

ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ
ΠΑΠΑΘΕΟΔΩΡΟΥ



φυσική

Γ' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

επαναληπτικά θέματα



ΒΙΒΛΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΛΥΚΕΙΟ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πρόλογος	5
----------------	---

Ενότητα 1: Κρούσεις

Θεωρία – Μεθοδολογία	9
Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής	13
Ερωτήσεις Κατανόησης	19
Ασκήσεις	26
Προβλήματα	30
Κριτήριο Αξιολόγησης	35

Ενότητα 2: Ταλαντώσεις

Θεωρία – Μεθοδολογία	41
Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής	53
Ερωτήσεις Κατανόησης	65
Ασκήσεις	91
Προβλήματα	98
1ο Κριτήριο Αξιολόγησης	125
2ο Κριτήριο Αξιολόγησης	130
3ο Κριτήριο Αξιολόγησης	135

Ενότητα 3: Κύματα

Θεωρία – Μεθοδολογία	141
Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής	154
Ερωτήσεις Κατανόησης	169
Ασκήσεις	204
Προβλήματα	212
1ο Κριτήριο Αξιολόγησης	223
2ο Κριτήριο Αξιολόγησης	228
3ο Κριτήριο Αξιολόγησης	233

Ενότητα 4: Φαινόμενο Doppler

Θεωρία – Μεθοδολογία	239
Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής	242

Ερωτήσεις Κατανόησης	246
Ασκήσεις	253
Προβλήματα	255
Κριτήριο Αξιολόγησης	259

Ενότητα 5: Ρευστά σε κίνηση

Θεωρία – Μεθοδολογία	267
Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής	284
Ερωτήσεις Κατανόησης	298
Ασκήσεις	319
Προβλήματα	332
1ο Κριτήριο Αξιολόγησης	353
2ο Κριτήριο Αξιολόγησης	358

Ενότητα 6: Στερεό σώμα

Θεωρία – Μεθοδολογία	365
Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής	386
Ερωτήσεις Κατανόησης	407
Ασκήσεις	448
Προβλήματα	459
1ο Κριτήριο Αξιολόγησης	486
2ο Κριτήριο Αξιολόγησης	492
3ο Κριτήριο Αξιολόγησης	498

Επαναληπτικά Κριτήρια Αξιολόγησης

1ο Επαναληπτικό Κριτήριο Αξιολόγησης	504
2ο Επαναληπτικό Κριτήριο Αξιολόγησης	509
3ο Επαναληπτικό Κριτήριο Αξιολόγησης	514
4ο Επαναληπτικό Κριτήριο Αξιολόγησης	519
5ο Επαναληπτικό Κριτήριο Αξιολόγησης	524

Απαντήσεις Ερωτήσεων – Λύσεις Ασκήσεων	531
---	------------

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το βιβλίο αυτό αποτελεί συνέχεια και συμπλήρωμα των δύο πρώτων τόμων της Φυσικής Γ' Γενικού Λυκείου Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών. Στόχος του συγκεκριμένου βιβλίου είναι να βοηθήσει τους μαθητές να εμπεδώσουν την εξεταστέα ύλη της φυσικής, τόσο μετά την ολοκλήρωση της μελέτης κάθε ενότητας όσο και κατά την τελική τους επανάληψη.

Το βιβλίο περιλαμβάνει τις ενότητες: Κρούσεις, Ταλαντώσεις, Κύματα, Φαινόμενο Doppler, Ρευστά σε κίνηση και Στερεό σώμα.

Σε κάθε ενότητα περιέχονται:

- **Συνοπτική Θεωρία και Μεθοδολογία** που δίνουν έμφαση σε βασικές έννοιες της φυσικής καθώς και **Τυπολόγια**.
- **Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής και Κατανόησης** που καλύπτουν όλη την εξεταστέα ύλη και βοηθούν τον μαθητή να ελέγξει τις γνώσεις του στη θεωρία και να εμβαθύνει στις λεπτές έννοιες της φυσικής.
- **Ασκήσεις και Προβλήματα** που στοχεύουν στην ανάπτυξη της ικανότητας του μαθητή να συνδυάζει και να συνθέτει τις γνώσεις του, αλλά και να αναπτύσσει τη σωστή στρατηγική για την επίλυση προβλημάτων.

Στο τέλος κάθε ενότητας παρατίθενται Κριτήρια Αξιολόγησης διάρκειας 3 ωρών διαμορφωμένα σύμφωνα με τα θέματα των Πανελλαδικών Εξετάσεων. Επίσης, στο τέλος του βιβλίου υπάρχουν και **5 Επαναληπτικά Κριτήρια Αξιολόγησης** που καλύπτουν όλη την ύλη.

Οι απαντήσεις στις ερωτήσεις και οι λύσεις των ασκήσεων, των προβλημάτων και των κριτηρίων αξιολόγησης βρίσκονται, αναλυτικά γραμμένες, στο τέλος του βιβλίου.

Ευχαριστώ όλους τους συναδέλφους και τους μαθητές που με τις παρατηρήσεις τους συνετέλεσαν στην έκδοση αυτού του βιβλίου και ευελπιστώ στις υποδείξεις τους για την περαιτέρω βελτίωσή του.

Ο συγγραφέας

*Αφιερώνεται στους μαθητές
της Πετρούπολης*

ΕΝΟΤΗΤΑ 1

ΚΡΟΥΣΕΙΣ





ΕΝΟΤΗΤΑ 1

ΚΡΟΥΣΕΙΣ

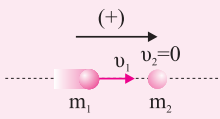
ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

Στην ελαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων, εφόσον το σύστημα είναι μονωμένο ($\Sigma \vec{F}_{εξ} = 0$), ισχύουν τα παρακάτω:

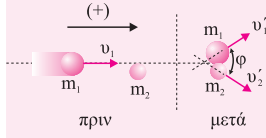
- Αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα: $\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ}$
Για κάθε σώμα έχουμε μεταβολή της ορμής του και ισχύει: $\Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2$
- Αρχή διατήρησης της κινητικής ενέργειας για το σύστημα: $K_{αρχ} = K_{τελ}$
Για κάθε σώμα έχουμε μεταβολή της κινητικής του ενέργειας και ισχύει: $\Delta K_1 = -\Delta K_2$
- Μέση δύναμη που δέχεται το κάθε σώμα κατά τη διάρκεια της κρούσης:
 $\vec{F}_1 = \frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t}$ και $\vec{F}_2 = \frac{\Delta \vec{p}_2}{\Delta t}$ και λόγω του νόμου δράσης-αντίδρασης: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$
- Έργο της δύναμης που δέχεται το κάθε σώμα κατά τη διάρκεια της κρούσης:
 $W_{\vec{F}_1} = \Delta K_1$ και $W_{\vec{F}_2} = \Delta K_2$ ($W_{\vec{F}_1} = -W_{\vec{F}_2}$)

ΚΕΝΤΡΙΚΗ (ΜΕΤΩΠΙΚΗ) ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

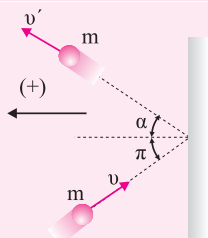
Κρούση δύο σφαιρών	Διατήρηση ορμής και κινητικής ενέργειας για το σύστημα	Αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σφαιρών αμέσως μετά την κρούση
	$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2$ ή $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$ $K_1 + K_2 = K'_1 + K'_2$ ή $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 =$ $= \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2$	$v'_1 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$ $v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2$ Εάν $m_1 = m_2$, τότε: $v'_1 = v_2$ και $v'_2 = v_1$

	$\vec{p}_1 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \quad \text{ή}$ $m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$ $K_1 = K'_1 + K'_2 \quad \text{ή}$ $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2$	$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \quad \text{και}$ $v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$ Εάν $m_1 = m_2$, τότε: $v'_1 = 0$ και $v'_2 = v_1$ Εάν $m_2 \gg m_1$, τότε: $v'_1 = -v_1$ και $v'_2 = 0$ (Το σώμα μάζας m_2 παραμένει πρακτικά ακίνητο.) Εάν η σφαίρα προσκρούει ελαστικά και κάθετα στην επιφάνεια ενός τοίχου ή στο δάπεδο, ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς.
---	---	--

ΜΗ ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

Κρούση δύο σφαιρών	Διατήρηση ορμής και κινητικής ενέργειας για το σύστημα	Αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σφαιρών αμέσως μετά την κρούση
	$\vec{p}_1 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \quad \text{ή}$ $p_1^2 = p'^2_1 + p'^2_2 + 2p'_1 p'_2 \cos \varphi \quad (1)$ $K_1 = K'_1 + K'_2 \quad \text{ή}$ $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2 \quad (2)$	Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων $\vec{v}'_1$ και $\vec{v}'_2$ προκύπτουν από επίλυση των σχέσεων (1) και (2). Εάν $m_1 = m_2$, οι ταχύτητες $\vec{v}'_1$ και $\vec{v}'_2$ σχηματίζουν γωνία 90° (με απόδειξη).

ΠΛΑΓΙΑ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

	$\vec{p}_y = \vec{p}'_y \quad \text{και} \quad \vec{p}_x = -\vec{p}'_x$ $\Delta p = 2mv_x$ $K = K' \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mv'^2$	Η γωνία πρόσπτωσης π είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης α. $v'_x = -v_x, v'_y = v_y, v' = v$
---	---	---

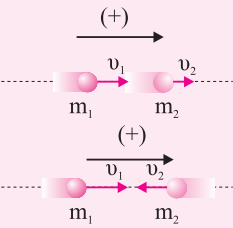
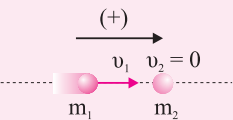
ΑΝΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

Στην ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων, εφόσον το σύστημα είναι μονωμένο ($\Sigma \vec{F}_{εξ} = 0$), ισχύουν τα παρακάτω:

- Αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα: $\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ}$
Για κάθε σώμα έχουμε μεταβολή της ορμής του και ισχύει: $\Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2$
- Δεν ισχύει η αρχή διατήρησης της κινητικής ενέργειας, επειδή έχουμε παραμόρφωση των σωμάτων κατά τη διάρκεια της κρούσης. Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος εμφανίζεται κυρίως με τη μορφή θερμότητας Q και ισχύει $Q = K_{\text{συστ. αρχ}} - K_{\text{συστ. τελ}}$.

Μία ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης είναι αυτή που οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων, δηλαδή στη δημιουργία συσσωματώματος, και ονομάζεται **πλαστική**.

ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

Κρούση δύο σφαιρών	Διατήρηση ορμής για το σύστημα – Θερμότητα που παράγεται	Αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση
	$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_κ \quad \text{ή}$ $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_κ$ $Q = K_1 + K_2 - K_κ \quad \text{ή}$ $Q = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_κ^2$	$v_κ = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$
	$\vec{p}_1 = \vec{p}'_κ \quad \text{ή}$ $m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_κ$ $Q = K_1 - K_κ \quad \text{ή}$ $Q = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_κ^2$	$v_κ = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$



Σε όλες τις προηγούμενες σχέσεις, που αναφέρονται στην ελαστική και στην ανελαστική κρούση, αντικαθιστούμε την αλγεβρική τιμή των ταχυτήτων. Έτσι, εάν έχουμε ορίσει τη θετική φορά προς τα δεξιά και ένα σώμα κινείται προς τα αριστερά, είτε πριν είτε μετά την κρούση, η ταχύτητά του έχει αρνητικό πρόσημο.

ΠΟΣΟΣΤΑ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΤΗΣ ΚΡΟΥΣΗΣ

Έστω δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 που συγκρούονται. Οι ταχύτητες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 ακριβώς πριν από την κρούση έχουν αλγεβρικές τιμές v_1 και v_2 , ενώ αμέσως μετά την κρούση έχουν αλγεβρικές τιμές v'_1 και v'_2 αντίστοιχα. Εάν η κρούση είναι πλαστική, τότε $v'_1 = v'_2 = v_k$, όπου v_k η ταχύτητα του συσσωματώματος. Κατά τη διάρκεια της κρούσης έχουμε:

➤ **Ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας κάθε σώματος**

$$\pi_{\kappa_1} \% = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} 100\% \quad \text{και} \quad \pi_{\kappa_2} \% = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2'^2 - \frac{1}{2} m_2 v_2^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} 100\%$$

• Το ποσοστό δεν έχει έννοια για ένα σώμα το οποίο αρχικά ήταν ακίνητο.

➤ **Ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος**

$$\pi_k \% = \frac{\left(\frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \right) - \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right)}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2} 100\%$$

• Εάν η κρούση είναι ελαστική, τότε: $\pi_k \% = 0$

• Εάν η κρούση είναι πλαστική, τότε:

$$\pi_k \% = \frac{\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_k^2 - \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right)}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2} 100\%$$

- Ποσοστό της αρχικής κινητικής του ενέργειας που διατήρησε κάθε σώμα

$$\pi_{\kappa_1} \% = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1'^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} 100\% \quad \text{και} \quad \pi_{\kappa_2} \% = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2'^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} 100\%$$

- Ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 που μεταφέρθηκε στο Σ_2 , εάν το Σ_2 ήταν αρχικά ακίνητο

$$\pi_{\kappa_1} \% = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2'^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} 100\% \quad \text{και για την πλαστική κρούση:} \quad \pi_{\kappa_1} \% = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_{\kappa}^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} 100\%$$

Στις παρακάτω Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής, Ερωτήσεις Κατανόησης, Ασκήσεις και Προβλήματα θεωρείται γνωστή η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$. Θεωρούμε ότι $\pi = 3,14$ και $\pi^2 = 10$. Τα νήματα θεωρούνται αβαρή και μη εκτατά.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Να σημειώσετε τη σωστή απάντηση σε καθεμία από τις παρακάτω ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής.

1.1) Ποια πρόταση είναι σωστή;

- α) Όταν δύο μπάλες του μπιλιάρδου συγκρούονται, μετά την κρούση κινούνται πάντοτε στην ίδια διεύθυνση.
β) Κατά τη διάρκεια της επαφής δύο σωμάτων αναπτύσσονται ισχυρές δυνάμεις, που προκαλούν την απότομη αλλαγή της κίνησης των σωμάτων.

γ) Κρούση ονομάζεται το φαινόμενο κατά το οποίο τα σώματα έρχονται πάντοτε σε επαφή.

δ) Ανάλογα με το μέτρο των ταχυτήτων των σωμάτων που συγκρούονται, οι κρούσεις διακρίνονται σε κεντρικές, έκκεντρες και πλάγιες.

1.2) Ποια πρόταση είναι λάθος;

α) Κάθε φαινόμενο του μικρόκοσμου στο οποίο τα «συγκρουόμενα» σωματίδια αλληλεπιδρούν με σχετικά μεγάλες δυνάμεις για πολύ μικρό χρόνο ονομάζεται σκέδαση.

β) Στην κεντρική κρούση δύο σφαιρών τα διανύσματα των ταχυτήτων τους πριν και μετά την κρούση βρίσκονται στην ίδια ευθεία.

γ) Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση στην οποία τα διανύσματα των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι κάθετα μεταξύ τους.

δ) Στην πλάγια κρούση δύο σωμάτων τα διανύσματα των ταχυτήτων τους βρίσκονται σε τυχαίες διευθύνσεις.

1.3) Σε κάθε κρούση μεταξύ σωμάτων έχουμε διατήρηση:

α) της μηχανικής ενέργειας των σωμάτων.

β) της ορμής του κάθε σώματος ξεχωριστά.

γ) της κινητικής ενέργειας του συστήματος και κάθε σώματος ξεχωριστά.

δ) της ορμής του συστήματος, εφόσον οι ωθήσεις των εξωτερικών δυνάμεων θεωρούνται αμελητέες.

1.4) Ποια πρόταση είναι λάθος;

α) Κατά τη σύγκρουση σωμάτων η δυναμική τους ενέργεια –που εξαρτάται από τη θέση τους στον χώρο– μένει σταθερή.

β) Ελαστική είναι η κρούση κατά την οποία διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων.

γ) Όλες οι έκκεντρες κρούσεις είναι ανελαστικές.

δ) Στην ανελαστική κρούση δύο σφαιρών με διαφορετικές μάζες, η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του ενός σώματος δεν είναι ίση κατά απόλυτη τιμή με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του άλλου σώματος.

1.5) Σε μία κρούση δύο σφαιρών:

α) οι ρυθμοί μεταβολής της ορμής των σφαιρών κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι ίσοι κατά απόλυτη τιμή μόνο όταν οι μάζες των σφαιρών είναι ίσες.

β) τα ποσοστά μεταβολής των μέτρων της ορμής των δύο σφαιρών είναι πάντοτε ίσα.

γ) ένα μέρος της ενέργειας των σφαιρών μετατρέπεται πάντοτε σε θερμότητα.

δ) η ορμή της μίας τουλάχιστον σφαίρας μεταβάλλεται.

1.6) Ποια πρόταση είναι σωστή;

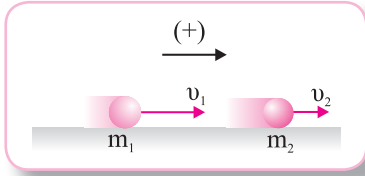
α) Ένα σώμα μπορεί να έχει ορμή διάφορη του μηδενός και κινητική ενέργεια μηδέν.

β) Η ορμή και η κινητική ενέργεια ενός σώματος είναι μονόμετρα μεγέθη.

γ) Όταν διπλασιάζεται η κινητική ενέργεια ενός σώματος, διπλασιάζεται και το μέτρο της ορμής του.

δ) Όταν η ορμή ενός συστήματος δύο σωμάτων που κινούνται είναι μηδέν, η κινητική ενέργεια του κάθε σώματος ξεχωριστά είναι διάφορη του μηδενός.

1.7) Δύο σφαίρες που κινούνται με ταχύτητες $\bar{v}_1$ και $\bar{v}_2$ συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ποια πρόταση είναι **λάθος**;



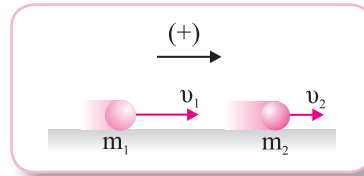
α) Έχουμε διατήρηση της ορμής και της κινητικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωμάτων.

β) Ισχύει η σχέση $v_1 + v'_1 = v_2 + v'_2$, όπου v'_1 και v'_2 οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών αμέσως μετά την κρούση.

γ) Τα έργα των δυνάμεων που ασκούνται στις δύο σφαίρες κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης είναι ίσα κατά απόλυτη τιμή μόνο όταν οι μάζες των σφαιρών είναι ίσες.

δ) Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της μίας σφαίρας κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι ίσο κατά απόλυτη τιμή με το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της άλλης μόνο εάν οι κινητικές ενέργειες των δύο σφαιρών πριν από την κρούση είναι ίσες.

1.8) Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 , με μάζες m_1 και m_2 , που κινούνται με ταχύτητες $\bar{v}_1$ και $\bar{v}_2$ αντίστοιχα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σφαιρών Σ_1 και Σ_2 μετά την κρούση είναι v'_1 και v'_2 αντίστοιχα. Ποια πρόταση είναι **λάθος**;



α) Εάν η σφαίρα Σ_2 έχει πολύ μεγαλύτερη μάζα από τη σφαίρα Σ_1 και είναι αρχικά ακίνητη, τότε $v'_1 = -v_1$ και $v'_2 = 0$.

β) Εάν η σφαίρα Σ_2 είναι αρχικά ακίνητη,

τότε ισχύει η σχέση $v'_2 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_1$.

γ) Εάν $m_1 = m_2$, τότε $v'_1 = v_2$ και $v'_2 = v_1$.

δ) Ισχύει η σχέση

$$v'_1 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1.$$

1.9) Όταν μία σφαίρα προσκρούει ελαστικά και πλάγια σε έναν τοίχο με ταχύτητα $\bar{v}$, τότε:

α) η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης μόνο όταν είναι μεγαλύτερη από 30° .

β) η ταχύτητα της σφαίρας αμέσως μετά την πρόσκρουση έχει τις ίδιες συνιστώσες στους άξονες $x'x$ και $y'y$ με την αρχική ταχύτητα $\bar{v}$.

γ) η δύναμη που ασκείται στη σφαίρα κατά την πρόσκρουση είναι παράλληλη με τον τοίχο.

δ) το μέτρο της ορμής της σφαίρας παραμένει σταθερό κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης.

1.10) Σφαίρα Σ_1 , με μάζα m_1 , κινούμενη με ταχύτητα με αλγεβρική τιμή v_1 , συγκρούει-

ται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητη σφαίρα Σ_2 , μάζας $m_2 = 2m_1$. Μετά την κρούση οι σφαίρες έχουν ταχύτητες με αλγεβρικές τιμές v'_1 και v'_2 . Ποια πρόταση είναι **λάθος**;

α) Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_1 κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι $-88,88\%$.

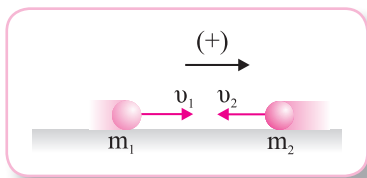
β) Ισχύει η σχέση $v_1^2 = v_1'^2 + 2v_2'^2$.

γ) Ισχύει η σχέση $v_1 = v_1' + 2v_2'$.

δ) Εάν η κρούση διαρκεί χρόνο Δt , η μέση δύναμη που δέχεται η σφαίρα Σ_1 κατά τη διάρκεια της κρούσης έχει αλγεβρική τιμή

$$F = -\frac{5m_1 v_1}{3\Delta t}.$$

1.11) Σφαίρα Σ_1 , με μάζα $m_1 = 3m$, κινούμενη με ταχύτητα μέτρου $v_1 = v$, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με σφαίρα Σ_2 , με μάζα $m_2 = m$ και ταχύτητα μέτρου $v_2 = v$, που κινείται στην αντίθετη κατεύθυνση από τη σφαίρα Σ_1 , όπως φαίνεται στο σχήμα. Ποια πρόταση είναι σωστή;



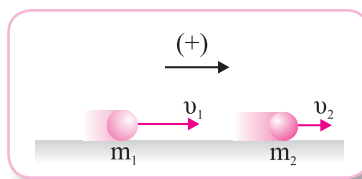
α) Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών μετά την κρούση είναι $v'_1 = 0$ και $v'_2 = 2v$.

β) Τα μέτρα της ορμής της σφαίρας Σ_2 πριν και μετά την κρούση συνδέονται με τη σχέση $2p'_2 = p_2$.

γ) Το έργο της δύναμης που δέχεται η σφαίρα Σ_1 κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι $W_F = -3mv^2$.

δ) Οι κινητικές ενέργειες της σφαίρας Σ_2 πριν και μετά την κρούση συνδέονται με τη σχέση $K'_2 = 2K_2$.

1.12) Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 , με μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 3m$, κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες με αλγεβρικές τιμές $v_1 = 4v$ και $v_2 = 2v$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι δύο σφαίρες συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Ποια πρόταση είναι σωστή;



α) Για τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων v'_1 και v'_2 των Σ_1 και Σ_2 μετά την κρούση ισχύει η σχέση $v'_1 + 3v'_2 = 10v$.

β) Για τις κινητικές ενέργειες των σφαιρών πριν και μετά την κρούση ισχύει η σχέση $K_1 - K'_2 = K_2 - K'_1$.

γ) Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των Σ_1 και Σ_2 μετά την κρούση είναι $v'_1 = v$ και $v'_2 = 2v$ αντίστοιχα.

δ) Τα μέτρα της ορμής της Σ_2 πριν και μετά τη σύγκρουση συνδέονται με τη σχέση

$$p'_2 = \frac{3}{4}p_2.$$

1.13) Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 με αντίθετες ορμές συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Ποια πρόταση είναι σωστή;

α) Αμέσως μετά τη σύγκρουση οι δύο σφαίρες κινούνται στην ίδια κατεύθυνση.

β) Για τις κινητικές ενέργειες των σφαιρών πριν από την κρούση ισχύει η σχέση

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$

γ) Αμέσως μετά τη σύγκρουση ακινητοποιούνται και οι δύο σφαίρες.

δ) Εάν για τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σφαιρών αμέσως μετά τη σύγκρουση ισχύει $v'_1 = 2v'_2$, οι μάζες των Σ_1 και Σ_2 συνδέονται με τη σχέση $m_1 = 2m_2$.

1.14) Μία σφαίρα Σ_1 που κινείται στη θετική κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου v_1 συγκρούεται ελαστικά με άλλη όμοια σφαίρα Σ_2 που αρχικά ηρεμεί. Η κρούση δεν είναι κεντρική. Ποια πρόταση είναι σωστή;

α) Αμέσως μετά τη σύγκρουση οι σφαίρες θα κινηθούν στην ίδια διεύθυνση με την αρχική.

β) Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών αμέσως μετά τη σύγκρουση συνδέονται με τη σχέση $v'_1 + v'_2 = v_1$.

γ) Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σφαιρών αμέσως μετά τη σύγκρουση συνδέονται με τη σχέση $v_1'^2 + v_2'^2 = v_1^2$.

δ) Το διάνυσμα της μεταβολής της ορμής της σφαίρας Σ_1 έχει την ίδια διεύθυνση με το διάνυσμα της αρχικής της ορμής.

1.15) Στην πλαστική κρούση ενός μονωμένου συστήματος δύο σωμάτων:

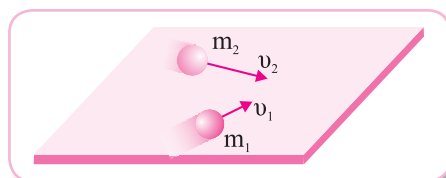
α) η ορμή κάθε σώματος μειώνεται.

β) έχουμε διατήρηση της κινητικής ενέργειας του κάθε σώματος ξεχωριστά.

γ) η ενέργεια του συστήματος που γίνεται θερμότητα είναι πάντοτε μικρότερη και από τις δύο κινητικές ενέργειες που είχαν τα δύο σώματα ξεχωριστά πριν από την κρούση.

δ) η κοινή ταχύτητα που αποκτούν τα δύο σώματα έχει κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση της ορμής του συστήματος πριν από την κρούση.

1.16) Στην πλάγια πλαστική κρούση δύο σωμάτων που κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα:



α) η κοινή ταχύτητα που αποκτούν τα δύο σώματα έχει διεύθυνση ίδια με τη διεύθυνση της μεγαλύτερης ορμής πριν από την κρούση.

β) το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κάθε σώματος ξεχωριστά είναι ίσο με το ποσοστό της αρχικής ενέργειας του συστήματος που έγινε θερμότητα κατά τη διάρκεια της κρούσης.

γ) τη μεγαλύτερη δύναμη κατά μέτρο κατά τη διάρκεια της κρούσης τη δέχεται το σώμα που έχει τη μικρότερη μάζα.

δ) έχουμε διατήρηση της ορμής του συστήματος στους δύο άξονες $x'x$ και $y'y$, εάν $\Sigma F_x = 0$ και $\Sigma F_y = 0$.

1.17) Μία σφαίρα κινούμενη κατακόρυφα προσκρούει σε οριζόντιο επίπεδο. Ποια πρόταση είναι σωστή;

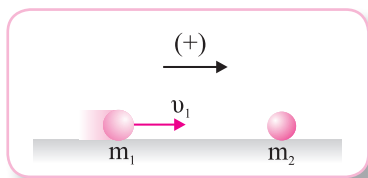
α) Η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση έχει ίδιο μέτρο με την αρχική ταχύτητα, εάν η κρούση είναι ανελαστική.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής της σφαίρας κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης είναι μηδέν.

γ) Η κινητική ενέργεια της σφαίρας παραμένει σταθερή, εάν η κρούση είναι ελαστική.

δ) Κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για τη σφαίρα.

1.18) Σώμα Σ_1 , με μάζα $m_1 = 2m$, κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $v_1 = v$, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με αρχικά ακίνητο σώμα Σ_2 , μάζας $m_2 = 4m$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Κατά τη διάρκεια της κρούσης:



α) η θερμότητα που αναπτύσσεται είναι

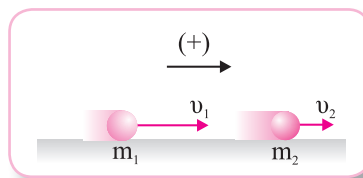
$$Q = \frac{2mv^2}{3}.$$

β) το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 είναι $-11,11\%$.

γ) το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος είναι $-33,33\%$.

δ) η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 έχει αλγεβρική τιμή $\Delta p = \frac{4mv}{3}$.

1.19) Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 , με μάζες m_1 και m_2 , κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση σε λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα, με ταχύτητες με μέτρα $v_1 = 2v$ και $v_2 = v$ αντίστοιχα. Οι δύο σφαίρες συγκρούονται μεταξύ τους κεντρικά και πλαστικά και αμέσως μετά τη σύγκρουση η σφαίρα Σ_2 έχει κινητική ενέργεια $K'_2 = 1,44K_2$. Η σχέση των μαζών m_1 και m_2 είναι:

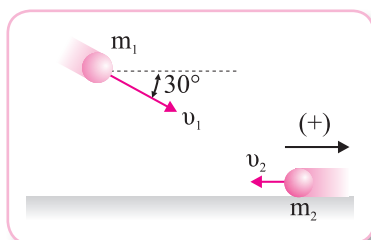


α) $2m_1 = m_2$ β) $4m_1 = m_2$

γ) $m_1 = m_2$ δ) $m_1 = 4m_2$

1.20) Μία σφαίρα Σ_2 , μάζας m_2 , κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο στην αρνητική κατεύθυνση, με ταχύτητα μέτρου $v_2 = v$. Σφαίρα Σ_1 , μάζας m_1 , κινούμενη με ταχύτητα μέτρου $v_1 = v\sqrt{3}$ που σχηματίζει γωνία 30° με το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα, συγκρούεται πλαστικά με τη σφαίρα

Σ_2 και αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα ακινητοποιείται. Ποια πρόταση είναι σωστή;



α) Οι ορμές των δύο σφαιρών ακριβώς πριν από την κρούση έχουν ίσα μέτρα.

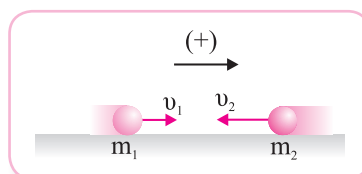
β) Οι μάζες των δύο σφαιρών συνδέονται με τη σχέση $2m_2 = 3m_1$.

γ) Η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.

δ) Η μεταβολή της ορμής του συστήματος

στον άξονα $y'y$ έχει μέτρο $\Delta p_y = \frac{m_1 v \sqrt{3}}{3}$.

1.21) Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 , με μάζες m_1 και m_2 , με $m_1 > m_2$, κινούνται με ταχύτητες με μέτρα v_1 και v_2 αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα, και συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κινείται στην κατεύθυνση που κινούνταν το Σ_2 . Ποια πρόταση είναι σωστή;



α) Πριν από την κρούση το Σ_1 έχει μεγαλύτερη ταχύτητα κατά μέτρο από το Σ_2 .

β) Το μέτρο της ορμής του Σ_1 είναι ίσο με αυτό της ορμής του Σ_2 .

γ) Η μεταβολή της ορμής του Σ_1 έχει θετική αλγεβρική τιμή.

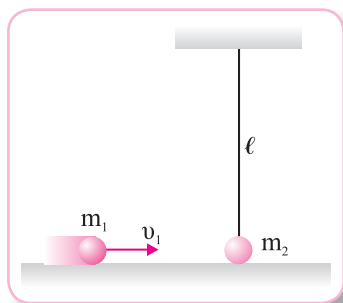
δ) Η ορμή του συστήματος έχει αρνητική αλγεβρική τιμή πριν και μετά την κρούση.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

Να σημειώσετε και να αιτιολογήσετε τη σωστή απάντηση σε καθεμία από τις παρακάτω ερωτήσεις κατανόησης.

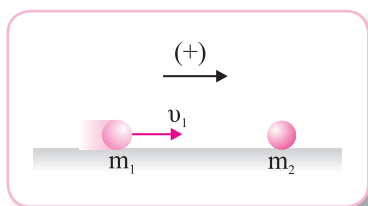
1.22) Σφαίρα Σ_1 , μάζας $m_1 = 4\text{kg}$, κινούμενη με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 5\text{m/s}$, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με σφαίρα Σ_2 που έχει μάζα $m_2 = 1\text{kg}$ και ισορροπεί δε-

μένη στο άκρο κατακόρυφου αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους $\ell = 1\text{m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ποια πρόταση είναι σωστή;



- α) Μετά την κρούση η σφαίρα Σ_1 διανύει απόσταση $s_1 = 8\text{m}$ σε χρόνο $\Delta t = 2\text{s}$.
 β) Το μέτρο της τάσης του νήματος αμέσως μετά την κρούση είναι $T' = 74\text{N}$.
 γ) Το ποσοστό στα εκατό της κινητικής ενέργειας που διατήρησε η σφαίρα Σ_1 κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι 64%.

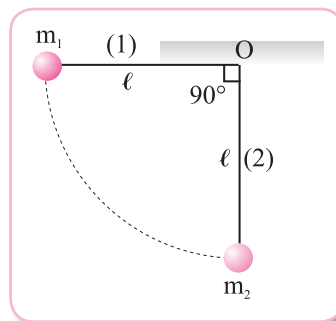
1.23) Σφαίρα Σ_1 , με μάζα $m_1 = 2\text{m}$, κινούμενη με ταχύτητα μέτρου v_1 , συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητη σφαίρα Σ_2 , με μάζα $m_2 = \text{m}$. Ποια πρόταση είναι σωστή;



- α) Το ποσοστό της αρχικής κινητικής της ενέργειας που διατήρησε η σφαίρα Σ_1 κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι 11,11%.
 β) Τα μέτρα p'_1 και p'_2 της ορμής των Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα αμέσως μετά την κρούση συνδέονται με τη σχέση $p'_2 = 3p'_1$.
 γ) Ισχύει η σχέση $v_1^2 = 2v_1'^2 + v_2'^2$, όπου v_1'

και v_2' τα μέτρα των ταχυτήτων των Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα αμέσως μετά την κρούση.

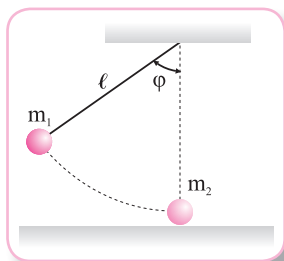
1.24) Σε σταθερό σημείο είναι στερεωμένα δύο αβαρή και μη εκτατά νήματα (1) και (2) ίδιου μήκους $\ell = 0,8\text{m}$, στα άκρα των οποίων είναι δεμένες δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 , με μάζες $m_1 = \text{m}$ και $m_2 = 3\text{m}$ αντίστοιχα. Εκτρέπουμε τη σφαίρα Σ_1 , έτσι ώστε το νήμα (1) να έρθει στην οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα, και την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί. Η κρούση μεταξύ των δύο σφαιρών είναι κεντρική και ελαστική. Δίνεται $\sqrt{0,28} = 0,53$. Όταν σταματήσουν στιγμιαία οι δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 , η μεταξύ τους απόσταση είναι:



- α) $d = 1,06\text{m}$ β) $d = 0,53\text{m}$ γ) $d = 0,8\text{m}$

1.25) Σε σταθερό σημείο είναι στερεωμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα μήκους ℓ , στο άκρο του οποίου είναι δεμένη σφαίρα Σ_1 , με μάζα m_1 . Εκτρέπουμε τη σφαίρα Σ_1 , έτσι ώστε το νήμα να σχηματίζει γωνία φ με την κατακόρυφη, όπως φαίνεται στο σχήμα, και την αφήνουμε ελεύθερη. Όταν το νήμα φτά-

σει στην κατακόρυφη θέση, η σφαίρα Σ_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητη σφαίρα Σ_2 , μάζας $m_2 = 7m_1$, που βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα της σφαίρας Σ_2 ακριβώς μετά την κρούση έχει μέτρο $v'_2 = \frac{1}{4}\sqrt{g\ell}$. Ποια πρόταση είναι σωστή;



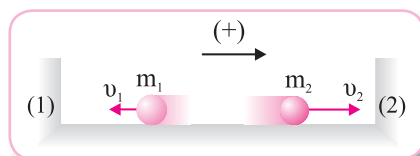
α) Η γωνία ϕ που σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφη είναι 30° .

β) Εάν T_1 είναι το μέτρο της τάσης του νήματος τη στιγμή που αφήνουμε τη σφαίρα Σ_1 ελεύθερη να κινηθεί και T'_1 είναι το μέτρο της τάσης του νήματος ακριβώς μετά τη σύγκρουση, ισχύει η σχέση $\frac{T_1}{T'_1} = \frac{8}{25}$.

γ) Το ποσοστό στα εκατό της κινητικής ενέργειας που διατήρησε η σφαίρα Σ_1 κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι ίσο με το ποσοστό στα εκατό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε στη σφαίρα Σ_2 κατά τη διάρκεια της κρούσης.

1.26) Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 , με μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 3m$ αντίστοιχα, κινούνται με ταχύτητες μέτρων $v_1 = v$ και $v_2 = 4v$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή

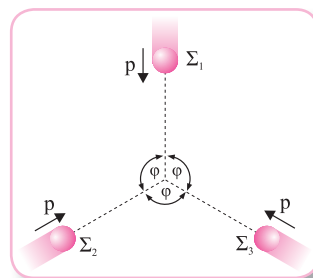
μή $t_0 = 0s$ η σφαίρα Σ_1 συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο (1), ενώ κατά τη σύγκρουση της σφαίρας Σ_2 με τον τοίχο (2) η κινητική ενέργεια της σφαίρας μειώνεται κατά 75%. Στη συνέχεια οι δύο σφαίρες συγκρούονται μεταξύ τους κεντρικά και πλαστικά. Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας Σ_1 από τη χρονική στιγμή t_0 μέχρι τη στιγμή ακριβώς μετά την κρούση των δύο σφαιρών μεταξύ τους είναι:



α) $\Delta p_1 = -\frac{mv}{4}$ β) $\Delta p_1 = -\frac{9mv}{4}$

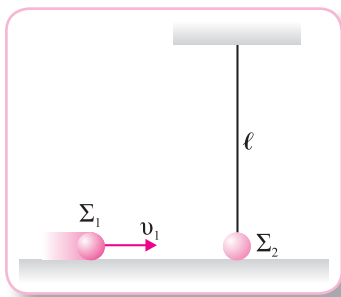
γ) $\Delta p_1 = -\frac{5mv}{4}$

1.27) Τρία σώματα Σ_1 , Σ_2 και Σ_3 έχουν ορμές με ίσα μέτρα $p_1 = p_2 = p_3 = p$ και κινούνται σε διευθύνσεις που σχηματίζουν ανά δύο γωνία $\phi = 120^\circ$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα τρία σώματα συγκρούονται πλαστικά ταυτόχρονα. Το μέτρο p_σ της ορμής του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση είναι:



α) $p_\sigma = 3p$ β) $p_\sigma = p$ γ) $p_\sigma = 0$

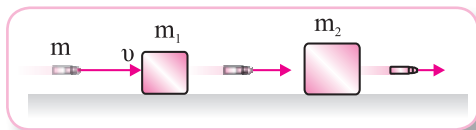
1.28) Ένα σώμα Σ_1 , μάζας m_1 , κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 2\sqrt{g\ell}$. Το σώμα Σ_1 συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με αρχικά ακίνητο σώμα Σ_2 , μάζας m_2 , το οποίο είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου νήματος μήκους ℓ , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το συσσωμάτωμα σταματά στιγμιαία για πρώτη φορά σε θέση στην οποία το μέτρο της τάσης του νήματος είναι $T = m_2 g$. Οι μάζες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 συνδέονται με τη σχέση:



- α) $m_1 = 2m_2$ β) $m_1 = m_2$ γ) $m_1 = \frac{m_2}{2}$

1.29) Βλήμα μάζας m , κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα μέτρου v , συγκρούεται με αρχικά ακίνητο σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = 3m$. Η ταχύτητα του Σ_1 αμέσως μετά την κρούση έχει μέτρο $v'_1 = \frac{v}{9}$. Στη συνέχεια το βλήμα συγκρούεται με αρχικά ακίνητο σώμα Σ_2 , μάζας $m_2 = 5m$, και εξέρχεται από αυτό. Η ταχύτητα του Σ_2 αμέσως μετά την κρούση έχει

μέτρο $v'_2 = \frac{v}{10}$. Ποια πρόταση είναι σωστή;



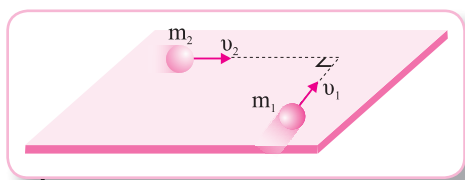
- α) Κατά τη διάρκεια της πρώτης κρούσης παράγεται θερμότητα $Q = \frac{5mv^2}{18}$.
β) Το ποσοστό στα εκατό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του βλήματος μετά και από τις δύο κρούσεις είναι $-97,22\%$.
γ) Εάν οι δύο κρούσεις διαρκούν ίδιο χρόνο, το βλήμα δέχεται ίδια δύναμη κατά μέτρο κατά τη διάρκεια των δύο κρούσεων.

1.30) Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 , με μάζες $m_1 = 2m$ και $m_2 = 3m$ αντίστοιχα, κινούμενες στην ίδια διεύθυνση, συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα ακινητοποιείται. Ποια πρόταση είναι σωστή;

- α) Οι ταχύτητες των Σ_1 και Σ_2 έχουν την ίδια κατεύθυνση.
β) Οι κινητικές ενέργειες των Σ_1 και Σ_2 πριν από την κρούση συνδέονται με τη σχέση $3K_1 = 2K_2$.
γ) Η θερμότητα που αναπτύσσεται κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι $Q = \frac{5}{3}K_1$.

1.31) Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με ίσες μάζες κινούνται σε κάθετες μεταξύ τους διευθύνσεις σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες

με μέτρα v_1 και v_2 αντίστοιχα. Τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά. Ποια πρόταση είναι σωστή;



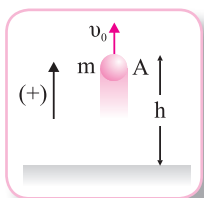
α) Η ταχύτητα του συσσωματώματος έχει μέτρο $v_k^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2}{4}$.

β) Για τα μέτρα της ορμής των Σ_1 και Σ_2 πριν από την κρούση και της ορμής του συσσωματώματος ισχύει η σχέση

$$p_k = p_1 + p_2.$$

γ) Το συσσωμάτωμα κινείται σε διεύθυνση που είναι κάθετη στην αρχική διεύθυνση κίνησης του Σ_1 .

1.32) Από σημείο Α που απέχει από το έδαφος απόσταση h εκτοξεύουμε κατακόρυφα προς τα πάνω σώμα μάζας m με αρχική ταχύτητα v_0 . Εάν μετά την κρούση με το έδαφος το σώμα σταματά στιγμιαία στο σημείο Α, τότε:

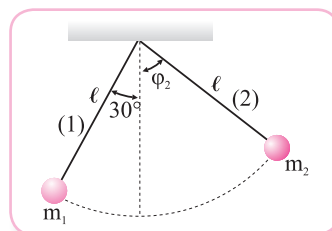


α) η κρούση με το έδαφος είναι ελαστική.

β) η κρούση με το έδαφος είναι ανελαστική και η θερμότητα που παράγεται κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι $Q = \frac{1}{2}mv_0^2$.

γ) η αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής του σώματος κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι $\Delta p = 2m\sqrt{v_0^2 + 2gh}$.

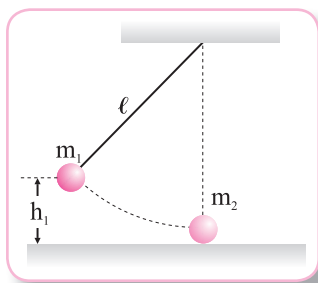
1.33) Σε σταθερό σημείο είναι στερεωμένα δύο νήματα (1) και (2) ίδιου μήκους ℓ , στα άκρα των οποίων είναι δεμένες δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 , με μάζες που συνδέονται με τη σχέση $m_2^2 = m_1^2(2 - \sqrt{3})$. Εκτρέπουμε τις σφαίρες από την κατακόρυφη θέση, έτσι ώστε τα δύο νήματα να σχηματίζουν με την κατακόρυφη γωνίες $\varphi_1 = 30^\circ$ και φ_2 αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Τις κατάλληλες χρονικές στιγμές αφήνουμε ελεύθερες τις δύο σφαίρες, ώστε να φτάσουν ταυτόχρονα στην κατακόρυφη θέση, όπου συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Εάν μετά τη σύγκρουση το συσσωμάτωμα ακινητοποιείται, η γωνία φ_2 είναι:

α) $\varphi_2 = 45^\circ$ β) $\varphi_2 = 60^\circ$ γ) $\varphi_2 = 90^\circ$

1.34) Σε σταθερό σημείο είναι στερεωμένο νήμα μήκους ℓ , στο άκρο του οποίου είναι δεμένο σώμα Σ_1 , με μάζα $m_1 = m$. Εκτρέπουμε το Σ_1 , ώστε να απέχει απόσταση h_1 από οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα, και το αφήνουμε ελεύθερο.



Όταν το νήμα φτάσει στην κατακόρυφη θέση, το Σ_1 συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με αρχικά ακίνητο σώμα Σ_2 , μάζας $m_2 = 4m$, που βρίσκεται στο οριζόντιο επίπεδο. Το συσσωμάτωμα σταματά στιγμιαία σε σημείο που απέχει απόσταση h_2 από το οριζόντιο επίπεδο. Ποια πρόταση είναι σωστή;

α) Το ποσοστό στα εκατό της αρχικής μηχανικής ενέργειας του Σ_1 που μετατρέπεται σε θερμότητα κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι $\pi\% = 84\%$.

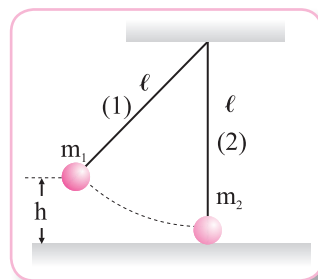
β) Το ποσοστό στα εκατό της αρχικής μηχανικής ενέργειας που διατηρεί το Σ_1 κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι $\pi\% = 2\%$.

γ) Ισχύει η σχέση $25h_2 = h_1$.

1.35) Σε σταθερό σημείο είναι στερεωμένα δύο νήματα (1) και (2) ίδιου μήκους ℓ , στα άκρα των οποίων είναι δεμένες δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 , με ίσες μάζες $m_1 = m_2 = m$. Εκτρέπουμε τη σφαίρα Σ_1 από την κατακόρυφη θέση, έτσι ώστε να απέχει από οριζόντιο επίπεδο απόσταση h , και την αφήνουμε ελεύθερη. Μετά την κρούση μεταξύ τους η

σφαίρα Σ_2 φτάνει σε ύψος $h_2 = \frac{h}{2}$. Ποια

πρόταση είναι σωστή;



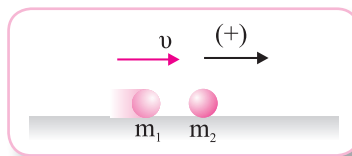
α) Η κρούση είναι ελαστική.

β) Η κρούση είναι ανελαστική.

γ) Αμέσως μετά την κρούση το μέτρο της τάσης του νήματος (1) είναι μεγαλύτερο από το μέτρο της τάσης του νήματος (2).

1.36) Σώμα Σ_1 , με μάζα $m_1 = m$, κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή τριβής ολίσθησης μ , συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου v με αρχικά ακίνητο σώμα Σ_2 , με μάζα $m_2 = 3m$. Μετά την κρούση τα σώματα Σ_1 και Σ_2 κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και σταματούν, αφού διανύσουν αποστάσεις $s_1 = \frac{v^2}{8\mu g}$ και s_2 αντίστοιχα. Ποια πρότα-

ση είναι σωστή;

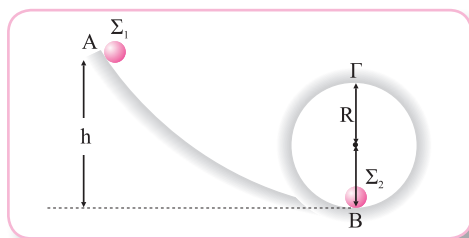


α) Για τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας των δύο σωμάτων κατά τη διάρκεια της κρούσης ισχύει η σχέση $\Delta K_1 = -\Delta K_2$.

β) Η θερμότητα που αναπτύσσεται κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι $Q = \frac{mv^2}{4}$.

γ) Ισχύει η σχέση $s_2 = 2s_1$.

1.37) Από το σημείο Α ενός λείου οδηγού που απέχει από το κατώτερο σημείο Β του οδηγού κατακόρυφη απόσταση $h = \frac{5R}{2}$ αφήνουμε μικρή σφαίρα Σ_1 αμελητέας ακτίνας σε σχέση με την ακτίνα του οδηγού.



Όταν η σφαίρα Σ_1 φτάνει στο σημείο Β, συγκρούεται με αρχικά ακίνητη σφαίρα Σ_2 , ίσης μάζας με τη Σ_1 . Ποια πρόταση είναι σωστή;

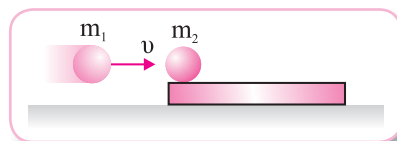
α) Εάν η κρούση είναι ανελαστική, η σφαίρα Σ_2 δεν κάνει ανακύκλωση.

β) Εάν η κρούση είναι πλαστική, το συσσωμάτωμα θα σταματήσει σε ύψος $h_1 = \frac{5R}{4}$.

γ) Εάν η κρούση είναι ελαστική, η σφαίρα Σ_2 φτάνει στο ανώτερο σημείο Γ του οδηγού και η δύναμη επαφής στο σημείο αυτό είναι μηδέν.

1.38) Μία πλατφόρμα μάζας $m_3 = 4m$ και μεγάλου μήκους βρίσκεται επάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στην άκρη της πλατφόρμας βρίσκεται ακίνητο σώμα Σ_2 , μάζας

$m_2 = m$. Σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = m$, που κινείται με ταχύτητα μέτρου v και κινητική ενέργεια K_1 , συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το Σ_2 . Ποια πρόταση είναι σωστή;

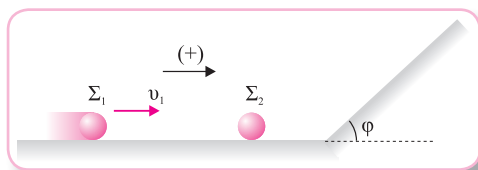


α) Η κοινή ταχύτητα του συστήματος πλατφόρμας-σωμάτων Σ_1, Σ_2 έχει μέτρο $v_k = \frac{v}{4}$.

β) Η θερμότητα που αναπτύσσεται από τη στιγμή της σύγκρουσης μέχρι το σύστημα πλατφόρμας-σωμάτων Σ_1, Σ_2 να αποκτήσει κοινή ταχύτητα είναι $Q = \frac{3mv^2}{4}$.

γ) Η κινητική ενέργεια του Σ_1 , όταν αποκτήσει κοινή ταχύτητα με την πλατφόρμα και το Σ_2 , είναι $K'_1 = \frac{K_1}{36}$.

1.39) Επάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο μία σφαίρα Σ_1 , μάζας $m_1 = m$, κινούμενη με ταχύτητα μέτρου v_1 , όπως φαίνεται στο σχήμα, συγκρούεται κεντρικά με αρχικά ακίνητη σφαίρα Σ_2 , μάζας $m_2 = 5m$. Στην προέκταση του οριζόντιου επιπέδου υπάρχει λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης ϕ . Μετά τη σύγκρουση μεταξύ των δύο σφαιρών η σφαίρα Σ_2 σταματά στιγμιαία σε ένα σημείο του κεκλιμένου επιπέδου που βρίσκεται σε ύψος $h = \frac{v_1^2}{32g}$ από το οριζόντιο επίπεδο. Ποια πρόταση είναι σωστή;



α) Η κρούση μεταξύ των δύο σφαιρών είναι ελαστική.

β) Η σφαίρα Σ₁ μετά την κρούση σε χρόνο

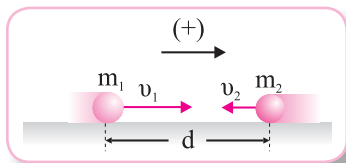
$$\Delta t \text{ διανύει διάστημα } s_1 = \frac{v_1}{8} \Delta t.$$

γ) Η κρούση μεταξύ των δύο σφαιρών είναι ανελαστική και κατά τη διάρκεια της η μείωση κατά απόλυτη τιμή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σφαιρών εί-

$$\text{ναι } |\Delta K| = \frac{5mv_1^2}{16}.$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.40) Δύο μικρές σφαίρες Σ₁ και Σ₂, με μάζες $m_1 = 1\text{kg}$ και $m_2 = 5\text{kg}$, κινούμενες σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες με μέτρα $v_1 = 12\text{m/s}$ και $v_2 = 6\text{m/s}$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα, συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά.



Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\text{s}$ οι δύο σφαίρες απέχουν απόσταση $d = 18\text{m}$. Να υπολογιστούν:

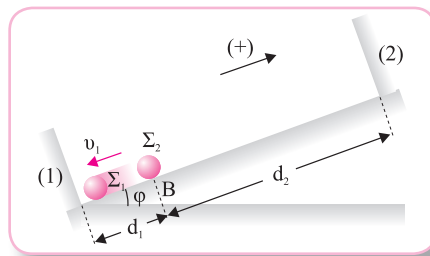
α) η χρονική στιγμή που θα συγκρουστούν οι σφαίρες,

β) οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σφαιρών αμέσως μετά την κρούση,

γ) η μέση αλγεβρική τιμή της δύναμης F_1 που δέχεται η σφαίρα Σ₁ κατά τη διάρκεια της κρούσης, εάν η κρούση διαρκεί $\Delta t = 0,05\text{s}$,

δ) το έργο της δύναμης F_2 που δέχεται η σφαίρα Σ₂ κατά τη διάρκεια της κρούσης.

1.41) Σε ένα λείο κεκλιμένο επίπεδο με γωνία κλίσης $\varphi = 30^\circ$ κινείται με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 5\text{m/s}$ σώμα Σ₁, μάζας $m_1 = 7\text{kg}$. Αρχικά το σώμα Σ₁ συγκρούεται ελαστικά με επίπεδο (1) που είναι κάθετο στο κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Στη συνέχεια το σώμα Σ₁ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με σώμα Σ₂, μάζας $m_2 = 1\text{kg}$, το οποίο συγκρατείται ακίνητο στο κεκλιμένο επίπεδο στη θέση Β, που απέχει απόσταση $d_1 = 0,9\text{m}$ από το κατακόρυφο επίπεδο (1). Σε απόσταση $d_2 = 4,5\text{m}$ από τη θέση Β βρίσκεται ένα δεύτερο επίπεδο (2) κάθετο στο κεκλιμένο επίπεδο. Να υπολογιστούν:

α) η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 κατά τη διάρκεια της κρούσης με το επίπεδο (1),

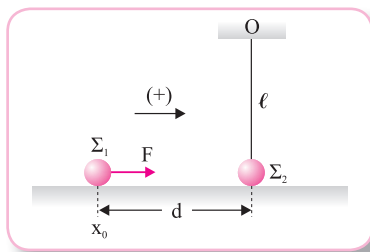
β) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 ακριβώς πριν από τη σύγκρουσή του με το σώμα Σ_2 ,

γ) το ποσοστό στα εκατό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 κατά τη διάρκεια της κρούσης με το σώμα Σ_2 ,

δ) η απόσταση d μεταξύ των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 τη στιγμή της πρώτης σύγκρουσης του σώματος Σ_2 με το επίπεδο (2),

ε) η ορμή του συστήματος των σωμάτων αμέσως μετά την πρώτη σύγκρουση του σώματος Σ_2 με το επίπεδο (2).

1.42) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο στη θέση $x_0 = 0\text{m}$ βρίσκεται ακίνητη σφαίρα Σ_1 , μάζας $m_1 = 1\text{kg}$, και απέχει απόσταση $d = 1\text{m}$ από σφαίρα Σ_2 , μάζας $m_2 = 3\text{kg}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η σφαίρα Σ_2 ισορροπεί δεμένη στο άκρο κατακόρυφου αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους $\ell = 0,4\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο O .



Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\text{s}$ ασκείται στη σφαίρα Σ_1 οριζόντια δύναμη F στη θετική

κατεύθυνση, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $F = 4 + 8x$ (SI). Οι δύο σφαίρες συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Τη στιγμή της σύγκρουσης καταργείται η δύναμη F . Να υπολογιστούν:

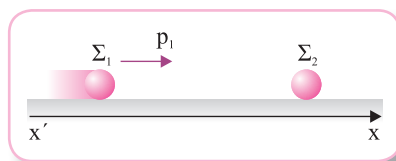
α) η ταχύτητα της σφαίρας Σ_1 ακριβώς πριν από την κρούση,

β) οι ταχύτητες των δύο σφαιρών αμέσως μετά τη σύγκρουση μεταξύ τους,

γ) το ποσοστό στα εκατό της ενέργειας που προσφέρθηκε στη σφαίρα Σ_1 από τη δύναμη F και μεταφέρθηκε στη σφαίρα Σ_2 ,

δ) η μέγιστη βαρυτική δυναμική ενέργεια της σφαίρας Σ_2 και η τάση του νήματος σε αυτή τη θέση.

1.43) Σφαίρα Σ_1 , μάζας m_1 , κινείται επάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο στη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$ έχοντας ορμή p_1 και κινητική ενέργεια K_1 , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Α. Έστω ότι η σφαίρα Σ_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ_2 , μάζας m_2 . Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας Σ_1 κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι

$$\Delta p_1 = -\frac{9}{5}p_1.$$

α₁) Να βρεθεί η σχέση των μαζών m_1 και m_2 των σφαιρών Σ_1 και Σ_2 .

α₂) Να υπολογιστεί το ποσοστό στα εκατό

της μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_1 κατά τη διάρκεια της κρούσης.

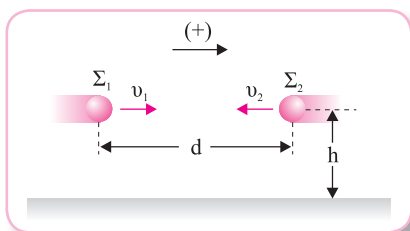
Β. Έστω ότι η σύγκρουση μεταξύ των δύο σφαιρών είναι πλαστική. Να υπολογιστούν:

- η μεταβολή της ορμής της σφαίρας Σ_1 κατά τη διάρκεια της κρούσης σε συνάρτηση με την ορμή p_1 ,

- το έργο της δύναμης που δέχεται η σφαίρα Σ_1 κατά τη διάρκεια της κρούσης σε συνάρτηση με την κινητική ενέργεια K_1 .

Γ. Να συγκριθούν τα μέτρα της μέσης δύναμης που δέχεται η σφαίρα Σ_1 στις δύο προηγούμενες περιπτώσεις, θεωρώντας ότι οι κρούσεις διαρκούν τον ίδιο χρόνο.

1.44) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\text{s}$ δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 , με μάζες $m_1 = 3\text{kg}$ και $m_2 = 1\text{kg}$, εκτοξεύονται οριζόντια με ταχύτητες με μέτρα $v_1 = 10\text{m/s}$ και $v_2 = 30\text{m/s}$ αντίστοιχα από δύο σημεία που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 4\text{m}$ και βρίσκονται στο ίδιο ύψος $h = 0,8\text{m}$ από το έδαφος, όπως φαίνεται στο σχήμα. Κάποια χρονική στιγμή t_1 τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Να υπολογιστούν:



- η χρονική στιγμή t_1 και η θέση στην οποία συγκρούονται τα δύο σώματα,

- η ταχύτητα που αποκτά το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση,

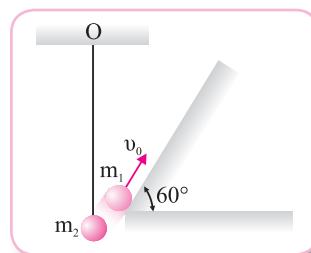
- η μεταβολή της ορμής του συστήματος μεταξύ της χρονικής στιγμής t_0 και της χρονικής στιγμής t_1 αμέσως μετά την κρούση,

- το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος, όταν αυτό φτάνει στο έδαφος.

1.45) Α. Από τη βάση ενός μη λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi = 60^\circ$ και

μήκους $s = \frac{8\sqrt{3}}{3}\text{m}$ εκτοξεύουμε κατά μήκος

του σφαίρα Σ_1 , μάζας m_1 , με αρχική ταχύτητα $v_0 = 10\text{m/s}$. Η σφαίρα σταματά στιγμιαία στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου.



- Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης του κεκλιμένου επιπέδου.

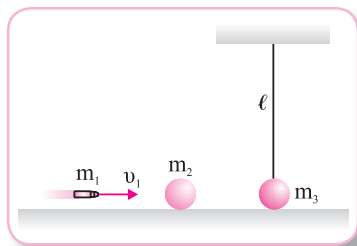
- Να αποδειχτεί ότι η σφαίρα θα επιστρέψει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

Β. Όταν η σφαίρα Σ_1 επιστρέφει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, συγκρούεται πλαστικά με σφαίρα Σ_2 ίσης μάζας με τη Σ_1 , που ισορροπεί δεμένη στο άκρο κατακόρυφου νήματος που είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογιστούν:

- το μέτρο της ταχύτητας της Σ_1 ακριβώς πριν από τη σύγκρουση,

β₂) το μέγιστο ύψος που θα φτάσει το συσσωμάτωμα.

1.46) Βλήμα μάζας $m_1 = 0,1\text{kg}$, κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 100\text{m/s}$, συγκρούεται με σώμα Σ_2 , μάζας $m_2 = 1\text{kg}$, που βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το βλήμα εξέρχεται από το Σ_2 με κινητική ενέργεια μειωμένη κατά 19% σε σχέση με αυτήν που είχε πριν από τη σύγκρουση. Στη συνέχεια το βλήμα συγκρούεται πλαστικά με σώμα Σ_3 , μάζας $m_3 = 8,9\text{kg}$, που ισορροπεί δεμένο στο άκρο κατακόρυφου νήματος, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογιστούν:



α) το μέτρο της ταχύτητας του Σ_2 αμέσως μετά την κρούση,

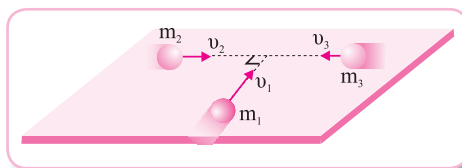
β) η συνολική μεταβολή της ορμής του βλήματος μετά και από τις δύο κρούσεις,

γ) ο λόγος $\frac{Q_1}{Q_2}$, όπου Q_1 και Q_2 είναι οι θερμότητες που εκλύονται κατά την κρούση

του βλήματος με τα σώματα Σ_2 και Σ_3 αντίστοιχα,

δ) το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος, όταν φτάνει σε ύψος που αντιστοιχεί στο μισό του μέγιστου ύψους που σταματά στιγμιαία το συσσωμάτωμα.

1.47) Τρία σώματα Σ_1 , Σ_2 και Σ_3 , με μάζες $m_1 = 1\text{kg}$, $m_2 = 2\text{kg}$ και $m_3 = 2\text{kg}$, κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες μέτρων $v_1 = 20\text{m/s}$, $v_2 = 10\text{m/s}$ και $v_3 = 2,5\text{m/s}$ αντίστοιχα. Τα Σ_2 και Σ_3 κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις, ενώ το Σ_1 κινείται σε διεύθυνση κάθετη στη διεύθυνση κίνησης των Σ_2 και Σ_3 , όπως φαίνεται στο σχήμα. Κάποια στιγμή τα τρία σώματα συγκρούονται ταυτόχρονα πλαστικά. Να υπολογιστούν:

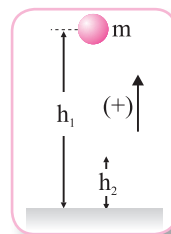


α) η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά τη σύγκρουση,

β) το έργο της δύναμης που δέχεται το Σ_1 κατά τη διάρκεια της κρούσης,

γ) το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του Σ_3 κατά τη διάρκεια της κρούσης.

1.48) Από ύψος $h_1 = 1,8\text{m}$ αφήνουμε ελεύθερο σώμα Σ , μάζας $m = 2\text{kg}$. Μετά την πρώτη πρόσκρουσή του στο έδαφος, το σώμα φτάνει σε ύψος $h_2 = 0,45\text{m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογιστούν:



α) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος ακριβώς πριν και αμέσως μετά την πρόσκρουσή του στο έδαφος,