

ΒΑΣΙΛΗΣ ΚΑΡΑΓΙΑΝΝΗΣ
ΓΙΩΡΓΟΣ ΚΑΡΑΓΙΑΝΝΗΣ
ΜΗΝΑΣ ΚΑΡΑΓΙΑΝΝΗΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Α΄ ΤΕΥΧΟΣ



Θέση υπογραφής δικαιούχου δικαιωμάτων πνευματικής ιδιοκτησίας,
εφόσον η υπογραφή προβλέπεται από τη σύμβαση.

Το παρόν έργο πνευματικής ιδιοκτησίας προστατεύεται κατά τις διατάξεις της ελληνικής νομοθεσίας (Ν. 2121/1993, όπως έχει τροποποιηθεί και ισχύει σήμερα) και τις διεθνείς συμβάσεις περί πνευματικής ιδιοκτησίας. Απαγορεύεται απολύτως η άνευ γραπτής αδειάς του εκδότη κατά οποιονδήποτε τρόπο ή μέσο (ηλεκτρονικό, μηχανικό ή άλλο) αντιγραφή, φωτοανατύπωση και εν γένει αναπαραγωγή, εκμίσθωση ή δανεισμός, μετάφραση, διασκευή, αναμετάδοση στο κοινό σε οποιαδήποτε μορφή και η εν γένει εκμετάλλευση του συνόλου ή μέρους του έργου.

Εκδόσεις Πατάκη – Βιβλία για Εκπαίδευση / Μαθηματικά Δημοτικού
Βασίλης Καραγιάννης, Γιώργος Καραγιάννης, Μηνάς Καραγιάννης,
Μαθηματικά Ε' Δημοτικού, Α' τόμος

Τις λύσεις των ασκήσεων των σχολικών βιβλίων συνέγραψε η Μαρία Πριοβόλου
Υπεύθυνος έκδοσης: Νίκος Κύρος

Σελιδοποίηση: Αλέξιος Μάστορης, Σπύρος Ρένεσης, Γιώργος Χατζησπύρος

Διορθώσεις: Νάντια Κουτσουρούμπα, Σοφία Κροκίδη

Εικονογράφηση: Κώστας Ξύγκας, Ζαχαρίας Παπαδόπουλος

Φιλμ – μοντάζ: Μαρία Ποινιού-Ρένεση

Copyright© Σ. Πατάκης Α.Ε.Ε.Δ.Ε. (Εκδόσεις Πατάκη) και Βασίλης Καραγιάννης,
Γιώργος Καραγιάννης, Μηνάς Καραγιάννης, Αθήνα, 2018

Copyright© για την εικονογράφηση Σ. Πατάκης Α.Ε.Ε.Δ.Ε. (Εκδόσεις Πατάκη),
Αθήνα, 2018

Πρώτη έκδοση από τις Εκδόσεις Πατάκη, Αθήνα, Σεπτέμβριος 2018

Κ.Ε.Τ. Β942 – Κ.Ε.Π. 690/18

ISBN 978-960-16-7993-8



ΠΑΝΑΓΗ ΤΣΑΛΔΑΡΗ (ΠΡΩΗΝ ΠΕΙΡΑΙΩΣ) 38, 104 37 ΑΘΗΝΑ,

ΤΗΛ.: 210.36.50.000, 210.52.05.600, 801.100.2665, ΦΑΞ: 210.36.50.069

ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΔΙΑΘΕΣΗ: ΕΜΜ. ΜΠΕΝΑΚΗ 16, 106 78 ΑΘΗΝΑ, ΤΗΛ.: 210.38.31.078

ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΗΜΑ ΒΟΡΕΙΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ: ΚΟΡΥΤΣΑΣ (ΤΕΡΜΑ ΠΟΝΤΟΥ – ΠΕΡΙΟΧΗ Β' ΚΤΕΟ),

570 09 ΚΑΛΟΧΩΡΙ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ, Τ.Θ. 1213, ΤΗΛ.: 2310.70.63.54, 2310.70.67.15, ΦΑΞ: 2310.70.63.55

Web site: <http://www.patakis.gr> • e-mail: info@patakis.gr, sales@patakis.gr

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Ενότητα 1η

Κεφάλαιο 1	Υπενθύμιση – Α΄ μέρος	9
Κεφάλαιο 2	Υπενθύμιση – Β΄ μέρος	15
Κεφάλαιο 3	Πώς λύνουμε ένα πρόβλημα	21
Κεφάλαιο 4	Οι φυσικοί αριθμοί	27
Κεφάλαιο 5	Αξία θέσης ψηφίου στους φυσικούς αριθμούς	32
Κεφάλαιο 6	Σύγκριση και διάταξη στους φυσικούς αριθμούς	38
Κεφάλαιο 7	Στρογγυλοποίηση στους φυσικούς αριθμούς	42
1ο Επαναληπτικό μάθημα		46
1ο Κριτήριο αξιολόγησης		52

Ενότητα 2η

Κεφάλαιο 8	Η πρόσθεση και η αφαίρεση στους φυσικούς αριθμούς	55
Κεφάλαιο 9	Ο πολλαπλασιασμός στους φυσικούς αριθμούς	60
Κεφάλαιο 10	Πολλαπλάσια και διαιρέτες	64
Κεφάλαιο 11	Κριτήρια διαιρετότητας	81
Κεφάλαιο 12	Η διαίρεση στους φυσικούς αριθμούς	86
2ο Επαναληπτικό μάθημα		91
2ο Κριτήριο αξιολόγησης		97

Ενότητα 3η

Κεφάλαιο 13	Οι κλασματικοί αριθμοί	100
Κεφάλαιο 14	Κλάσματα μεγαλύτερα της ακέραιης μονάδας	108
Κεφάλαιο 15	Το κλάσμα ως πηλίκο διαίρεσης	114
Κεφάλαιο 16	Ισοδυναμία κλασμάτων – Απλοποίηση κλασμάτων	121
Κεφάλαιο 17	Σύγκριση και διάταξη κλασμάτων	128
Κεφάλαιο 18	Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων	134
Κεφάλαιο 19	Πολλαπλασιασμός φυσικού αριθμού ή κλάσματος με κλάσμα – Αντίστροφοι αριθμοί	141
Κεφάλαιο 20	Διαίρεση κλασμάτων	147
Κεφάλαιο 21	Αναγωγή στην κλασματική μονάδα	158
3ο Επαναληπτικό μάθημα		167
3ο Κριτήριο αξιολόγησης		173

Ενότητα 4η

Κεφάλαιο 22	Συλλογή, οργάνωση και αναπαράσταση δεδομένων	177
Κεφάλαιο 23	Χαρακτηριστικές τιμές δεδομένων – Μέση τιμή	184
Κεφάλαιο 24	Πιθανότητες	189
4ο Επαναληπτικό μάθημα		194
4ο Κριτήριο αξιολόγησης		199

Λύσεις των ασκήσεων

Ενότητα 1η	203
Ενότητα 2η	219
Ενότητα 3η	238
Ενότητα 4η	272

**Λύσεις των ασκήσεων των σχολικών βιβλίων
Ασκήσεις Βιβλίου μαθητή**

Ενότητα 1η	
Κεφάλαιο 1	285
Κεφάλαιο 2	288
Κεφάλαιο 3	291
Κεφάλαιο 4	291
Κεφάλαιο 5	293
Κεφάλαιο 6	295
Κεφάλαιο 7	296
1ο Επαναληπτικό μάθημα	298
Ενότητα 2η	
Κεφάλαιο 8	301
Κεφάλαιο 9	303
Κεφάλαιο 10	305
Κεφάλαιο 11	307
Κεφάλαιο 12	308
2ο Επαναληπτικό μάθημα	311
Ενότητα 3η	
Κεφάλαιο 13	313
Κεφάλαιο 14	314
Κεφάλαιο 15	315
Κεφάλαιο 16	317
Κεφάλαιο 17	318
Κεφάλαιο 18	320
Κεφάλαιο 19	322
Κεφάλαιο 20	323
Κεφάλαιο 21	325
3ο Επαναληπτικό μάθημα	326
Ενότητα 4η	
Κεφάλαιο 22	328
Κεφάλαιο 23	330
Κεφάλαιο 24	332
4ο Επαναληπτικό μάθημα	333
Ενότητα 5η	
Κεφάλαιο 25	335
Κεφάλαιο 26	336
Κεφάλαιο 27	338
Κεφάλαιο 28	340
Κεφάλαιο 29	341
Κεφάλαιο 30	343
Κεφάλαιο 31	344
Κεφάλαιο 32	346
5ο Επαναληπτικό μάθημα	348
Ενότητα 6η	
Κεφάλαιο 33	351
Κεφάλαιο 34	353
Κεφάλαιο 35	355
6ο Επαναληπτικό μάθημα	356

Ενότητα 7η

Κεφάλαιο 36	359
Κεφάλαιο 37	360
Κεφάλαιο 38	361
Κεφάλαιο 39	362
Κεφάλαιο 40	364
Κεφάλαιο 41	365
Κεφάλαιο 42	366
Κεφάλαιο 43	368
Κεφάλαιο 44	369
7ο Επαναληπτικό μάθημα	370

Ενότητα 8η

Κεφάλαιο 45	372
Κεφάλαιο 46	373
Κεφάλαιο 47	375
Κεφάλαιο 48	376
Κεφάλαιο 49	378
Κεφάλαιο 50	379
Κεφάλαιο 51	381
Κεφάλαιο 52	382
8ο Επαναληπτικό μάθημα	384

Ασκήσεις Τετραδίου εργασιών

Ενότητα 1η

Κεφάλαιο 1	386
Κεφάλαιο 2	388
Κεφάλαιο 3	391
Κεφάλαιο 4	392
Κεφάλαιο 5	395
Κεφάλαιο 6	397
Κεφάλαιο 7	398
1ο Επαναληπτικό μάθημα	401

Ενότητα 2η

Κεφάλαιο 8	403
Κεφάλαιο 9	405
Κεφάλαιο 10	407
Κεφάλαιο 11	411
Κεφάλαιο 12	413
2ο Επαναληπτικό μάθημα	416

Ενότητα 3η

Κεφάλαιο 13	418
Κεφάλαιο 14	421
Κεφάλαιο 15	424
Κεφάλαιο 16	425
Κεφάλαιο 17	427
Κεφάλαιο 18	431
Κεφάλαιο 19	434
Κεφάλαιο 20	436

Κεφάλαιο 21	440
3ο Επαναληπτικό μάθημα	443
Ενότητα 4η	
Κεφάλαιο 22	445
Κεφάλαιο 23	448
Κεφάλαιο 24	451
4ο Επαναληπτικό μάθημα	454
Ενότητα 5η	
Κεφάλαιο 25	456
Κεφάλαιο 26	458
Κεφάλαιο 27	460
Κεφάλαιο 28	461
Κεφάλαιο 29	463
Κεφάλαιο 30	466
Κεφάλαιο 31	469
Κεφάλαιο 32	471
5ο Επαναληπτικό μάθημα	473
Ενότητα 6η	
Κεφάλαιο 33	476
Κεφάλαιο 34	478
Κεφάλαιο 35	480
6ο Επαναληπτικό μάθημα	482
Ενότητα 7η	
Κεφάλαιο 36	485
Κεφάλαιο 37	486
Κεφάλαιο 38	487
Κεφάλαιο 39	488
Κεφάλαιο 40	490
Κεφάλαιο 41	492
Κεφάλαιο 42	494
Κεφάλαιο 43	496
Κεφάλαιο 44	498
7ο Επαναληπτικό μάθημα	500
Ενότητα 8η	
Κεφάλαιο 45	502
Κεφάλαιο 46	504
Κεφάλαιο 47	506
Κεφάλαιο 48	509
Κεφάλαιο 49	512
Κεφάλαιο 50	515
Κεφάλαιο 51	517
Κεφάλαιο 52	519
8ο Επαναληπτικό μάθημα	522
Παράρτημα	525

1.

Υπενθύμιση – Α' μέρος



Βασικά σημεία θεωρίας



Φυσικοί αριθμοί είναι οι: 0, 1, 2, 3, ..., 10, 11, ..., 100, ..., 1.000, ...

- Η **αξία θέσης** κάθε ψηφίου είναι 10 φορές **μεγαλύτερη** από την αξία του αμέσως επόμενου ψηφίου προς τα δεξιά.

Π.χ. η αξία του ψηφίου 1 στον φυσικό αριθμό 111.111.111 είναι:

ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			.	ΧΙΛΙΑΔΕΣ			.	ΜΟΝΑΔΕΣ		
ΕΕ	ΔΕ	ΜΕ	.	ΕΧ	ΔΧ	ΜΧ	.	Ε	Δ	Μ
$\times 100.000.000$	$\times 10.000.000$	$\times 1.000.000$	.	$\times 100.000$	$\times 10.000$	$\times 1.000$	.	$\times 100$	$\times 10$	$\times 1$
1	1	1	.	1	1	1	.	1	1	1

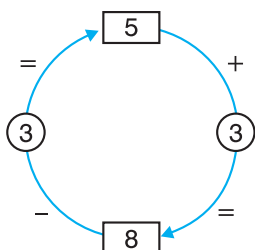
- Διαβάζουμε: 111 εκατομμύρια 111 χιλιάδες 111 μονάδες.

Αντίστροφες πράξεις είναι:

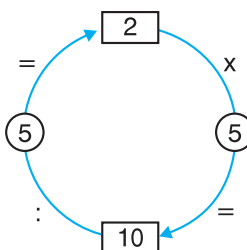
α) Η **πρόσθεση** με την **αφαίρεση**,

β) ο **πολλαπλασιασμός** με τη **διαίρεση**,

π.χ.



π.χ.



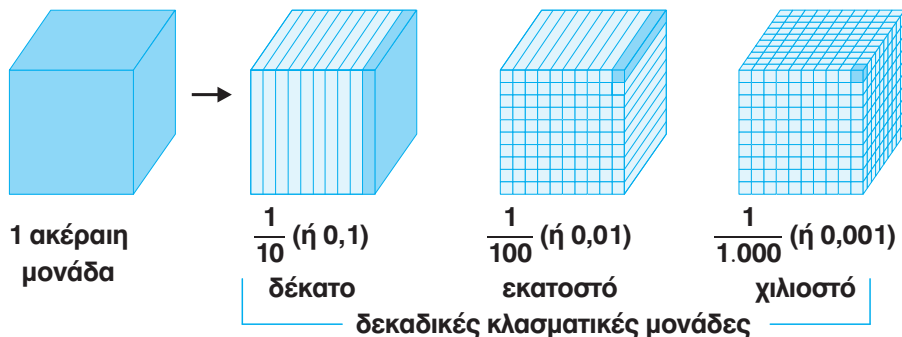
- Η **επαλήθευση** κάθε πράξης γίνεται με την **αντίστροφή της** πράξης.

Για να βρούμε:

Παραδείγματα

- τον άγνωστο προσθετέο, **αφαιρούμε** από το άθροισμα τον γνωστό προσθετέο. $5 + \square = 8 \rightarrow 8 - 5 = \square 3$
- τον άγνωστο παράγοντα του γινομένου, **διαιρούμε** το γινόμενο με τον γνωστό παράγοντα. $2 \times \square = 10 \rightarrow 10 : 2 = \square 5$
- τον άγνωστο μειωτέο, **προσθέτουμε** τη διαφορά με τον αφαιρετέο. $\square - 3 = 5 \rightarrow 5 + 3 = \square 8$
- τον άγνωστο διαιρέτεο, **πολλαπλασιάζουμε** το πηλίκο επί τον διαιρέτη. $\square : 5 = 2 \rightarrow 2 \times 5 = \square 10$

- Τα **δεκαδικά κλάσματα - δεκαδικοί αριθμοί** δημιουργούνται από την επανάληψη των **δεκαδικών κλασματικών μονάδων**.



- Όπως στους φυσικούς αριθμούς, η **αξία** κάθε δεκαδικού ψηφίου είναι 10 φορές **μεγαλύτερη** από την αξία του αμέσως επόμενου ψηφίου προς τα **δεξιά**.
Π.χ. το ψηφίο 1 στον δεκαδικό 111,111 έχει αξία:

ΑΚΕΡΑΙΟ ΜΕΡΟΣ			,	ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΜΕΡΟΣ		
Ε	Δ	Μ	,	δ	ε	χ
$\times 100$	$\times 10$	$\times 1$	,	$\times \frac{1}{10}$ ή 0,1	$\times \frac{1}{100}$ ή 0,01	$\times \frac{1}{1.000}$ ή 0,001
1	1	1	,	1	1	1

Διαβάζουμε: 111 ακέραιος και 111 χιλιοστά.

- Για να γράψουμε ένα δεκαδικό κλάσμα ως δεκαδικό αριθμό**, γράφουμε μόνο τον αριθμητή του και χωρίζουμε με υποδιαστολή τόσα δεκαδικά ψηφία, όσα μηδενικά έχει ο παρονομαστής. (Αν δεν επαρκούν τα δεκαδικά ψηφία, συμπληρώνουμε με μηδενικά.)

Π.χ. $\bullet \frac{8}{10} = 0,8$ $\bullet \frac{8}{100} = 0,08$ $\bullet \frac{8}{1.000} = 0,008$ $\bullet \frac{48}{1.000} = 0,048$ $\bullet \frac{18}{10} = 1,8$ κ.ο.κ.

- Για να γράψουμε ένα δεκαδικό αριθμό ως δεκαδικό κλάσμα**, γράφουμε όλο τον αριθμό, χωρίς την υποδιαστολή, στη θέση του αριθμητή και στη θέση του παρονομαστή γράφουμε τον αριθμό 1 με τόσα μηδενικά, όσα είναι τα δεκαδικά ψηφία του δεκαδικού αριθμού.

Π.χ. $\bullet 0,5 = \frac{5}{10}$ $\bullet 0,05 = \frac{5}{100}$ $\bullet 0,005 = \frac{5}{1.000}$ $\bullet 0,25 = \frac{25}{100}$ $\bullet 1,5 = \frac{15}{10}$ κ.ο.κ.

- Οι πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς γίνονται όπως και στους φυσικούς αριθμούς, αρκεί να προσέχουμε **τη θέση της υποδιαστολής**, δηλαδή:
 - στην κάθετη πρόσθεση και στην αφαίρεση η υποδιαστολή να βρίσκεται στην ίδια στήλη,
 - στον πολλαπλασιασμό στο τελικό γινόμενο να χωρίζουμε από το τέλος του τόσα δεκαδικά ψηφία, όσα έχουν μαζί οι δύο αριθμοί,

- στη διαίρεση δεκαδικού με φυσικό, μόλις τελειώσουμε με τη διαίρεση του ακέραιου μέρους, να βάζουμε υποδιαστολή στο πηλίκο και να συνεχίζουμε τη διαίρεση του δεκαδικού μέρους.



Επαναληπτικές ασκήσεις

- 1.1 α.** Με τα ψηφία 9, 8, 7, 6, 5 και 4 γράφω 8 εξαψήφιους αριθμούς που είναι μικρότεροι του 500.000 και μεγαλύτεροι του 400.000, χρησιμοποιώντας κάθε φορά όλα τα ψηφία και από μία φορά το καθένα:

456.789,,,,,,

- β.** Βάζω τους παραπάνω αριθμούς σε σειρά από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο:

..... < < < < < <

- 1.2** Υπολογίζω την αξία του μοτίβου, αν  $\rightarrow 50.000$ και  $\rightarrow 100.000$:

            $\rightarrow$

- 1.3** Παρακάτω «κρύβεται» ένας σπουδαίος αρχαίος Έλληνας. Χρωματίζω γαλάζιο το κυκλάκι, όταν το αποτέλεσμα είναι μικρότερο ή ίσο του 500.000, και βρίσκω το όνομά του, βάζοντας τα γράμματα από τα γαλάζια κυκλάκια στη σωστή σειρά:

 650.000 – 140.000	 1.000.000 : 4	 125.000 $\times$ 8
 125.000 $\times$ 4	 700 $\times$ 800	 1.000.000 : 2
 500 $\times$ 500	 62.500 $\times$ 8	 950.000 – 450.000
 351.000 + 149.000	 325.000 + 175.000	 875.000 – 425.000

Είναι ο:        

- 1.4*** Συμπληρώνω τους παρακάτω πίνακες:

α.

+	99.009	99.099	99.999
1			

β.

–	1	10	100
99.000			

γ.

–	9	999	9.999
199.999			

δ.

+	1	11	111
189.999			

Σημείωση: Οι ασκήσεις με αστερίσκο (*) είναι αυξημένης δυσκολίας και απευθύνονται σε δυνατούς λύτες.

1.5 Συμπληρώνω τα ψηφία που λείπουν στις επόμενες πράξεις:

α.
$$\begin{array}{r} 7.43\Box \\ + 8.\Box\Box8 \\ \hline 1\Box.206 \end{array}$$

β.
$$\begin{array}{r} \Box.\Box57 \\ + 7\Box\Box \\ \hline 1\Box.200 \end{array}$$

γ.
$$\begin{array}{r} 4.67\Box \\ - 9\Box9 \\ \hline \Box.\Box14 \end{array}$$

δ.
$$\begin{array}{r} 4.\Box77 \\ - 2.6\Box4 \\ \hline \Box.92\Box \end{array}$$

ε.
$$\begin{array}{r} 479 \\ \times \Box\Box \\ \hline \Box\Box95 \\ \Box\Box\Box1 \\ \hline \Box\Box.\Box\Box\Box \end{array}$$

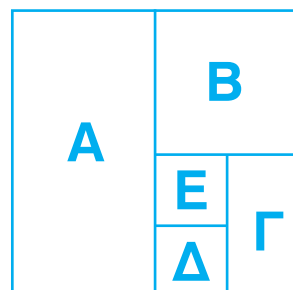
στ.
$$\begin{array}{r} \Box53 \\ \times 4\Box \\ \hline 15\Box8 \\ \Box\Box\Box\Box \\ \hline \Box\Box.\Box\Box\Box \end{array}$$

ζ.
$$\begin{array}{r} 7.83\Box \\ - 72 \\ \hline \Box\Box \\ - 5\Box \\ \hline 90 \\ - \Box\Box \\ \hline \Box \end{array}$$

η.
$$\begin{array}{r} 7.8\Box\Box \\ - 7\Box \\ \hline \Box5 \\ - 5\Box \\ \hline \Box\Box1 \\ - \Box\Box\Box \\ \hline \Box \end{array}$$

1.6 Λύνω το παρακάτω πρόβλημα:

- α. Τι μέρος του τετράγωνου κήπου καλύπτει κάθε παρτέρι (Α, Β, Γ, Δ, Ε);
- β. Πόσα τετραγωνικά μέτρα είναι η επιφάνεια του καθενός, αν του παρτεριού Ε είναι 25 τ.μ.; Δες στο σχήμα και τη σχέση μεγέθους των παρτεριών μεταξύ τους αλλά και με ολόκληρο τον κήπο.



- Συμπλήρωσε τον πίνακα:

Παρτέρι	Α	Β	Γ	Δ	Ε	ΣΥΝΟΛΟ
Μέρος του κήπου που καλύπτει το παρτέρι (με κλάσμα)	$\frac{\dots}{\dots}$	$\frac{\dots}{\dots}$	$\frac{\dots}{\dots}$	$\frac{\dots}{\dots}$	$\frac{\dots}{\dots}$	1 (ολόκληρος ο κήπος)
Εμβαδόν παρτεριού σε τ.μ. ($\Box$)					25	

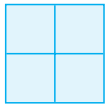
1.7 Παρατηρώ και συμπληρώνω:

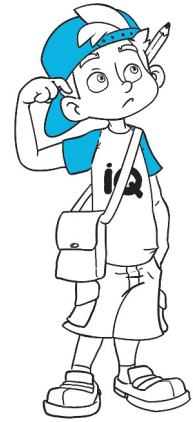
α. Αν  = 2,5, τότε:  =

β. Αν  = 27, τότε:  =

γ. Αν  = 3,75, τότε:  =

δ. Αν  = 90, τότε:  =

ε. Αν  = 0,75, τότε:  =

**1.8 Τοποθετώ τους αριθμούς στη σωστή σειρά (με δύο τρόπους σε κάθε περίπτωση), για να δημιουργήσω αριθμητικές αλυσίδες (μοτίβα):**

α.

0,8	,	0,4	,	0,1	,	1,6	,	0,2	,	6,4	,	3,2
-----	---	-----	---	-----	---	-----	---	-----	---	-----	---	-----

—

--	--	--	--	--	--	--

 —

ή —

--	--	--	--	--	--	--

 —

β.

0,08	,	0,04	,	0,10	,	0,02	,	0,06	,	0,14	,	0,12
------	---	------	---	------	---	------	---	------	---	------	---	------

—

--	--	--	--	--	--	--

 —

ή —

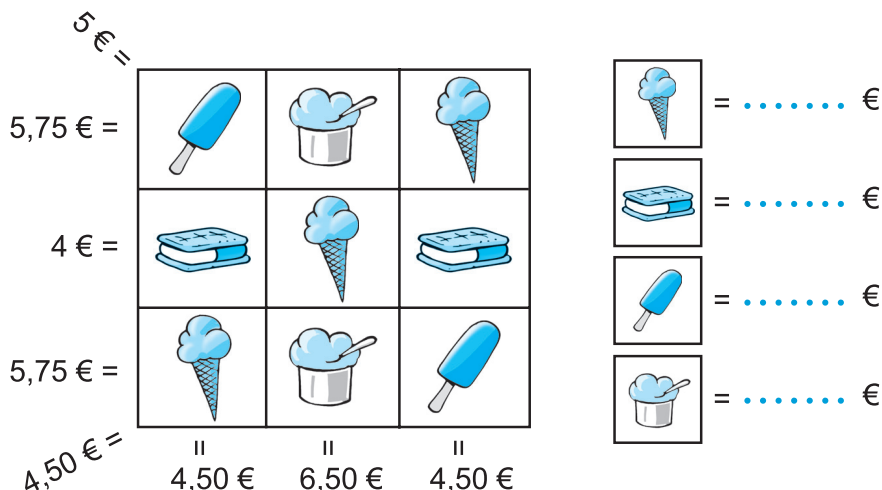
--	--	--	--	--	--	--

 —

1.9 Βρίσκω τον κανόνα και συμπληρώνω τα μοτίβα:

α.	1.000	100	10				
β.					0,5	0,05	0,005

1.10* Μπορείς να βρεις την αξία κάθε είδους παγωτού με βάση τα αθροίσματά τους, που δίνονται οριζόντια, κάθετα και διαγώνια;



1.11* Είμαι 15 κιλά και 500 γραμμάρια ελαφρύτερος από τον Φοίβο και 15 κιλά και 500 γραμμάρια βαρύτερος από τη Σμαράγδα.



- α. Μπορούμε όλα μαζί τα παιδιά να ανεβούμε σε έναν ανελκυστήρα (ασανσέρ) που σηκώνει μέχρι 150 κιλά;
- β. Αν ναι, πόσα κιλά σηκώνει ακόμη το ασανσέρ; Αν όχι, κατά πόσα κιλά υπερβαίνουμε το επιτρεπτό βάρος;
- Βάλε X στο κουτάκι και κύκλωσε τη σωστή απάντηση.

α. ΝΑΙ ☐ ΟΧΙ ☐

β. Α) 2 Β) 3 Γ) 4 Δ) 5 Ε) 6

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

1. Υπενθύμιση – Α' μέρος

1.1

α. Υπάρχουν πολλές λύσεις. Π.χ. 456.789, 456.798, 456.879, 456.897, 456.978, 456.987, 457.689, 457.698

β. $456.789 < 456.798 < 456.879 < 456.897 < 456.978 < 456.987 < 457.689 < 457.698$

1.2

Το στοιχείο του μοτίβου είναι $\triangle \bullet \triangle$ (= 250.000). Υπολογίζουμε την αξία του μοτίβου με διάφορους τρόπους (με πρόσθεση, με πολλαπλασιασμό, με το διπλάσιο κτλ.) και βρίσκουμε **1.000.000**.

1.3

Χρωματίζουμε τα γράμματα με τη σειρά:

- (Α) $1.000.000 : 4$ (= 250.000 < 500.000),
- (Ρ) 125.000×4 (= 500.000),
- (Χ) $1.000.000 : 2$ (= 500.000),
- (Ι) 500×500 (= 250.000 < 500.000),
- (Μ) 62.500×8 (= 500.000),
- (Η) $950.000 - 450.000$ (= 500.000),
- (Δ) $351.000 + 149.000$ (= 500.000)
- (Η) $325.000 + 175.000$ (= 500.000),
- (Σ) $875.000 - 425.000$ (= 450.000 < 500.000).

Είναι ο **ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ**.

1.4

α.	+	99.009	99.099	99.999
	1	99.010	99.100	100.000
β.	-	1	10	100
	99.000	98.999	98.990	98.900
γ.	-	9	999	9.999
	199.999	199.990	199.000	190.000
δ.	+	1	11	111
	189.999	190.000	190.010	190.110

1.5

α.
$$\begin{array}{r} 7. 4 3 \boxed{8} \\ + 8. \boxed{7} \boxed{6} 8 \\ \hline 1 \boxed{6}. 2 0 6 \end{array}$$

β.
$$\begin{array}{r} \boxed{9}.\boxed{4} 5 7 \\ + 7 \boxed{4} \boxed{3} \\ \hline 1 \boxed{0}. 2 0 0 \end{array}$$

γ.
$$\begin{array}{r} 4. 6 7 \boxed{3} \\ - 9 \boxed{5} 9 \\ \hline \boxed{3}.\boxed{7} 1 4 \end{array}$$

δ.
$$\begin{array}{r} 4. \boxed{5} 7 7 \\ - 2. 6 \boxed{5} 4 \\ \hline \boxed{1}. 9 2 \boxed{3} \end{array}$$

ε.
$$\begin{array}{r} 4 7 9 \\ \times \quad \boxed{9} \boxed{5} \\ \hline \boxed{2} \boxed{3} 9 5 \\ \boxed{4} \boxed{3} \boxed{1} 1 \\ \hline \boxed{4} \boxed{5}. \boxed{5} 0 5 \end{array}$$

στ.
$$\begin{array}{r} \boxed{2} 5 3 \\ \times \quad 4 \boxed{6} \\ \hline 1 5 \boxed{1} 8 \\ \boxed{1} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{2} \\ \hline \boxed{1} \boxed{1}. \boxed{6} \boxed{3} \boxed{8} \end{array}$$

ζ.
$$\begin{array}{r} 7. 8 3 \boxed{0} \quad 1 8 \\ - 7 2 \quad \boxed{4} \boxed{3} \boxed{5} \\ \hline \boxed{6} \boxed{3} \\ - 5 \boxed{4} \\ \hline 9 0 \\ - \boxed{9} \boxed{0} \\ \hline 0 \end{array}$$

η.
$$\begin{array}{r} 7. 8 \boxed{5} \boxed{1} \quad \boxed{1} 8 \\ - 7 \boxed{2} \quad \boxed{4} \boxed{3} \boxed{6} \\ \hline \boxed{6} 5 \\ - 5 \boxed{4} \\ \hline \boxed{1} \boxed{1} 1 \\ - \boxed{1} \boxed{0} \boxed{8} \\ \hline \boxed{3} \end{array}$$

1.6

Παρτέρι	Α	Β	Γ	Δ	Ε	ΣΥΝΟΛΟ
Μέρος του κήπου που καλύπτει το παρτέρι (με κλάσμα)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	1 (ολόκληρος ο κήπος)
Εμβαδόν παρτεριού σε τ.μ. ($\square$)	200	100	50	25	25	400

[Υπάρχουν πολλοί τρόποι λύσης. Για παράδειγμα:

α. Από το σχήμα φαίνεται ότι:

- Το **Α παρτέρι** καλύπτει το 1 δεύτερο $\left(\frac{1}{2}\right)$ της επιφάνειας του κήπου, δηλαδή τη μισή επιφάνειά του.

- Το **Β παρτέρι** καλύπτει το 1 τέταρτο $\left(\frac{1}{4}\right)$ της επιφάνειας του κήπου.

- Το **Γ παρτέρι** καλύπτει το 1 όγδοο $\left(\frac{1}{8}\right)$ της επιφάνειας του κήπου.

- Το **Δ παρτέρι** καλύπτει το 1 δέκατο έκτο $\left(\frac{1}{16}\right)$ της επιφάνειας του κήπου.

- Το **Ε παρτέρι** καλύπτει και αυτό το 1 δέκατο έκτο $\left(\frac{1}{16}\right)$ της επιφάνειας του κήπου.

β. Έτσι, αφού το $\frac{1}{16}$ της επιφάνειας του κήπου (δηλαδή το **Ε παρτέρι**) είναι 25 τ.μ., ολόκληρος ο κήπος είναι $25 \text{ τ.μ.} \times 16 = 400 \text{ τ.μ.}$
Άρα:

- Το **Α παρτέρι** είναι $400 \text{ τ.μ.} : 2 = 200 \text{ τ.μ.}$
- Το **Β παρτέρι**: $400 \text{ τ.μ.} : 4 = 100 \text{ τ.μ.}$
- Το **Γ παρτέρι**: $400 \text{ τ.μ.} : 8 = 50 \text{ τ.μ.}$
- Το **Δ παρτέρι**: $400 \text{ τ.μ.} : 16 = 25 \text{ τ.μ.}$

Αλλιώς:

- Αφού το **Ε παρτέρι**, που καλύπτει το $\frac{1}{16}$ της επιφάνειας του κήπου, είναι **25 τ.μ.**, τότε το **Δ παρτέρι**, που είναι ίσης επιφάνειας με το Ε, είναι και αυτό **25 τ.μ.**

- Το **Γ παρτέρι**, που καλύπτει το $\frac{1}{8}$ της επιφάνειας του κήπου, δηλαδή **διπλάσια** επιφάνεια από το Δ, είναι και **διπλάσια** τ.μ. από αυτό: $25 \text{ τ.μ.} \times 2 = 50 \text{ τ.μ.}$

- Το **Β παρτέρι**, που καλύπτει το $\frac{1}{4}$ της επιφάνειας του κήπου, δηλαδή **διπλάσια** επιφάνεια από το Γ παρτέρι, είναι και **διπλάσια** τ.μ. από αυτό: $50 \text{ τ.μ.} \times 2 = 100 \text{ τ.μ.}$

- Το **Α παρτέρι**, που καλύπτει το $\frac{1}{2}$ της επιφάνειας του κήπου, δηλαδή **διπλάσια** επιφάνεια από το Β παρτέρι, είναι και **διπλάσια** τ.μ. από αυτό: $100 \text{ τ.μ.} \times 2 = 200 \text{ τ.μ.}$
Συνολικά ολόκληρος ο κήπος είναι:
 $200 + 100 + 50 + 25 + 25 = 400 \text{ τ.μ.}$

1.7

Εργάζομαι με διάφορους τρόπους (μισό, διπλάσιο, αναγωγή στη μονάδα, πολλαπλασιασμό κτλ.). **α.** 10, **β.** 36, **γ.** 7,50, **δ.** 45, **ε.** 3

1.8

α.

0,1	0,2	0,4	0,8	1,6	3,2	6,4
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

ή

6,4	3,2	1,6	0,8	0,4	0,2	0,1
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Κανόνας: Κάθε φορά πολλαπλασιάζουμε με το 2 ή διαιρούμε με το 2.

β.

0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14
------	------	------	------	------	------	------

ή

0,14	0,12	0,10	0,08	0,06	0,04	0,02
------	------	------	------	------	------	------

Κανόνας: Κάθε φορά προσθέτουμε 2 εκατοστά (0,02) ή αφαιρούμε 2 εκατοστά.

1.9

α.

1.000	100	10	1	0,1	0,01	0,001
-------	-----	----	---	-----	------	-------

Κανόνας: Κάθε φορά διαιρούμε με το 10 τον προηγούμενο αριθμό για να πάρουμε τον επόμενο.

β.

5.000	500	50	5	0,5	0,05	0,005
-------	-----	----	---	-----	------	-------

Κανόνας: Πηγαίνοντας από το τέλος προς την αρχή της σειράς, κάθε φορά πολλαπλασιάζουμε με το 10.

1.10

 = 1,50 €  = 1,75 €

 = 1,25 €  = 2,50 €

[Υπάρχουν πολλοί τρόποι λύσης. Για παράδειγμα:

- Από το διαγώνιο άθροισμα που μας δίνεται βρίσκουμε ότι το ένα παγωτό χωνάκι κοστίζει $4,50 \text{ €} : 3 = 1,50 \text{ €}$ ή $4,50 \text{ €} : 3 = 150 \text{ λ.} : 3 = 150 \text{ λ.}$ ή **1,50 €**.

- Από το άθροισμα της δεύτερης σειράς βρίσκουμε ότι το ένα παγωτό σάντουιτς κοστίζει $(4 \text{ €} - 1,50 \text{ €}) : 2 = 2,50 \text{ €} : 2 = 1,25 \text{ €}$ ή $(4 \text{ €} - 1,50 \text{ €}) : 2 = (400 \text{ λ.} - 150 \text{ λ.}) : 2 = 250 \text{ λ.} : 2 = 125 \text{ λ.}$ ή **1,25 €**.

- Από το άθροισμα της δεύτερης στήλης βρίσκουμε ότι το ένα παγωτό κυπελλάκι κοστίζει $(6,50 \text{ €} - 1,50 \text{ €}) : 2 = 5 \text{ €} : 2 = 2,50 \text{ €}$ ή $(6,50 \text{ €} - 1,50 \text{ €}) : 2 = (650 \text{ λ.} - 150 \text{ λ.}) : 2 = 500 \text{ λ.} : 2 = 250 \text{ λ.}$ ή **2,50 €**.

- Τέλος, από το άλλο διαγώνιο άθροισμα βρίσκουμε ότι το ένα παγωτό ξυλάκι κοστίζει $(5 \text{ €} - 1,50 \text{ €}) : 2 = 3,50 \text{ €} : 2 = 1,75 \text{ €}$ ή $(5 \text{ €} - 1,50 \text{ €}) : 2 = (500 \text{ λ.} - 150 \text{ λ.}) : 2 = 350 \text{ λ.} : 2 = 175 \text{ λ.}$ ή **1,75 €**.]

1.11

Σωστές απαντήσεις είναι:

α. ΝΑΙ,

β. Ε) 6.

[**α.** Αφού το αγόρι είναι 15 κιλά και 500 γραμμάρια **ελαφρύτερο** από τον Φοίβο, ο Φοίβος είναι 15 κιλά και 500 γραμμάρια **βαρύτερος** από αυτό. Είναι δηλαδή:

$$\begin{array}{r} 48 \text{ κιλά} \\ + 15 \text{ κιλά} \quad 500 \text{ γραμμ.} \\ \hline 63 \text{ κιλά} \quad 500 \text{ γραμμ.} \end{array}$$

Επίσης, αφού είναι 15 κιλά και 500 γραμμ. **βαρύτερο** από τη Σμαράγδα, η Σμαράγδα είναι 15 κιλά και 500 γραμμάρια **ελαφρύτερη** από αυτό. Είναι δηλαδή:

$$\begin{array}{r} 47 \text{ κιλά} \quad 1.000 \text{ γραμμ.} \\ 48 \text{ κιλά} \quad 000 \text{ γραμμ.} \\ - 15 \text{ κιλά} \quad 500 \text{ γραμμ.} \\ \hline 32 \text{ κιλά} \quad 500 \text{ γραμμ.} \end{array}$$

Συνολικά τα τρία παιδιά ζυγίζουν:

$$\begin{array}{r} 48 \text{ κιλά} \quad 000 \text{ γραμμ.} \\ 63 \text{ κιλά} \quad 500 \text{ γραμμ.} \\ + 32 \text{ κιλά} \quad 500 \text{ γραμμ.} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 143 \text{ κιλά} \quad 1.000 \text{ γραμμ.} \\ \text{ή } 144 \text{ κιλά} \quad 000 \text{ γραμμ.} \end{array}$$

(αφού $1.000 \text{ γραμμ.} = 1 \text{ κιλό}$)

Άρα **ΝΑΙ**, μπορούν να μπουν και τα τρία μαζί στο ασανσέρ, γιατί $144 \text{ κιλά} < 150 \text{ κιλά}$.

β. Το ασανσέρ μπορεί να σηκώσει ακόμα $150 \text{ κιλά} - 144 \text{ κιλά} = \mathbf{6 \text{ κιλά}}$.]

2. Υπενθύμιση – Β' μέρος

2.1

α.



β.



γ.



δ.



- Όλα τα σχέδια έχουν το **ίδιο** εμβαδόν (ισοεμβαδικά), γιατί γίνονται από τα ίδια κομμάτια (επιφάνειες).

2.2

A)

Τρίγωνα	Τετράγωνα	Ορθογώνια παρ/μα
12	14	22

B)

Τρίγωνα	Ρόμβοι	Ισοπλευρά εξάγωνα
13	9	1

[Σχηματίζονται:

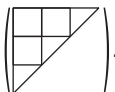
A) $\Rightarrow$ 12 τρίγωνα. Δηλαδή:

- **6 μικρά τρίγωνα** (με επιφάνεια μισό τετραγωνάκι (∇),

- **4 μεγαλύτερα τρίγωνα** με επιφάνεια ένα ολόκληρο τετραγωνάκι και δύο μισά

τετραγωνάκια  και

• **2 πολύ μεγάλα τρίγωνα** με επιφάνεια 3 ολόκληρα τετραγωνάκια και 3 μισά τετρα-

γωνάκια .

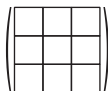
⇒ **14 τετράγωνα**. Δηλαδή:

• **9 μικρά τετράγωνα** () ,

• **4 μεγαλύτερα τετράγωνα** με επιφάνεια 4

τετραγωνάκια  και

• **1 πολύ μεγάλο τετράγωνο** με επιφάνεια 9

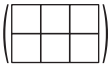
τετραγωνάκια , δηλαδή όλα τα μι-

κρά τετραγωνάκια.

⇒ **22 ορθογώνια παραλληλόγραμμα**. Δηλαδή:

• **12 μικρά ορθογώνια** με επιφάνεια 2 τετραγωνάκια το καθένα () (έξι οριζόντια και άλλα έξι κάθετα),

• **6 μεγαλύτερα ορθογώνια** με επιφάνεια 3 τετραγωνάκια το καθένα () (τρία οριζόντια και άλλα τρία κάθετα) και

• **4 πολύ μεγάλα ορθογώνια** με επιφάνεια 6 τετραγωνάκια  (δύο οριζόντια και άλλα δύο κάθετα).

Β) Σχηματίζονται:

⇒ **13 τρίγωνα**. Δηλαδή:

• **9 μικρά τρίγωνα** () ,

• **3 μεγαλύτερα τρίγωνα** με επιφάνεια 4 μι-

κρά τρίγωνα  και

• **1 πολύ μεγάλο τρίγωνο** με επιφάνεια 9 μι-

κρά τρίγωνα , δηλαδή όλα τα μι-

κρά τριγωνάκια.

⇒ **9 ρόμβοι** με επιφάνεια 2 τριγωνάκια. Δηλαδή:

• 3 πλαγιαστοί προς τα δεξιά () ,

• 3 πλαγιαστοί προς τα αριστερά () και

• 3 όρθιοι (.

⇒ **1 ισόπλευρο (κανονικό) εξάγωνο** με επιφάνεια 6 τριγωνάκια .

2.3

Σωστές απαντήσεις είναι:

α. Ε) 45,

β. Γ) 13.

[Υπάρχουν πολλοί τρόποι λύσης.

Για παράδειγμα:

α. Η 1 στρώση έχει $5 \times 3 = 15$ κυβάκια. Οι 3 στρώσεις έχουν $15 \times 3 = 45$ **κυβάκια**.

β. Η πρώτη στρώση έχει 2 μαύρα κυβάκια. Η δεύτερη στρώση έχει 9 μαύρα κυβάκια. Η τρίτη στρώση έχει 2 μαύρα κυβάκια.

Συνολικά: $2 + 9 + 2 = 13$ **μαύρα κυβάκια**.

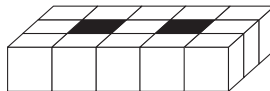
Αυτά φαίνονται αν κόψουμε οριζόντια σε φέτες – στρώσεις το ορθογώνιο παραλ/πεδο. Δηλαδή:



1η στρώση =
= 2 μαύρα



2η στρώση =
= 9 μαύρα

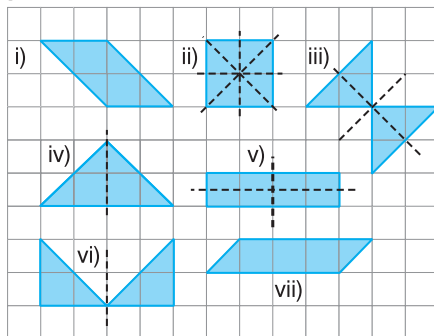


3η στρώση =
= 2 μαύρα

2.4

α. Όλα τα σχήματα έχουν **ίδιο** (ίσο) εμβαδόν, **4 τ.εκ.**

β.



2.5

Σωστές απαντήσεις είναι:

α. Δ) 150 εκ.,

β. Ε) 900 τ.εκ.

[α. Η πλευρά του τετράγωνου χαρτονιού είναι 120 εκ. : 4 = 30 εκ. Οι διαστάσεις του ορθογώνιου παραλληλογράμμου είναι:

- μήκος = 30 εκ. + 30 εκ. = 60 εκ.,

- πλάτος = 30 εκ. : 2 = 15 εκ.

Άρα η περίμετρός του είναι:

60 εκ. + 15 εκ. + 60 εκ. + 15 εκ. = **150 εκ.** ή
 $(60 \text{ εκ.} \times 2) + (15 \text{ εκ.} \times 2) = 120 \text{ εκ.} + 30 \text{ εκ.} =$
 $= \mathbf{150 \text{ εκ.}}$

Αλλιώς: $(\text{μήκος} + \text{πλάτος}) \times 2 =$

$= (60 \text{ εκ.} + 15 \text{ εκ.}) \times 2 = 75 \text{ εκ.} \times 2 = \mathbf{150 \text{ εκ.}}$

β. Το εμβαδόν του τετράγωνου χαρτονιού και του ορθογώνιου παραλληλογράμμου είναι το ίδιο.

Δηλαδή Ε τετραγώνου = μήκος $\times$ πλάτος =
 $= 30 \text{ εκ.} \times 30 \text{ εκ.} = \mathbf{900 \text{ τ.εκ.}}$

Ε ορθογώνιου παραλληλογράμμου =
 $= \text{μήκος} \times \text{πλάτος} = 60 \text{ εκ.} \times 15 \text{ εκ.} =$
 $= \mathbf{900 \text{ τ.εκ.}}$

2.6

Σωστές απαντήσεις είναι:

α. Δ) 42 εκ.,

β. Γ) 90 τ.εκ.

[α. Το μήκος της πλευράς κάθε μεγάλου τετραγώνου είναι 24 εκ. : 4 = 6 εκ., ενώ κάθε μικρού τετραγώνου είναι το μισό, δηλαδή 6 εκ. : 2 = 3 εκ. (φαίνεται από το σχήμα). Έτσι, η περίμετρος του ορθογωνίου ΑΒΓΔ είναι $(6 \text{ εκ.} + 3 \text{ εκ.} + 6 \text{ εκ.}) + 6 \text{ εκ.} +$
 $+ (6 \text{ εκ.} + 3 \text{ εκ.} + 6 \text{ εκ.}) + 6 \text{ εκ.} = \mathbf{42 \text{ εκ.}}$

Αλλιώς: Οι διαστάσεις του ορθογωνίου ΑΒΓΔ είναι:

- μήκος = 6 εκ. + 3 εκ. + 6 εκ. = 15 εκ.

- πλάτος = 6 εκ. Άρα η περίμετρος είναι $(\text{μήκος} + \text{πλάτος}) \times 2 = (15 \text{ εκ.} + 6 \text{ εκ.}) \times 2 =$
 $= 21 \text{ εκ.} \times 2 = \mathbf{42 \text{ εκ.}}$

β. Το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΒΓΔ είναι

• μήκος $\times$ πλάτος = 15 εκ. $\times$ 6 εκ. = **90 τ.εκ.**

• **Αλλιώς:** Βρίσκουμε το εμβαδόν κάθε τετραγώνου και τα προσθέτουμε.

Δηλαδή το εμβαδόν κάθε μεγάλου τετραγώνου είναι πλευρά $\times$ πλευρά = 6 εκ. $\times$ 6 εκ. =
 $= 36 \text{ τ.εκ.}$ και των δύο μαζί είναι 36 τ.εκ. +
 $+ 36 \text{ τ.εκ.} = \mathbf{72 \text{ τ.εκ.}}$

Το εμβαδόν κάθε μικρού τετραγώνου είναι πλευρά $\times$ πλευρά = 3 εκ. $\times$ 3 εκ. = 9 τ.εκ. και των δύο μαζί είναι 9 τ.εκ. $\times$ 2 = 18 τ.εκ. Συνολικά είναι 72 τ.εκ. + 18 τ.εκ. = **90 τ.εκ.**]

2.7

Σωστή απάντηση είναι η Ε) 150 γραμμ.

[Αφαιρώντας 2 σφαίρες από κάθε δίσκο του ζυγού Α, βρίσκουμε ότι οι 6 – 2 = 4 σφαίρες ζυγίζουν 100 γραμμ. Άρα η μία σφαίρα ζυγίζει 100 γραμμ. : 4 = 25 γραμμ.

Στον ζυγό Β φαίνεται ότι ο κύλινδρος μαζί με τις 2 σφαίρες ζυγίζουν 200 γραμμ. Άρα ο κύλινδρος μόνος του ζυγίζει 200 – (25 + 25) =
 $= 200 - 50 = \mathbf{150 \text{ γραμμ.}}$

2.8

α., β.

	1ο δρομολόγιο	2ο δρομολόγιο	3ο δρομολόγιο	4ο δρομολόγιο	5ο δρομολόγιο
Αναχώρηση	 08:00	 09:30	 11:00	 12:30	 14:00
Αφίξη	 10:15	 11:45	 13:15	 14:45	 16:15

3.

Πώς λύνουμε ένα πρόβλημα

3.1

α. Η α' κορδέλα έχει μήκος 90 εκ. και η β' κορδέλα 110 εκ.

[Αφαιρώντας τα επιπλέον 20 εκ. της β' κορδέλας από το συνολικό μήκος των δύο κορδελών, βρίσκουμε το **διπλάσιο** της α' κορδέλας.

Δηλαδή $2 \mu. - 20 \text{ εκ.} = 200 \text{ εκ.} - 20 \text{ εκ.} = 180 \text{ εκ.}$.
Οπότε η α΄ κορδέλα είναι $180 \text{ εκ.} : 2 = \mathbf{90 \text{ εκ.}}$.
και η β΄ είναι $90 \text{ εκ.} + 20 \text{ εκ.} = \mathbf{110 \text{ εκ.}}$.

Άλλως: Προσθέτοντας 20 εκ. στο συνολικό μήκος των δύο κορδελών, βρίσκουμε το **διπλάσιο** της β΄ κορδέλας. Δηλαδή $2 \mu. + 20 \text{ εκ.} = 200 \text{ εκ.} + 20 \text{ εκ.} = 220 \text{ εκ.}$. Οπότε η β΄ κορδέλα είναι $220 \text{ εκ.} : 2 = \mathbf{110 \text{ εκ.}}$ και η α΄ $110 \text{ εκ.} - 20 \text{ εκ.} = \mathbf{90 \text{ εκ.}}$]

β.



[Αν αφαιρέσουμε 100 γραμμ. από τον κύβο, $100 + 100 = 200 \text{ γραμμ.}$ από τον κώνο και $100 + 100 + 100 = 300 \text{ γραμμ.}$ από τον κύλινδρο, τότε κάθε αντικείμενο θα ζυγίζει όσο η σφαίρα. Δηλαδή 4 σφαίρες θα ζυγίζουν 1.000 γραμμ. $-(100 + 200 + 300) \text{ γραμμ.} = 1.000 \text{ γραμμ.} - 600 \text{ γραμμ.} = 400 \text{ γραμμ.}$ Άρα η 1 σφαίρα ζυγίζει 400 γραμμ. $: 4 = \mathbf{100 \text{ γραμμ.}}$, ο κύβος $100 + 100 = \mathbf{200 \text{ γραμμ.}}$, ο κώνος $200 + 100 = \mathbf{300 \text{ γραμμ.}}$ και ο κύλινδρος $300 + 100 = \mathbf{400 \text{ γραμμ.}}$

Άλλως: Αν προσθέσουμε 100 γραμμ. στον κώνο, $100 + 100 = 200 \text{ γραμμ.}$ στον κύβο και $100 + 100 + 100 = 300 \text{ γραμμ.}$ στη σφαίρα, τότε κάθε αντικείμενο θα ζυγίζει όσο ο κύλινδρος. Δηλαδή 4 κύλινδροι θα ζυγίζουν $1.000 + (100 + 200 + 300) = 1.000 + 600 = 1.600 \text{ γραμμ.}$ Άρα ο 1 κύλινδρος ζυγίζει 1.600 γραμμ. $: 4 = \mathbf{400 \text{ γραμμ.}}$, ο κώνος $400 - 100 = \mathbf{300 \text{ γραμμ.}}$, ο κύβος $300 - 100 = \mathbf{200 \text{ γραμμ.}}$ και η σφαίρα $200 - 100 = \mathbf{100 \text{ γραμμ.}}$]

3.2

α. Ο Πέτρος ζυγίζει: $(93 - 5) : 2 = 88 : 2 = \mathbf{44 \text{ κιλά}}$ και ο Αντρέας $44 + 5 = \mathbf{49 \text{ κιλά}}$.

β. Η Μυρτώ ζυγίζει: $49 - 2 = \mathbf{47 \text{ κιλά}}$ και η Δανάη $49 + 3 = \mathbf{52 \text{ κιλά}}$. Συνολικά ζυγίζουν $49 + 47 + 52 = \mathbf{148 \text{ κιλά}}$. Επομένως μπορούν

να ανέβουν μαζί, γιατί $148 \text{ κιλά} < 150 \text{ κιλά}$.

γ. i) Τα πατίνια κόστιζαν τα $\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ της αξί-

ας του χαρτονομίσματος. Αφού το $\frac{3}{5} - \frac{2}{5} =$

$= \frac{1}{5}$ της αξίας χαρτονομίσματος $\rightarrow 10 \text{ €}$, τό-

τε τα $\frac{5}{5}$ της αξίας του χαρτονομίσματος $\rightarrow 5 \times$

$\times 10 \text{ €} = 50 \text{ €}$. Άρα είχε ένα χαρτονόμισμα αξίας **50 €**.

ii) Αφού το $\frac{1}{5}$ αξ. χαρτ. $\rightarrow 10 \text{ €}$, τότε τα $\frac{2}{5}$

αξ. χαρτ. $\rightarrow 2 \times 10 \text{ €} = 20 \text{ €}$ και τα $\frac{3}{5}$ αξ.

χαρτ. $\rightarrow 3 \times 10 \text{ €} = 30 \text{ €}$. Επομένως η μπά-

λα κόστιζε **20 €** και τα πατίνια **30 €** (ή $20 +$

$+ 10 = \mathbf{30 \text{ €}}$ ή $50 - 20 = \mathbf{30 \text{ €}}$).

3.3

α. i) = ,

ii) = ,

iii) =

β. (Υπάρχουν πολλές λύσεις.)

i) Να προσθέσουμε στον β΄ δίσκο

μαζί με ή να προσθέσουμε ή να

αφαιρέσουμε από τον α΄ δίσκο κτλ.

ii) Να προσθέσουμε στον

α΄ δίσκο ή να προσθέσουμε και στον α΄ δίσκο κτλ.

iii) Να προσθέσουμε ή ή

και στον β΄ δίσκο ή να αφαι-

ρέσουμε από τον α΄ δίσκο κτλ.

iv) Να προσθέσουμε    ή 
και  στον α' δίσκο ή να αφαιρέσουμε
 από τον β' δίσκο και να προσθέσουμε
  στον α' δίσκο κτλ.

3.4

α. Σωστές απαντήσεις είναι:

i) Ε) 320 εκ.,

ii) Δ) 160 εκ.

[i] **Σημαντική παρατήρηση:** Παρατηρώντας την τετράγωνη κορνίζα του πίνακα ζωγραφικής, βλέπουμε ότι η πάνω και η κάτω πλευρά της (εξωτερικά) είναι η καθεμία όσο **τα δύο μήκη** των δύο ορθογώνιων χαρτονιών, ενώ η αριστερή και η δεξιά πλευρά της (εξωτερικά) είναι η καθεμία όσο **το μήκος και δύο πλάτη** των τριών ορθογώνιων χαρτονιών. Από αυτά συμπεραίνουμε ότι το μήκος κάθε ορθογώνιου χαρτονιού είναι **διπλάσιο** από το πλάτος του. Έτσι, χωρίζοντας την περίμετρό του σε $(2 + 1 + 2 + 1 =)$ 6 ίσα μέρη, βρίσκουμε ότι το ένα μέρος είναι 120 εκ. : 6 = 20 εκ. Άρα το πλάτος του είναι 20 εκ. και το μήκος του 20 εκ. $\times 2 =$ 40 εκ. Επομένως οι διαστάσεις της κορνίζας εξωτερικά είναι:

• μήκος = 40 εκ. + 40 εκ. = 80 εκ.

• πλάτος = 20 εκ. + 40 εκ. + 20 εκ. = 80 εκ.

Επομένως η περίμετρός της είναι 80 εκ. + 80 εκ. + 80 εκ. + 80 εκ. = **320 εκ.** ή 80 εκ. $\times 4 =$ **320 εκ.**

ii) Η πλευρά του τετράγωνου πίνακα ζωγραφικής χωρίς την κορνίζα είναι όσο το μήκος του ορθογώνιου χαρτονιού της κορνίζας, δηλαδή 40 εκ. Άρα η περίμετρος του τετράγωνου πίνακα ζωγραφικής είναι: 40 εκ. + 40 εκ. + 40 εκ. + 40 εκ. = **160 εκ.** ή 40 εκ. $\times 4 =$ **160 εκ.**]

- β. i) • Μπάλες: 10 τεμάχια,
• Σβούρες: 10 τεμάχια.
ii) • Μπάλα = 3 €,
• Σβούρα = 1 €.

[i] Η διαφορά του χρηματικού ποσού των δύο ειδών $30 \text{ €} - 10 \text{ €} = 20 \text{ €}$ (αφού είναι σε **ίση** ποσότητα) οφείλεται στο ότι κάθε μπάλα είναι 2 € ακριβότερη από κάθε σβούρα. Έτσι, έχουμε:

1 μπάλα $\rightarrow$ 2 € ακριβότερη

$\times$; μπάλες $\rightarrow$ 20 € ακριβότερες.

Δηλαδή αγοράσαμε:

$20 \text{ €} : 2 \text{ €} =$ **10 μπάλες** και **10 σβούρες** (αφού είναι σε ίση ποσότητα).

ii) Επομένως $30 \text{ €} : 10 =$ **3 €** έκανε η μία μπάλα και $10 \text{ €} : 10 =$ **1 €** ή $3 \text{ €} - 2 \text{ €} =$ **1 €** η μία σβούρα.]

3.5

(Υπάρχουν πολλές λύσεις.)

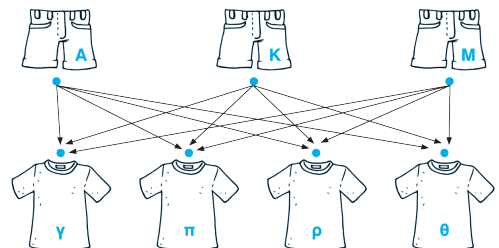
α. i) **1η ζυγαριά:** Βάζουμε στον α' δίσκο 

 και στον β' δίσκο    .

ii) **2η ζυγαριά:** Βάζουμε στον α' δίσκο  

 και στον β' δίσκο    κτλ.

β. **1ος τρόπος:**



2ος τρόπος:

Παντε- λόνια	Μπλουζάκια			
	γαλάζιο (γ)	πράσινο (π)	ροζ (ρ)	θαλασσί (θ)
Άσπρο (Α)	Α, γ	Α, π	Α, ρ	Α, θ
Καφέ (Κ)	Κ, γ	Κ, π	Κ, ρ	Κ, θ
Μπλε (Μ)	Μ, γ	Μ, π	Μ, ρ	Μ, θ

3ος τρόπος:

$3 \times 4 = 12$ φορεσιές. Δηλαδή κάθε φορά συνδυάζουμε το κάθε παντελόνι με το κάθε μπλουζάκι (ή το αντίστροφο).

3.6

α. Τα 10 € δε φτάνουν για να αγοράσει η Άννα όλα τα είδη, γιατί συνολικά κοστίζουν 11,75 € ή 11 € και 75 λ. Υπολογίζουμε με διάφορες μορφές αριθμών: Π.χ.

- Με συμμιγείς:

$$\begin{array}{r}
 1 \text{ €} \quad 10 \text{ λ.} \\
 3 \text{ €} \quad 90 \text{ λ.} \\
 4 \text{ €} \quad 20 \text{ λ.} \\
 \quad \quad 80 \text{ λ.} \\
 + 1 \text{ €} \quad 75 \text{ λ.} \\
 \hline
 9 \text{ €} \quad 275 \text{ λ.} \\
 \quad \quad \text{ή} \\
 11 \text{ €} \quad 75 \text{ λ.}
 \end{array}$$

$$1 \text{ €} = 100 \text{ λ.}$$



- Με τον νου:

$$\begin{aligned}
 &(3,90 \text{ €} + 1 \text{ € } 10 \text{ λ.}) + (4 \text{ € } 20 \text{ λ.} + 80 \text{ λ.}) + \\
 &+ 1 \text{ € } 75 \text{ λ.} = (3 \text{ € } 90 \text{ λ.} + 1 \text{ € } 10 \text{ λ.}) + \\
 &+ (4 \text{ € } 20 \text{ λ.} + 80 \text{ λ.}) + 1 \text{ € } 75 \text{ λ.} = \\
 &= (4 \text{ € } 100 \text{ λ.} + 4 \text{ € } 100 \text{ λ.}) + 1 \text{ € } 75 \text{ λ.} = \\
 &= 5 \text{ €} + 5 \text{ €} + 1 \text{ € } 75 \text{ λ.} = 10 \text{ €} + 1 \text{ € } 75 \text{ λ.} = \\
 &= 11 \text{ € } 75 \text{ λ.}
 \end{aligned}$$

- Με δεκαδικούς:

$$1,10 \text{ €} + 3,90 \text{ €} + 4,20 \text{ €} + 0,80 \text{ €} + 1,75 \text{ €} = 11,75 \text{ € κτλ.}$$

β. Με 10 € αγόρασε: το τετράδιο, την ξύστρα, τον διαβήτη και τον φάκελο. Δηλαδή: $(3,90 \text{ €} + 1 \text{ € } 10 \text{ λ.}) + (4 \text{ € } 20 \text{ λ.} + 80 \text{ λ.}) =$

$$\begin{aligned}
 &= (3 \text{ € } 90 \text{ λ.} + 1 \text{ € } 10 \text{ λ.}) + (4 \text{ € } 20 \text{ λ.} + 80 \text{ λ.}) = \\
 &= 4 \text{ € } 100 \text{ λ.} + 4 \text{ € } 100 \text{ λ.} = 5 \text{ €} + 5 \text{ €} = 10 \text{ €}.
 \end{aligned}$$

γ. Η Δανάη ξόδεψε 10 € : 2 = 5 €. Άρα αγόρασε:

- το τετράδιο και την ξύστρα $(3,90 \text{ €} + 1 \text{ € } 10 \text{ λ.} = 3 \text{ € } 90 \text{ λ.} + 1 \text{ € } 10 \text{ λ.} = 4 \text{ € } 100 \text{ λ.} = 5 \text{ €})$ ή
- τον διαβήτη και τον φάκελο $(4 \text{ € } 20 \text{ λ.} + 80 \text{ λ.} = 4 \text{ € } 100 \text{ λ.} = 5 \text{ €})$.

δ. Το τετράδιο και ο διαβήτης κόστισαν: $3,90 \text{ €} + 4 \text{ € } 20 \text{ λ.} = 3 \text{ € } 90 \text{ λ.} + 4 \text{ € } 20 \text{ λ.} = 7 \text{ € } 110 \text{ λ.} = 8 \text{ € } 10 \text{ λ.}$ Πήρε ρέστα: $10 \text{ €} - 8 \text{ € } 10 \text{ λ.} = 1 \text{ € } 90 \text{ λ.}$

3.7

α.				β.			
4	1	3	2	2	4	3	1
2	3	1	4	1	3	4	2
3	4	2	1	3	2	1	4
1	2	4	3	4	1	2	3

4. Οι φυσικοί αριθμοί

4.1

$\alpha \rightarrow \Sigma, \beta \rightarrow \Lambda, \gamma \rightarrow \Lambda, \delta \rightarrow \Sigma, \epsilon \rightarrow \Sigma,$
 $\sigma\tau \rightarrow \Lambda, \zeta \rightarrow \Lambda, \eta \rightarrow \Lambda, \theta \rightarrow \Sigma, \iota \rightarrow \Sigma$

4.2

α. (Κανόνας: Προσθέτουμε 1 κάθε φορά.)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----

β. (Κανόνας: Προσθέτουμε 2 κάθε φορά.)

0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

γ. (Κανόνας: Προσθέτουμε 2 κάθε φορά, για να συμπληρώσουμε τους αριθμούς που λείπουν προς τα δεξιά, ή αφαιρούμε 2 για να συμπληρώσουμε τους αριθμούς που λείπουν προς τα αριστερά).

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35
---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Ασκήσεις Βιβλίου μαθητή

ΕΝΟΤΗΤΑ 1η

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Υπενθύμιση – Α' μέρος

Αριθμοί

- 999.980, 999.981, 999.982, 999.983, 999.984, 999.985, 999.986, 999.987, 999.988, 999.989, 999.990, 999.991, 999.992, 999.993, 999.994, 999.995, 999.996, 999.997, 999.998, 999.999, 1.000.000
- Ο μεγαλύτερος πενταψήφιος αριθμός είναι ο 99.999.
- Ο μικρότερος τετραψήφιος αριθμός είναι ο 1.000.
- $198.089 < 198.090 < 198.091$
- $345.180 > 43.854$ $94.894 < 98.494$ $890.182 = 890.182$

Πρόσθεση και αφαίρεση

$$\begin{array}{r} 2.975 \\ + 6.208 \\ \hline 9.183 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15.094 \\ - 6.317 \\ \hline 8.777 \end{array}$$

- $8.000 + 4.000 = 12.000$
- $129.999 + 356.001 = 129.999 + 356.000 + 1 = (129.999 + 1) + 356.000 = 130.000 + 356.000 = 486.000$
- $45.700 + 239.135 + 3.300 = 45.700 + 239.135 + 3.000 + 300 = (45.700 + 300) + 239.135 + 3.000 = (46.000 + 3.000) + 239.135 = 49.000 + 239.135 = 288.135$
- $3.600 - 1.700 = 1.900$
- $642.800 - 4.800 = 638.000$
- $640.090 - 300.080 = 340.010$

Προσθέτουμε κάθετα τους αριθμούς:	Αφαιρούμε κάθετα τους αριθμούς:
$\begin{array}{r} 14.287 \\ 4.002 \\ 369 \\ + \quad 36 \\ \hline 18.694 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1.000.000 \\ - 345.804 \\ \hline 654.196 \end{array}$

Πολλαπλασιασμός

$$\begin{array}{r} 115 \\ \times 16 \\ \hline 690 \\ + 115 \\ \hline 1.840 \end{array}$$

- $2 \times 500.000 = 1.000.000$
- $4 \times 250.000 = 1.000.000$
- $8 \times 125.000 = 1.000.000$
- $12 \times 50.000 = 600.000$
- $150 \times 600 = 90.000$

Πολλαπλασιάζουμε κάθετα τους αριθμούς:

$\begin{array}{r} 378 \\ \times 19 \\ \hline 3.402 \\ + 378 \\ \hline 7.182 \end{array}$	$\begin{array}{r} 206 \\ \times 54 \\ \hline 824 \\ + 1.030 \\ \hline 11.124 \end{array}$
--	---

Διαίρεση τέλεια ($\upsilon = 0$)

7.830	18
- 72	435
63	
- 54	
090	
- 90	
0	

- $480.000 : 4 = 120.000$
- $480.000 : 12 = 40.000$
- $480.000 : 10.000 = 48$
- $480.000 : 160 = 3.000$
- $480.000 : 12.000 = 40$
- Το υπόλοιπο της διαίρεσης $2.502 : 5$ είναι 2, διότι $2.502 = 5 \times 500 + 2$.

Διαίρεση ατελής ($\upsilon \neq 0$)

7.852	18
- 72	436
65	
- 54	
112	
- 108	
4	

Διαιρούμε κάθετα τους αριθμούς:					
84.900	6	107.352	18	450.000	7
– 6	14.150	– 90	5.964	– 42	64.285
24		173		30	
– 24		– 162		– 28	
09		115		20	
– 6		– 108		– 14	
30		72		60	
– 30		– 72		– 56	
0		0		40	
– 0				– 35	
0				5	

Κλάσματα

Γράφουμε πώς διαβάζουμε τα κλάσματα:

- $\frac{1}{2}$ Ένα δεύτερο
- $\frac{1}{4}$ Ένα τέταρτο
- $\frac{3}{4}$ Τρία τέταρτα
- $\frac{5}{7}$ Πέντε εβδομα
- $\frac{1}{10}$ Ένα δέκατο
- $\frac{1}{100}$ Ένα εκατοστό

Δεκαδικοί αριθμοί

Γράφουμε πώς διαβάζουμε τους δεκαδικούς αριθμούς:

0,9	Εννέα δέκατα	0,12	Δώδεκα εκατοστά	0,123	Εκατόν είκοσι τρία χιλιοστά
1,9	Μία μονάδα και εννέα δέκατα	1,26	Μία μονάδα και είκοσι έξι εκατοστά	12,306	Δώδεκα μονάδες και τριακόσια έξι χιλιοστά

Πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς

- $4,8 + 1 = 5,8$
- $4,8 + 0,01 = 4,81$
- $4,8 + 0,1 = 4,9$
- $4,8 + 0,001 = 4,801$

- $4,8 - 1 = 3,8$
- $4,8 - 0,01 = 4,79$
- $4,8 - 0,1 = 4,7$
- $4,8 - 0,001 = 4,799$

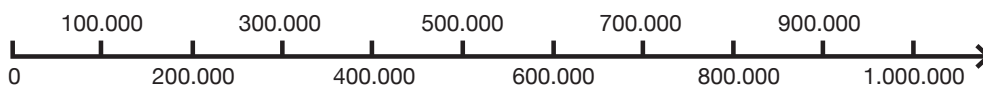
Προσθέτουμε κάθετα τους αριθμούς:	Αφαιρούμε κάθετα τους αριθμούς:
$\begin{array}{r} 36,00 \\ 3,60 \\ 0,36 \\ + 3,00 \\ \hline 42,96 \end{array}$	$\begin{array}{r} 100,02 \\ - 23,65 \\ \hline 76,37 \end{array}$

Συμμιγείς αριθμοί

- 1,248 μ. = 1 μ. 2 δεκ. 4 εκ. 8 χιλ.
- 3,600 κ. = 3 κ. 600 γραμμ.
- 1,5 ώρ. = 1 ώρα 30 λεπτά

Αριθμογραμμή

Συμπληρώνουμε τους αριθμούς στην αριθμογραμμή:



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Υπενθύμιση – Β΄ μέρος

Γεωμετρία

Αντιστοιχίζουμε τις ευθείες με τις ονομασίες τους:



τεμνόμενες

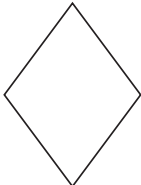


παράλληλες



κάθετες

Γεωμετρικά σχήματα

			
Τετράγωνο	Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο	Πλάγιο παραλληλόγραμμο	Ρόμβος

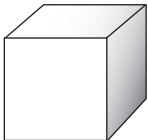
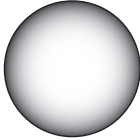
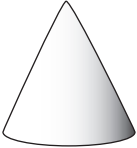
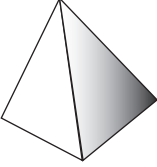
Καθένα από τα παραπάνω γεωμετρικά σχήματα έχει:

- α.** τέσσερις κορυφές
- β.** τέσσερις πλευρές
- γ.** τέσσερις γωνίες

Γράφουμε ποια από τα παραπάνω γεωμετρικά σχήματα έχουν:

- α.** όλες τις πλευρές τους ίσες: τετράγωνο, ρόμβος
- β.** όλες τις γωνίες τους ορθές: τετράγωνο, ορθογώνιο παραλληλόγραμμο

Γεωμετρικά στερεά

		
Κύβος	Σφαίρα	Κύλινδρος
		
Κώνος	Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο	Πυραμίδα

Μετρήσεις

Αναφέρουμε γνωστά μας μεγέθη και τις αντίστοιχες μονάδες με τις οποίες τα μετράμε:

- Μήκος (σε μέτρα) • Ύψος (σε μέτρα) • Βάρος (σε κιλά) • Επιφάνεια (σε τετραγωνικά μέτρα) • Χρόνος (σε ώρες) • Χωρητικότητα (σε λίτρα)

Μετράμε το μήκος

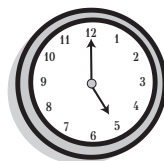
- Περίμετρος τετραγώνου = $4 \times 2 = 8$ εκ.
- Περίμετρος ορθογωνίου = $2 \times (2 + 4) = 2 \times 6 = 12$ εκ.

Μετράμε την επιφάνεια

- Εμβαδόν τετραγώνου = μήκος πλευράς $\times$ μήκος πλευράς = $2 \times 2 = 4$ τ.εκ.
- Εμβαδόν ορθογωνίου = μήκος $\times$ πλάτος = $4 \times 2 = 8$ τ.εκ.

Μετράμε τον χρόνο

- Γράφουμε τι ώρα δείχνει το ρολόι της εικόνας 2 ώρες και 45 λεπτά μετά: 8 παρά τέταρτο.
- Γράφουμε τι ώρα έδειχνε το ρολόι της εικόνας πριν από 1 ώρα και 15 λεπτά: 4 παρά τέταρτο.
- Τα σχολεία κλείνουν 15 Ιουνίου και ανοίγουν 11 Σεπτεμβρίου. Υπολογίζουμε πόσες ημέρες είναι οι καλοκαιρινές διακοπές μας:



15 Ιουνίου $\rightarrow$ 15/06
11 Σεπτεμβρίου $\rightarrow$ 11/09

8 μήνες	41 ημέρες
- 9 μήνες	11 ημέρες
- 6 μήνες	15 ημέρες
2 μήνες	26 ημέρες

Μετράμε το βάρος

- Μετράμε με ακρίβεια το βάρος μας σε: κιλά και γραμμάρια.

Μετράμε τη χωρητικότητα

Γράφουμε τη χωρητικότητα την οποία έχει συνήθως:

- ένα μεγάλο μπουκάλι νερό: 1,5 λίτρο
- ένα μικρό μπουκάλι νερό: 0,5 λίτρο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Πώς λύνουμε ένα πρόβλημα

Εφαρμογή

Από το σχέδιο στο τετραγωνισμένο χαρτί φαίνεται ότι το κατάστημα πούλησε 80 μπάλες βόλεϊ και 40 μπάλες ποδοσφαίρου.

Αναστοχασμός

1. Η απάντηση του Νίκου είναι λανθασμένη, διότι δηλώνει μόνο το πλήθος, χωρίς να ξεκαθαρίζει τι είδους μπάλες αφορά το πλήθος αυτό.
2. Σε κάθε πρόβλημα γράφουμε αναλυτικά τη λύση και την απάντησή του, για να δείχνουμε με σαφήνεια με ποιες μαθηματικές σχέσεις εκφράσαμε και βρήκαμε τη λύση του, ώστε να μπορούμε εύκολα να επαληθεύσουμε ότι η απάντηση που δώσαμε σε αυτό είναι η σωστή.
3. Συμφωνούμε, γιατί τα περισσότερα από τα προβλήματα που συναντάμε στα Μαθηματικά είναι προβλήματα της καθημερινής ζωής· προβλήματα που θα συναντήσουμε στις καθημερινές μας αγορές, στην επίσκεψή μας στον κινηματογράφο, στις σχέσεις μας με τους φίλους μας κτλ. Ο μαθηματικός τρόπος σκέψης και οι στρατηγικές που ακολουθούμε θα μας βοηθήσουν να λύσουμε άμεσα και εύκολα όλα αυτά τα προβλήματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Οι φυσικοί αριθμοί

Διερεύνηση

... Από τους αριθμούς που δίνονται φυσικοί αριθμοί είναι οι 21, 13, 6, 0, διότι το $\frac{1}{4}$ είναι κλασματικός αριθμός, το 2,50 είναι δεκαδικός αριθμός και το -1 είναι αρνητικός αριθμός.

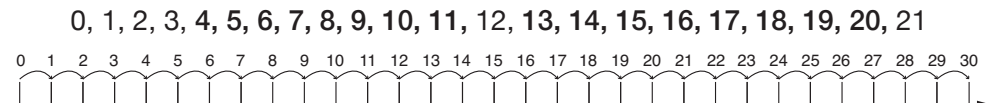
- Αναγνωρίζουμε τη συσκευή που δείχνει η κάθε εικόνα και παρατηρούμε τα πληκτρολόγιά τους.

		
Κινητό τηλέφωνο	Αριθμομηχανή τσέπης	Ταμειακή μηχανή

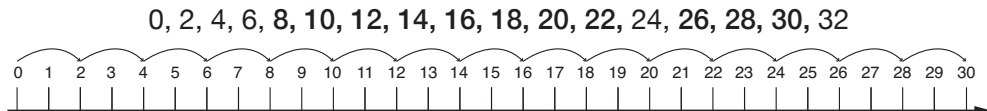
1. Το πληκτρολόγιο κάθε συσκευής έχει 10 πλήκτρα με αριθμούς.
2. Τα σύμβολα που χρησιμοποιούμε για να γράψουμε τους φυσικούς αριθμούς ονομάζονται δεκαδικά ψηφία και είναι τα εξής: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
3. Ο μεγαλύτερος φυσικός αριθμός που μπορούμε να γράψουμε με τα ψηφία που δεν έχουν σβηστεί είναι ο 9.864.321.
Ο μικρότερος φυσικός αριθμός που μπορούμε να γράψουμε με τα ψηφία που δεν έχουν σβηστεί είναι ο 1.234.689.
... Ο μικρότερος φυσικός αριθμός είναι το 0. Ο μεγαλύτερος φυσικός αριθμός δεν υπάρχει, γιατί για κάθε φυσικό αριθμό υπάρχει ο επόμενός του.

Εφαρμογή

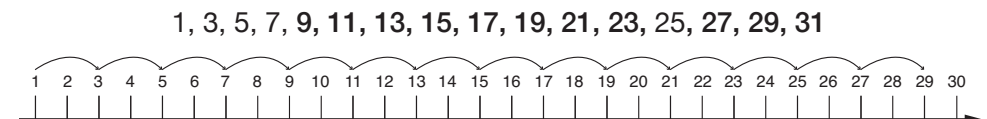
- α.** Κάθε αριθμός προκύπτει από τον προηγούμενό του με πρόσθεση της μονάδας:



- β.** Κάθε αριθμός προκύπτει από τον προηγούμενό του με αύξηση κατά 2 μονάδες:



- γ.** Κάθε αριθμός προκύπτει από τον προηγούμενό του με αύξηση κατά 2 μονάδες:



Αναστοχασμός

1. β
2. β
3. Η Αγγελική έχει απόλυτο δίκιο. Για παράδειγμα, ο φυσικός αριθμός 99 έχει 2 ψηφία και ο επόμενός του, ο 100, έχει 3 ψηφία. Ομοίως ο φυσικός αριθμός 9.999 έχει 4 ψηφία και ο επόμενός του, ο 10.000, έχει 5 ψηφία.
4. Γράφουμε τον αριθμό 789. Ο προηγούμενός του είναι κατά μία μονάδα μι-

κρότερος και είναι ο αριθμός 788. Ο επόμενός του είναι κατά μία μονάδα μεγαλύτερος και είναι ο αριθμός 790.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: Αξία θέσης ψηφίου στους φυσικούς αριθμούς

Διερεύνηση

1. Τα διαφορετικά ψηφία στον αριθμό που δείχνει τον πληθυσμό στην Κίνα είναι 3 και συγκεκριμένα είναι το 0, το 1 και το 4.
2. Τοποθετούμε τα ψηφία στον πίνακα ξεκινώντας από τις μονάδες και φτάνοντας μέχρι τα δισεκατομμύρια.

	ΔΙΣΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			•	ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			•	ΧΙΛΙΑΔΕΣ			•	ΜΟΝΑΔΕΣ		
	Ε	Δ	Μ		Ε	Δ	Μ		Ε	Δ	Μ		Ε	Δ	Μ
	x100.000.000.000	x10.000.000.000	x1.000.000.000		x100.000.000	x10.000.000	x1.000.000		x100.000	x10.000	x1.000		x100	x10	x1
Πληθυσμός Κίνας 1-7-16			1	•	4	0	0	•	0	0	0	•	0	0	0
Πληθυσμός Ινδίας 2050															

3. Το ψηφίο με τη μεγαλύτερη αξία είναι το 1, διότι έχει αξία 1 ΜΔ = 1.000.000.000.
4. Το άθροισμα της αξίας των ψηφίων του αριθμού είναι:
 $1 \text{ ΜΔ} + 4 \text{ ΕΕ} = 1.000.000.000 + 400.000.000.$
5. Ο πληθυσμός της Ινδίας το 2050 θα είναι:
 $1.400.000.000 + 300.000.000 = 1.700.000.000$ κάτοικοι.

	ΔΙΣΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			•	ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			•	ΧΙΛΙΑΔΕΣ			•	ΜΟΝΑΔΕΣ		
	Ε	Δ	Μ		Ε	Δ	Μ		Ε	Δ	Μ		Ε	Δ	Μ
	x100.000.000.000	x10.000.000.000	x1.000.000.000		x100.000.000	x10.000.000	x1.000.000		x100.000	x10.000	x1.000		x100	x10	x1
Πληθυσμός Κίνας 1-7-16			1	•	4	0	0	•	0	0	0	•	0	0	0
Πληθυσμός Ινδίας 2050			1	•	7	0	0	•	0	0	0	•	0	0	0

Εφαρμογή

Η σχέση που έχει η αξία κάθε θέσης με την αμέσως προηγούμενη και την αμέσως επόμενη της είναι αυτή που φαίνεται στον πίνακα:

[illegible]

$$10 = 10 \times 1$$

$$100 = 10 \times 10$$

$$1.000 = 10 \times 100$$

$$10.000 = 10 \times 1.000$$

.....

Η αξία κάθε θέσης είναι δεκαπλάσια από την προηγούμενή της και υποδεκαπλάσια από την αμέσως επόμενη.

Αναστοχασμός

1. B
2. B
3. Ο αριθμός που έγραψε ο Αντρέι δεν είναι ο ζητούμενος. Ο αριθμός που ζητείται γράφεται ως εξής: 3.000.450.006. Ο αριθμός που έγραψε ο Αντρέι διαβάζεται: τρία δισεκατομμύρια τετρακόσια πενήντα εκατομμύρια έξι χιλιάδες.

Ασκήσεις Τετραδίου εργασιών

ΕΝΟΤΗΤΑ 1η

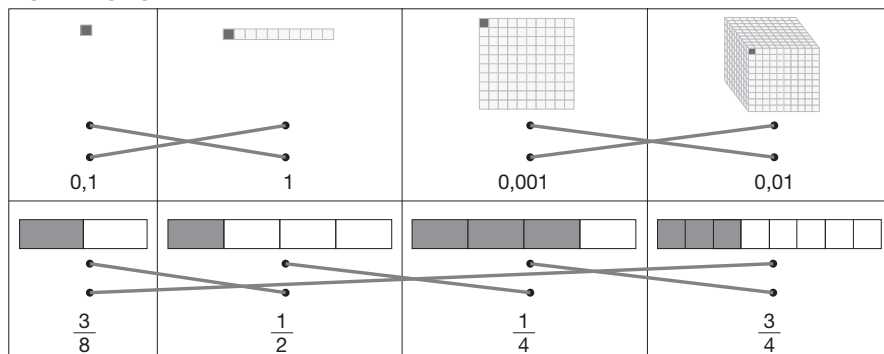
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Υπενθύμιση – Α' Μέρος

1η Άσκηση

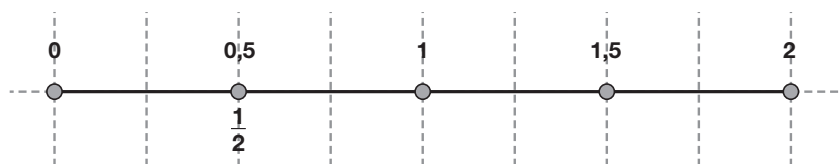
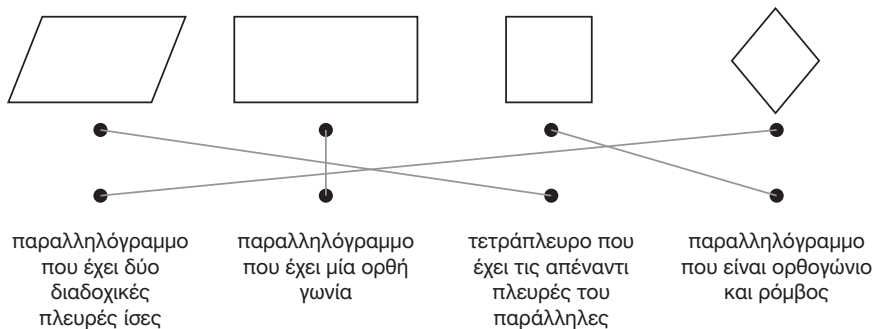
	1.249	Χίλια διακόσια σαράντα εννέα
	2.284	Δύο χιλιάδες διακόσια ογδόντα τέσσερα
	3.066	Τρεις χιλιάδες εξήντα έξι
	3.880	Τρεις χιλιάδες οκτακόσια ογδόντα

2η Άσκηση

9	Εννέα	9.000	Εννέα χιλιάδες
90	Ενενήντα	90.000	Ενενήντα χιλιάδες
900	Εννιακόσια	900.000	Εννιακόσιες χιλιάδες
0,9	Εννέα δέκατα	9,909	Εννέα μονάδες και εννιακόσια εννέα χιλιοστά
0,09	Εννέα εκατοστά	90,090	Ενενήντα μονάδες και ενενήντα χιλιοστά

8η Άσκηση**9η Άσκηση**

Για παράδειγμα, αν η ημερομηνία γέννησης είναι 23/11/2008, τότε αυτή γράφεται με συμμιγή αριθμό: 23 ημέρες 11 μήνες και 2.008 έτη.

10η Άσκηση**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Υπενθύμιση – Β' Μέρος****1η Άσκηση****1ο Πρόβλημα**

Από τα δεδομένα του προβλήματος γνωρίζουμε το πλάτος του ορθογωνίου και την περίμετρό του. Για να υπολογίσουμε το μήκος του, βρίσκουμε πρώτα τη διαφορά: $26 - 5 - 5 = 21 - 5 = 16$ εκ.

Στη συνέχεια διαιρούμε διά 2, οπότε $16 : 2 = 8$ εκ.

Το εμβαδόν του ορθογωνίου είναι: $E = 8 \times 5 = 40$ τ.εκ.

2ο Πρόβλημα

Το μήκος κάθε πλευράς είναι $12 : 4 = 3$ μ.

ή $3 \mu. = 3 \times 10 = 30$ δεκ.

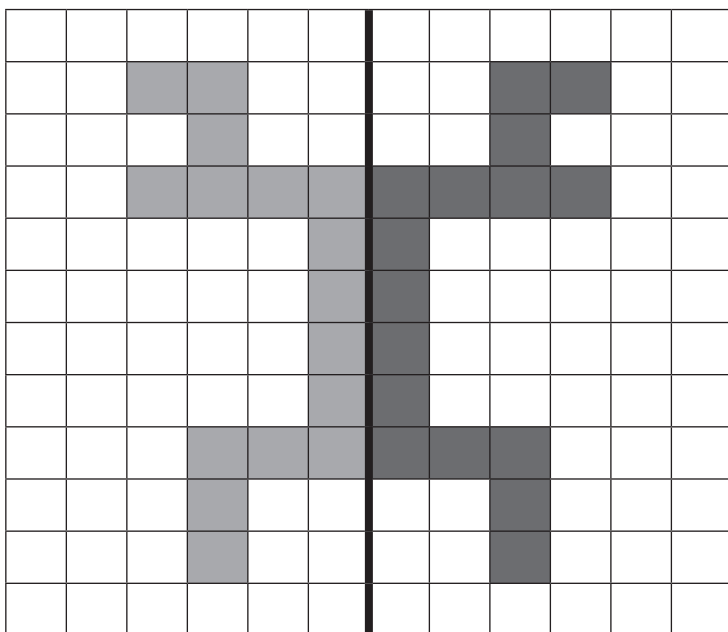
ή $3 \mu. = 3 \times 100 = 300$ εκ.

ή $3 \mu. = 3 \times 1.000 = 3.000$ χιλ.

3ο Πρόβλημα

A. Η κόκκινη επιφάνεια αποτελείται από 16 τετράγωνα, που το καθένα έχει εμβαδόν $1 \times 1 = 1$ τ.εκ. Συνεπώς το εμβαδόν ολόκληρης της κόκκινης επιφάνειας είναι $16 \times 1 = 16$ τ.εκ. Η περίμετρος της κόκκινης επιφάνειας είναι 34 εκ., καθώς αποτελείται από 34 πλευρές τετραγώνου.

B. Το συμμετρικό της επιφάνειας είναι η σκούρα γκριζα χρωματισμένη επιφάνεια:



Το συνολικό εμβαδόν της επιφάνειας είναι το διπλάσιο της αρχικής επιφάνειας, δηλαδή είναι $2 \times 16 = 32$ τ.εκ.

Για να υπολογίσουμε την περίμετρο της συνολικής επιφάνειας, αφαιρούμε από την περίμετρο της κόκκινης επιφάνειας 6 εκ. (πρόκειται για τις πλευρές των τετραγώνων της κόκκινης επιφάνειας που εφάπτονται με τις πλευρές

τετραγώνων της μπλε επιφάνειας), επομένως έχουμε $34 - 6 = 28$ εκ. Στη συνέχεια διπλασιάζουμε και έχουμε την περίμετρο του συνολικού σχήματος, που είναι $2 \times 28 = 56$ εκ.

4ο Πρόβλημα

Η περίμετρος του τετραγώνου είναι $\Pi_{\text{τετραγώνου}} = 4 \times 3 = 12$ εκ. Εφόσον η περίμετρος του παραλληλογράμμου είναι διπλάσια από αυτή του τετραγώνου, τότε είναι $\Pi_{\text{παραλληλογράμμου}} = 2 \times 12 = 24$ εκ. Η περίμετρος ολόκληρου του σχήματος είναι $\Pi_{\text{σχήματος}} = \Pi_{\text{τετραγώνου}} + \Pi_{\text{παραλληλογράμμου}} - 3 - 3 = 12 + 24 - 3 - 3 = 30$ εκ. (αφαιρούμε την κοινή πλευρά δύο φορές). Άρα η σωστή απάντηση είναι η Γ.

5ο Πρόβλημα

Αν σήμερα έχουμε 12 Σεπτεμβρίου 2018, τότε, για να υπολογίσουμε πόσα χρόνια έχουν περάσει από την ημέρα της γέννησης του Διονύσιου Σολωμού έως σήμερα, κάνουμε την παρακάτω αφαίρεση συμμιγών αριθμών:

$$\begin{array}{r} 2.018 \text{ έτη } 9 \text{ μήνες } 12 \text{ ημέρες} \\ - 1.798 \text{ έτη } 4 \text{ μήνες } 8 \text{ ημέρες} \\ \hline 220 \text{ έτη } 5 \text{ μήνες } 4 \text{ ημέρες} \end{array}$$

Έχουν περάσει 220 έτη, 5 μήνες και 4 ημέρες από την ημέρα γέννησης του Διονύσιου Σολωμού.

6ο Πρόβλημα

Η Μαρία είναι $58 - 29 = 29$ ετών.

Ο αδερφός της είναι $29 - 6 = 23$ ετών.

7ο Πρόβλημα

1ος τρόπος: Καθώς $50 = 4 \times 10 + 2 \times 5$, συμπεραίνουμε ότι μπορούμε να ανταλλάξουμε 50 € με 4 χαρτονομίσματα των 10 € και 2 χαρτονομίσματα των 5 €.

2ος τρόπος: Καθώς $50 = 3 \times 10 + 4 \times 5$, συμπεραίνουμε ότι μπορούμε να ανταλλάξουμε 50 € με 3 χαρτονομίσματα των 10 € και 4 χαρτονομίσματα των 5 €.

3ος τρόπος: Καθώς $50 = 2 \times 10 + 6 \times 5$, συμπεραίνουμε ότι μπορούμε να ανταλλάξουμε 50 € με 2 χαρτονομίσματα των 10 € και 6 χαρτονομίσματα των 5 €.

4ος τρόπος: Καθώς $50 = 10 + 8 \times 5$, συμπεραίνουμε ότι μπορούμε να ανταλλάξουμε 50 € με 1 χαρτονόμισμα των 10 € και 8 χαρτονομίσματα των 5 €.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Πώς λύνουμε ένα πρόβλημα

1ο Πρόβλημα

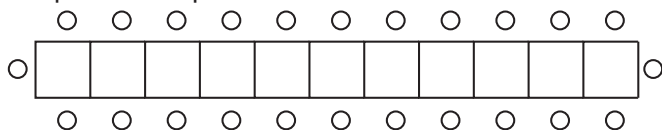
1. Διαβάζουμε προσεκτικά το πρόβλημα, έτσι ώστε να διακρίνουμε:
 - Τι προσπαθούμε να βρούμε;
 - Τι γνωρίζουμε;
2. Προτείνουμε στρατηγικές με τις οποίες νομίζουμε ότι μπορούμε να λύσουμε το πρόβλημα. Επιλέγουμε τη στρατηγική με την οποία θα προσπαθήσουμε να λύσουμε το πρόβλημα.
3. Λύνουμε το πρόβλημα. (Συζητάμε με ποιες μαθηματικές σχέσεις μπορούμε να εκφράσουμε αυτά που γνωρίζουμε και πώς μπορούμε να βρούμε αυτό το οποίο ζητάμε.)
4. Απαντάμε στο πρόβλημα.
5. Συζητάμε πώς μπορούμε να ελέγξουμε την απάντησή μας.

2ο Πρόβλημα

1. • *Τι προσπαθούμε να βρούμε;* Πόσα τραπέζια χρειάζονται να μπουν το ένα δίπλα στο άλλο, έτσι ώστε να καθίσουν 24 παιδιά (η Δανάη και οι 23 καλεσμένοι της).
• *Τι γνωρίζουμε;* Γνωρίζουμε ότι σε ένα τραπέζι μπορούν να καθίσουν 4 παιδιά και σε δύο τραπέζια, που το ένα είναι δίπλα στο άλλο, μπορούν να καθίσουν 6 παιδιά.
2. *Επιλέγουμε στρατηγική επίλυσης του προβλήματος.*
Επιλέγουμε να καταγράψουμε τα αριθμητικά δεδομένα σε έναν πίνακα και να βρούμε τον κανόνα που μας δίνει το πλήθος των παιδιών, αν προσθέσουμε ένα ακόμη τραπέζι.
3. *Λύνουμε το πρόβλημα.*

Πλήθος τραπεζιών	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Πλήθος παιδιών	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24

4. *Απαντάμε στο πρόβλημα:* Χρειάζονται 11 τραπέζια, που θα μπουν το ένα δίπλα στο άλλο, έτσι ώστε να καθίσουν τα 23 παιδιά που έχει καλέσει η Δανάη στο πάρτι της και η ίδια.
5. *Ελέγχουμε την απάντησή μας.* Η παρακάτω εικόνα μάς πείθει ότι το αποτέλεσμα είναι λογικό.



Διερεύνηση – Επέκταση

1. • *Τι προσπαθούμε να βρούμε;* Το πλήθος των αυτοκινήτων και το πλήθος των ποδηλάτων.
• *Τι γνωρίζουμε;* Το συνολικό πλήθος των παιχνιδιών και πόσες ρόδες έχουν όλα μαζί. Επίσης γνωρίζουμε ότι ένα αυτοκίνητο έχει 4 ρόδες και ένα ποδήλατο έχει 2 ρόδες.
2. *Επιλέγουμε στρατηγική επίλυσης του προβλήματος.*
Επιλέγουμε να εργαστούμε με λογικούς συλλογισμούς και αριθμητικές πράξεις.
3. *Λύνουμε το πρόβλημα.*
Αν και τα δύο είδη παιχνιδιών είχαν 2 ρόδες, τότε όλα μαζί θα είχαν:
 $2 \times 24 = 48$ ρόδες. Η διαφορά στις ρόδες (σε σχέση με τις 62 που έχουμε τώρα) είναι $62 - 48 = 14$ ρόδες επιπλέον για τις 2 ρόδες των αυτοκινήτων που δεν υπολογίσαμε. Άρα τα αυτοκίνητα είναι $14 : 2 = 7$, ενώ τα ποδήλατα είναι $24 - 7 = 17$.
4. *Απαντάμε στο πρόβλημα:* Ο Νίκος έχει 7 αυτοκίνητα και 17 ποδήλατα.
5. *Συζητάμε πώς μπορούμε να ελέγξουμε την απάντησή μας.*
Υπολογίζουμε πόσες ρόδες έχουν τα 7 αυτοκίνητα: $4 \times 7 = 28$ ρόδες.
Υπολογίζουμε πόσες ρόδες έχουν τα 17 ποδήλατα: $2 \times 17 = 34$ ρόδες.
Αθροίζοντας έχουμε $28 + 34 = 62$ ρόδες, όπως αναφέρει και η εκφώνηση του προβλήματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Οι φυσικοί αριθμοί**1η Άσκηση**

Προηγούμενος φυσικός αριθμός	Φυσικός αριθμός	Επόμενος φυσικός αριθμός
78.900	78.901	78.902
479.168	479.169	479.170
8.367.029	8.367.030	8.367.031
63.156.998	63.156.999	63.157.000
999.999.999	1.000.000.000	1.000.000.001

2η Άσκηση

Ο μικρότερος φυσικός αριθμός που είναι:		
διψήφιος	10	δέκα
τετραψήφιος	1.000	χίλια
εννιψήφιος	100.000.000	εκατό εκατομμύρια

Ο μεγαλύτερος φυσικός αριθμός που είναι:		
τριψήφιος	999	εννιακόσια ενενήντα εννέα
εξαψήφιος	999.999	εννιακόσιες ενενήντα εννέα χιλιάδες εννιακόσια ενενήντα εννέα
δεκαψήφιος	9.999.999.999	εννέα δισεκατομμύρια εννιακόσια ενενήντα εννέα εκατομμύρια εννιακόσιες ενενήντα εννέα χιλιάδες εννιακόσια ενενήντα εννέα

Στον πρώτο πίνακα οι αριθμοί είναι πολλαπλάσια του 10, ενώ στον δεύτερο πίνακα οι αριθμοί είναι πολλαπλάσια του 9.

3η Άσκηση

Γραφή αριθμού με ψηφία	Γραφή αριθμού με λέξεις	Γραφή αριθμού με ψηφία και με λέξεις
963.000	εννιακόσιες εξήντα τρεις χιλιάδες	963 χιλιάδες
1.200.000	ένα εκατομμύριο διακόσιες χιλιάδες	1 εκατομμύριο 200 χιλιάδες
3.100.000	τρία εκατομμύρια εκατό χιλιάδες	3 εκατομμύρια 100 χιλιάδες

4η Άσκηση

- α. 175, 186, 197, 208, 219, 230, 241, 252 (κάθε φορά ο επόμενος αριθμός προκύπτει με αύξηση του προηγούμενου κατά 11 μονάδες).
- β. 350.086, 375.086, 400.086, 425.086, 450.086, 475.086, 500.086, 525.086 (κάθε φορά ο επόμενος αριθμός προκύπτει αν προσθέσουμε στον προηγούμενο 25.000).

1ο Πρόβλημα

1. Παρατηρώντας τον χάρτη αναγνωρίζουμε ότι η αρίθμηση έχει περιττούς αριθμούς στη μια πλευρά του δρόμου και άρτιους αριθμούς στην άλλη πλευρά.
2. • Ο μεγαλύτερος άρτιος αριθμός στον χάρτη είναι ο 36.
• Ο μεγαλύτερος περιττός αριθμός στον χάρτη είναι ο 39.

Διερεύνηση – Επέκταση

[illegible][illegible]

Αθροί- σματα																																																																																																																								
-----------------	---	---	---	---	---	---	---	--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Αθροί- σματα				
	4 + 6	3 + 5	4 + 1	3 + 6

Συζητάμε στην τάξη...

- α. άρτιος + άρτιος = άρτιος
β. περιττός + περιττός = άρτιος
γ. άρτιος + περιττός = περιττός

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5:

Αξία θέσης ψηφίου στους φυσικούς αριθμούς

1η Άσκηση

5.69 <u>9</u> .899	3 <u>9</u> 0.253.187	6 <u>5</u> .170.003	15 <u>6</u> .156.156.156
Μονάδες χιλιάδων	Δεκάδες εκατομμυρίων	Μονάδες εκατομμυρίων	Μονάδες δισεκατομμυρίων

2η Άσκηση

Δισεκατομμύρια			.	Εκατομμύρια			.	Χιλιάδες			.	Μονάδες		
Ε	Δ	Μ		Ε	Δ	Μ		Ε	Δ	Μ		Ε	Δ	Μ
		9	.	0	0	0	.	0	9	6	.	0	2	1
				1	0	6	.	0	0	3	.	0	0	2

α. $9.000.096.021 = 9.000.000.000 + 90.000 + 6.000 + 20 + 1 =$
 $= 9 \times 1.000.000.000 + 9 \times 10.000 + 6 \times 1.000 + 2 \times 10 + 1$

β. $106.003.002 = 100.000.000 + 6.000.000 + 3.000 + 2 =$
 $= 1 \times 100.000.000 + 6 \times 1.000.000 + 3 \times 1.000 + 2 \times 1$

3η Άσκηση

Ανάλυση αριθμού	Αριθμός με ψηφία	Αριθμός με λέξεις
$30.000.000 + 600.000 + 30.000 + 700 + 9$	30.630.709	τριάντα εκατομμύρια εξακόσιες τριάντα χιλιάδες επτακόσια εννέα
$80.000.000 + 6.000.000 + 20.000 + 1$	86.020.001	ογδόντα έξι εκατομμύρια είκοσι χιλιάδες ένα

4η Άσκηση

Ένας τέτοιος αριθμός μπορεί να είναι ο 8.107.732.864.

