11} + V_2 G_{12} + \dots + V_{n-1} G_{1,n-1} &= I_{11} \\ V_1 G_{21} + V_2 G_{22} + \dots + V_{n-1} G_{2,n-1} &= I_{22} \\ \dots & \dots \dots \dots (2) \\ \dots & \dots \dots \dots \\ V_1 G_{n-1,1} + V_2 G_{n-1,2} + \dots + V_{n-1} G_{n-1,n-1} &= I_{n-1,n-1} \end{aligned}$$

Η μήτρα ή η αντίστοιχη ορίζουσα του (2) δίνει τους αγνώστους.

1.23 Στο προηγούμενο κύκλωμα δίνονται:

$$\begin{aligned} E'_{41} &= 10 \text{ V}, \quad E'_{14} = 6 \text{ V}, \quad E'_{12} = 20 \text{ V}, \quad E''_{21} = 30 \text{ V}, \quad E_{31} = 14 \text{ V}, \quad E_{24} = 10 \text{ V}, \quad E_{43} = 8 \text{ V}, \\ E''_{23} &= 12 \text{ V}, \quad E'_{32} = 7 \text{ V}, \quad R'_{41} = 1\Omega, \quad R''_{14} = 2\Omega, \quad R''_{21} = 10\Omega, \quad R'_{12} = 10\Omega, \quad R'''_{12} = 5\Omega, \\ R_{31} &= 2\Omega, \quad R_{24} = 4\Omega, \quad R_{34} = 2\Omega, \quad R''_{23} = 4\Omega, \quad R'_{32} = 2\Omega, \quad I_{32} = 1,5 \text{ A} \end{aligned}$$

Λύση

Γράφεται το σύστημα:

$$\begin{aligned} V_1 G_{11} + V_2 G_{12} + V_3 G_{13} &= I_{11} \\ V_1 G_{21} + V_2 G_{22} + V_3 G_{23} &= I_{22} \\ V_1 G_{31} + V_2 G_{32} + V_3 G_{33} &= I_{33} \end{aligned}$$

Όπου:

$$G_{11} = \frac{1}{R'_{41}} + \frac{1}{R''_{14}} + \frac{1}{R'_{12}} + \frac{1}{R''_{21}} + \frac{1}{R'''_{21}} + \frac{1}{R_{31}} = 2,4 \text{ mhos}$$

$$G_{22} = \frac{1}{R'_{12}} + \frac{1}{R''_{21}} + \frac{1}{R'''_{21}} + \frac{1}{R_{24}} + \frac{1}{R'_{32}} + \frac{1}{R_{43}} = 1,4 \text{ mhos}$$

$$G_{33} = \frac{1}{R'_{32}} + \frac{1}{R''_{23}} + \frac{1}{R_{31}} + \frac{1}{R_{42}} = 1,75 \text{ mhos}$$

$$G_{12} = G_{21} = \frac{1}{R_{31}} = -0,5 \text{ mhos}$$

$$G_{23} = G_{32} = -0,75 \text{ mhos}$$

Αλλά ισχύει επίσης:

$$I_{11} = \frac{E'_{41}}{R_{41}} + \frac{E''_{14}}{R''_{14}} + \frac{E_{31}}{R_{31}} - \frac{E'_{12}}{R'_{12}} + \frac{E''_{21}}{R''_{21}} = 15 \text{ A}$$

$$I_{22} = \frac{E'_{32}}{R'_{32}} - \frac{E''_{23}}{R''_{23}} + \frac{E'_{12}}{R'_{12}} + \frac{E''_{21}}{R''_{21}} - \frac{E_{24}}{R_{24}} + I_{32} = -1,5 \text{ A}$$

$$I_{33} = -3,5 + 3 - 7 + 4 - 1,5 = -5 \text{ A} \text{ οπότε η (2) δίνει}$$

$$2,4V_1 - 0,4V_2 - 0,5V_3 = 15 \text{ V}$$

$$0,4V_1 + 1,4V_2 - 0,75V_3 = -1,5 \text{ V}$$

$$-0,5V_1 - 0,75V_2 + 1,75V_3 = -5 \text{ V ή}$$

$$\begin{vmatrix} 2,4 & -0,4 & -0,5 \\ -0,4 & 1,4 & -0,75 \\ 0,5 & -0,75 & 1,75 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 15 \\ -1,5 \\ -5 \end{vmatrix} \quad (3) \text{ ή } \begin{vmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{vmatrix}$$

Όμως $G_{12}=G_{21}$, $G_{13}=G_{31}$, $G_{23}=G_{32}$. Δηλαδή οι αγωγιμότητες που συμβολίζονται με κοινό ζεύγος δεικτών (άσχετα από τη σειρά των δεικτών) είναι ίσες. Επομένως προσδιορίζοντας ένα σύνολο στοιχείων της μήτρας, είναι γνωστά τα υπόλοιπα.

Η επίλυση της (3) δίνει:

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 15 & -0,4 & -0,5 \\ -1,5 & 1,4 & -0,75 \\ -5 & -0,75 & 1,75 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2,4 & -0,4 & -0,5 \\ -0,4 & 1,4 & -0,75 \\ -0,5 & -0,75 & 1,75 \end{vmatrix}} = 6 \text{ V}, \quad V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2,4 & 15 & -0,5 \\ -0,4 & -1,15 & -0,75 \\ -0,5 & -5 & 1,75 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2,4 & -0,4 & -0,5 \\ -0,4 & 1,4 & -0,75 \\ -0,5 & -0,75 & 1,75 \end{vmatrix}} = 0,06 \text{ V}$$

$$V_3 = \frac{\begin{vmatrix} 2,4 & -0,4 & 15 \\ -0,4 & 1,4 & 1,5 \\ -0,5 & -0,75 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2,4 & -0,4 & -0,5 \\ -0,4 & 1,4 & -0,75 \\ -0,5 & -0,75 & 1,75 \end{vmatrix}} = -1,07 \text{ V}$$

Μετά την ανεύρεση των τιμών των δυναμικών των κόμβων, είναι πλέον εύκολος ο καθορισμός των ρευμάτων των διαφόρων κλάδων:

$$I'_{41} = \frac{E'_{41} - (V_1 - V_2)}{R'_{41}} = \frac{10 - (6 - 0,06)}{1} = 3,94 \text{ A}$$

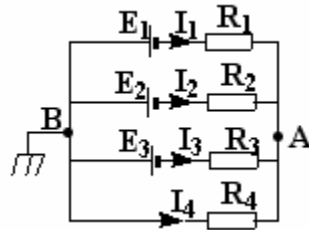
$$I'''_{21} = \frac{0 - (V_1 - V_2)}{R'''_{21}} = \frac{-6 + 0,06}{5} = -1,19 \text{ A}$$

$$I'_{32} = \frac{E'_{32} - (V_2 - V_3)}{R'_{32}} = \frac{7 - [0,06 - (-1,07)]}{2} = 2,935 \text{ A}$$

$$I_{43} = \frac{E_{43} - (V_3 - V_4)}{R_{43}} = \frac{8 - (-1,07 - 0)}{2} = 4,535 \text{ A}$$

- 1.24** Για το παρακάτω κύκλωμα να δοθεί η γενική λύση του και να γίνει κατόπιν εφαρμογή με $E_1=110\text{V}$, $E_2=115\text{V}$ και $E_3=120\text{V}$. Οι εσωτερικές αντιστάσεις των πηγών είναι αντίστοιχα $r_{01}=0,2\Omega$, $r_{02}=0,1\Omega$, $r_{03}=0,3\Omega$ και $R_1=4,9\Omega$, $R_2=4,9\Omega$, $R_3=4,7\Omega$ και $R_4=5\Omega$.

Λύση



Έστω U_A το δυναμικό του κόμβου A ως προς τον B και G'_1 , G'_2 , G'_3 , G'_4 οι αντίστοιχες αγωγιμότητες των κλάδων. Έτσι εφαρμόζοντας τον 1^ο κανόνα του Kirchhoff προκύπτει $I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$

$$\text{ή } (E_1 - U_A)G'_1 + (E_2 - U_A)G'_2 + (E_3 - U_A)G'_3 + (0 - U_A)G'_4 = 0$$

$$\text{ή } E_1G'_1 + E_2G'_2 + E_3G'_3 = (G'_1 + G'_2 + G'_3 + G'_4)U_A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_A = \frac{E_1G'_1 + E_2G'_2 + E_3G'_3}{G'_1 + G'_2 + G'_3 + G'_4} \text{ και γενικά } U_A = \frac{\sum EG'}{\sum G'}$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΑ ΣΥΝΕΧΗ ΡΕΥΜΑΤΑ

Οι Ασκήσεις στα Ηλεκτρονικά, αποτελούν μαζί με το εργαστήριο την καλύτερη διαδικασία εμπέδωσης της ηλεκτρονικής. Η τριβή του ενδιαφερόμενου με τη θεματολογία του αντικειμένου και η προσπάθειά του να βρει τις απαντήσεις των ερωτημάτων των ασκήσεων, τον αναγκάζουν να προστρέξει στη θεωρία και στα βιβλία, με αποτέλεσμα την ολοένα και μεγαλύτερη ενασχόλησή του. Έτσι, σιγά-σιγά γίνονται κτήμα του οι έννοιες, οι ιδιότητες και οι λεπτομέρειες εκείνες που είναι απαραίτητες για την ολοκλήρωση της μάθησης.

Ο συγγραφέας

Ο Δημήτρης Ρήγας είναι ηλεκτρονικός μηχανικός και εργάζεται στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης από το 1975. Έχει συγγράψει πλήθος βιβλίων που αναφέρονται στην Ηλεκτρονική (Θεωρία και ασκήσεις, Ραδιοφωνία, Βιομηχανικά Ηλεκτρονικά), ένα αγγλοελληνικό λεξικό Ηλεκτρονικής – Ηλεκτρολογίας και Πληροφορικής, καθώς και διάφορα βιβλία που αναφέρονται στους υπολογιστές (Το Excel στην πράξη, Χρήση Ηλεκτρονικών Υπολογιστών, Word 6.0, Word 7.0, Word 2000, Excel 4.0, Excel 5.0, Excel 7.0, Excel 2000, Εισαγωγή στο Internet, Πολυμέσα – Τα εργαλεία συγγραφής ToolBook 8.0 και Macromedia Director 8.5). Έχει επίσης μεταφράσει τα βιβλία Ηλεκτρονικές κατασκευές, Εφαρμοσμένα Ηλεκτρονικά, και Το Μεγάλο Λεξικό Ηλεκτρονικής Ηλεκτρολογίας.

Επισκεφθείτε μας στο Internet:
<http://www.klidarithmos.gr>



ΚΛΕΙΔΑΡΙΘΜΟΣ

Σολύμου 57, 10432, ΑΘΗΝΑ, Τηλ. 210-5237636

ISBN 960-209-763-9



9 789602 097632