

# Φυσική



## Λύσεις των ασκήσεων

Γ' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Θετικής & Τεχνολογικής Κατεύθυνσης



$$E = mc^2$$

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ  
«ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

Λύσεις των ασκήσεων  
Φυσική Θετικής & Τεχνολογικής  
κατεύθυνσης

Γ' τάξη  
**Γενικού Λυκείου**

## ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΡΧΙΚΗΣ ΕΚΔΟΣΗΣ

**ΣΥΓΓΡΑΦΕΙΣ:** ΑΛΕΚΟΣ ΙΩΑΝΝΟΥ - ΓΙΑΝΝΗΣ ΝΤΑΝΟΣ  
ΑΓΓΕΛΟΣ ΠΗΤΤΑΣ - ΣΤΑΥΡΟΣ ΡΑΠΤΗΣ

**Ε.Π.Ε.Α.Ε.Κ.**

**Υποπρόγραμμα 1:** ΓΕΝΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

**Μέτρο 1.1:** ΑΝΑΜΟΡΦΩΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**Ενέργεια 1.1α:** Προγράμματα - βιβλία

**ΕΡΓΟ:** ΑΝΑΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΚΑΙ ΕΚΣΥΓΧΡΟΝΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΠΡΟ-  
ΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ  
ΜΕ ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ

## ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΠΑΝΕΚΔΟΣΗΣ

Η επανέκδοση του παρόντος βιβλίου πραγματοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών & Εκδόσεων «Διόφαντος» μέσω ψηφιακής μακέτας, η οποία δημιουργήθηκε με χρηματοδότηση από το ΕΣΠΑ / ΕΠ «Εκπαίδευση & Διά Βίου Μάθηση» / Πράξη «ΣΤΗΡΙΖΩ».



Οι αλλαγές που ενσωματώθηκαν στην παρούσα επανέκδοση έγιναν με βάση τις διορθώσεις του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ

**ΑΛΕΚΟΣ ΙΩΑΝΝΟΥ - ΓΙΑΝΝΗΣ ΝΤΑΝΟΣ**  
**ΑΓΓΕΛΟΣ ΠΗΤΤΑΣ - ΣΤΑΥΡΟΣ ΡΑΠΤΗΣ**

Η συγγραφή και η επιμέλεια του βιβλίου πραγματοποιήθηκε  
υπό την αιγίδα του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Λύσεις των ασκήσεων  
Φυσική Θετικής & Τεχνολογικής  
κατεύθυνσης

Γ' τάξη  
Γενικού Λυκείου



# 1 ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ - ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

### Απλή αρμονική ταλάντωση

1.1 (β), (γ), (ε).

1.2 Η αρχική φάση είναι 0 ή  $\pi$  rad. Για να επιλέξουμε ανάμεσα στις δύο χρειάζεται να γνωρίζουμε την κατεύθυνση (πρόσημο) της ταχύτητας τη χρονική στιγμή μηδέν.

1.3 (γ).

1.4 Η ταχύτητα είναι: μηδέν στις θέσεις  $x = A$  ή  $x = -A$ ,  
μέγιστη στη θέση ισοροπίας ( $x = 0$ ).

Η επιτάχυνση είναι: μηδέν στη θέση ισοροπίας ( $x = 0$ ),  
μέγιστη στις θέσεις  $x = A$  ή  $x = -A$ .

Η δύναμη είναι: μηδέν στη θέση ισοροπίας ( $x = 0$ ),  
μέγιστη στις θέσεις  $x = A$  ή  $x = -A$ .

Σύμφωνα με τη διατήρηση της ενέργειας στις ταλαντώσεις

$$E = K + U \text{ όταν } U = K \text{ τότε } E = 2U \text{ ή } \frac{1}{2}DA^2 = 2\frac{1}{2}Dx^2$$

$$\text{Επομένως } x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$$

1.5

| $x$   | $U$ | $K$ |
|-------|-----|-----|
| 0     | 0   | 5 J |
| $x_1$ | 3 J | 2 J |
| $x_2$ | 4 J | 1 J |
| $A$   | 5 J | 0   |

1.6 α) T/4, β) T/2, γ) 3T/4.

1.7 α) 1, β) αρνητική, γ) 0.

1.8 (β)

### Κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων

1.9 α)  $1,5 \times 10^{-6} \text{s}$ , β)  $3 \times 10^{-6} \text{s}$ , γ)  $0,75 \times 10^{-6} \text{s}$ , δ)  $0,75 \times 10^{-6} \text{s}$ .

1.10 Λόγω της τάσης από αυτεπαγωγή που εμφανίζει στα άκρα του το πηνίο.

1.11

|       |                                |                                |                                |                                |
|-------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| $U_E$ | $80 \times 10^{-3} \text{ J}$  | $120 \times 10^{-3} \text{ J}$ | $70 \times 10^{-3} \text{ J}$  | 0                              |
| $U_B$ | $40 \times 10^{-3} \text{ J}$  | 0                              | $50 \times 10^{-3} \text{ J}$  | $120 \times 10^{-3} \text{ J}$ |
| $E$   | $120 \times 10^{-3} \text{ J}$ | $120 \times 10^{-3} \text{ J}$ | $120 \times 10^{-3} \text{ J}$ | $120 \times 10^{-3} \text{ J}$ |

1.12 α)  $L_A < L_B$ , β)  $I_A > I_B$ .

1.13 α)  $Q_B = 2Q_A$  β)  $E_B = 2E_A$  γ)  $T_B = T_A$  δ)  $I_B = 2I_A$

1.14 (γ).

1.15 1 (γ), 2 (β).

1.16 .....δυναμική.....ενέργεια μαγνητικού πεδίου.....  
ενέργεια ηλεκτρικού.....παραμένει σταθερό.

### Φθίνουσα, ελεύθερη και εξαναγκασμένη ταλάντωση. Συντονισμός.

1.17 (γ)

1.18 (γ)

1.19 (γ)

1.20 Το Β.

1.21 (γ), (δ).

1.22 (β), (γ).

1.23 (β)

- 1.24 Αν  $A_K, A_{K+1}$  είναι οι τιμές του πλάτους και  $E_K, E_{K+1}$  οι αντίστοιχες τιμές της ενέργειας της ταλάντωσης κατά τις χρονικές στιγμές  $KT$  και  $(K + 1)T$  όπου  $K = 1, 2, 3, \dots$  τότε

$$\alpha) \frac{A_K}{A_{K+1}} = \frac{A_0 e^{-\Lambda KT}}{A_0 e^{-\Lambda(K+1)T}} = e^{\Lambda T}$$

$$\beta) \frac{E_K}{E_{K+1}} = \frac{\frac{1}{2} D A_K^2}{\frac{1}{2} D A_{K+1}^2} = \left( \frac{A_K}{A_{K+1}} \right)^2 = e^{2\Lambda T}$$

### Σύνθεση ταλαντώσεων

- 1.25 ..... 8 cm ..... 2 cm.

- 1.26 (β), (γ), (δ), (ε).

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### Απλή αρμονική ταλάντωση

- 1.27 Θεωρούμε ότι στη θέση ισορροπίας (θέση 1) το ελατήριο  $K_1$  έχει επιμηκυνθεί κατά  $x_1$  και το ελατήριο  $K_2$  έχει επιμηκυνθεί κατά  $x_2$  οπότε επειδή

$$\Sigma F = 0$$

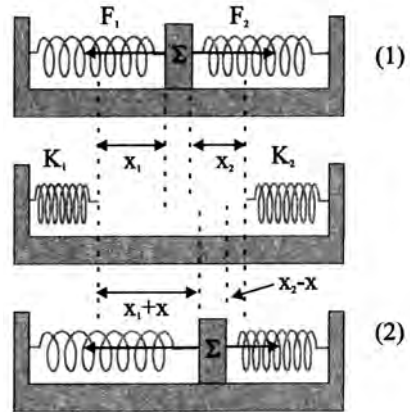
θα είναι

$$K_2 x_2 - K_1 x_1 = 0 \quad (1)$$

Σε μια τυχαία θέση που απέχει  $x$  από τη θέση ισορροπίας (θέση 2) ισχύει

$$\Sigma F = K_2(x_2 - x) - K_1(x_1 + x) \quad (2)$$

(θεωρούμε θετική τη φορά της απομάκρυνσης  $x$ )





η οποία αν λάβουμε υπόψη την (1) γίνεται

$$\Sigma F = -(K_2 + K_1)x \quad (3)$$

Η (3) είναι της μορφής  $\Sigma F = -Dx$  όπου  $D = K_2 + K_1$  οπότε το  $\Sigma$  κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_2 + K_1}} = 0,2\pi \text{ s}$$

Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουμε αν θεωρήσουμε ότι στη θέση ισορροπίας και τα δύο ελατήρια είναι συσπειρωμένα ή ότι έχουν το φυσικό τους μήκος.

1.28 Θεωρούμε ότι η ταλάντωση είναι αμείωτη.

α) Από τη διατήρηση της ενέργειας στην ταλάντωση έχουμε

$$\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}Dx_1^2 + \frac{1}{2}m\nu_1^2$$

$$\text{οπότε} \quad D = \frac{m\nu_1^2}{A^2 - x_1^2} = 200 \text{ N / m}$$

$$\beta) \quad \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}Dx_2^2 + \frac{1}{2}m\nu_2^2$$

$$\text{οπότε} \quad \nu = \sqrt{\frac{D(A^2 - x_2^2)}{m}} = 3 \text{ m / s}$$

1.29 Το σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς  $D = K$  (δες παράδειγμα 1.1).

Στη θέση ισορροπίας ισχύει

$$\Sigma F = 0 \quad \text{δηλαδή} \quad mg - Kl = 0$$

$$\text{οπότε} \quad K = \frac{mg}{l} \quad (1).$$

Η περίοδος της κίνησης δίνεται από τη σχέση  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$

η οποία, αν λάβουμε υπόψη την (1), γίνεται  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 0,314 \text{ s}$

## Ηλεκτρικές ταλαντώσεις

$$1.30 \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1126 \text{ Hz}$$

1.31 Το φορτίο του πυκνωτή δίνεται από τη σχέση  $q = Q \sin \omega t$   
Για  $t = 0$   $q = Q = CV = 10^{-3} \text{ C}$

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1000 \text{ rad / s}$$

Επομένως  $q = 10^{-3} \sin 1000t$  (SI)

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα δίνεται από τη σχέση

$$i = I \eta \mu \omega t.$$

Από τη διατήρηση της ενέργειας στο κύκλωμα έχουμε

$$\frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad \text{οπότε} \quad I = \frac{Q}{\sqrt{LC}} = 1 \text{ A}$$

Τελικά  $i = \eta \mu 1000t$  (SI)

## Φθίνουσες και εξαναγκασμένες ταλαντώσεις. Συντονισμός.

$$1.32 \quad A_1 = A_0 e^{-\Lambda t_1} \quad \text{ή} \quad e^{-\Lambda t_1} = \frac{A_1}{A_0} \quad \text{ή} \quad -\Lambda t_1 = \ln \frac{A_1}{A_0} \quad \text{και} \quad \Lambda = -\frac{1}{t_1} \ln \frac{A_1}{A_0} \quad (1)$$

$$A = A_0 e^{-\Lambda t} \quad \text{ή} \quad e^{-\Lambda t} = \frac{A}{A_0} \quad \text{ή} \quad t = -\frac{1}{\Lambda} \ln \frac{A}{A_0} \quad (2)$$

Η (2) γίνεται από την (1)

$$t = \frac{t_1}{\ln \frac{A_1}{A_0}} \ln \frac{A}{A_0} \quad \text{από όπου βρίσκουμε}$$

$$t = \frac{10}{\ln \frac{1}{2}} \ln \frac{1}{32} = \frac{10}{\ln 1 - \ln 2} (\ln 1 - \ln 32) = \frac{10}{\ln 2} \ln 32 = \frac{10}{\ln 2} \ln 2^5 = 50 \text{ s}$$

### Σύνθεση ταλαντώσεων

1.33 Η σχέση που δίνει το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\varphi}$$

Αν θέσουμε  $A_1 = 4m$ ,  $A_2 = 4m$  και  $\varphi = -\pi \text{ rad}$

προκύπτει  $A = 0$  (το σώμα δεν ταλαντώνεται).

1.34 Το σώμα εκτελεί ταλάντωση με πλάτος

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\varphi}$$

Αν θέσουμε  $A_1 = 0,1m$ ,  $A_2 = 0,04m$  και  $\varphi = 0$

προκύπτει  $A = 0,14m$

Η γωνιακή συχνότητα της σύνθετης ταλάντωσης είναι ίση με αυτή των ταλαντώσεων που τη συνθέτουν.  $\omega = 50 \text{ rad / s}$ .

Η αρχική φάση της ταλάντωσης βρίσκεται από τη σχέση

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{A_2\eta\mu\varphi}{A_1 + A_2\sigma\upsilon\nu\varphi} \text{ η οποία για } \varphi = 0 \text{ δίνει } \varepsilon\varphi\theta = 0 \text{ και τελικά}$$

$$\theta = 0.$$

Επομένως, η εξίσωση απομάκρυνσης της σύνθετης ταλάντωσης είναι

$$x = 0,14\eta\mu 50t$$

1.35 Το σώμα εκτελεί ταλάντωση με πλάτος

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\varphi}$$

Αν θέσουμε  $A_1 = 0,08m$ ,  $A_2 = 0,06m$  και  $\varphi = -\pi \text{ rad}$

προκύπτει  $A = 0,02m$

Η γωνιακή συχνότητα της σύνθετης ταλάντωσης είναι ίση με αυτή των ταλαντώσεων που τη συνθέτουν.  $\omega = 50\pi \text{ rad / s}$ .

Η αρχική φάση της ταλάντωσης βρίσκεται από τη σχέση

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{A_2\eta\mu\varphi}{A_1 + A_2\sigma\upsilon\nu\varphi} \text{ η οποία για } \varphi = -\pi \text{ δίνει } \varepsilon\varphi\theta = 0 \text{ και τελικά}$$

$$\theta = 0.$$

Η εξίσωση απομάκρυνσης της σύνθετης ταλάντωσης είναι

$$x = 0,02\eta\mu 50\pi t \quad (\text{SI})$$

Η ταχύτητα δίνεται από τη σχέση

$$v = A\omega\sigma\upsilon\nu(\omega t + \theta)$$

οπότε

$$v = 3,14\sigma\upsilon\nu 50\pi t \quad (\text{SI})$$

Η επιτάχυνση δίνεται από τη σχέση

$$a = -A\omega^2\eta\mu(\omega t + \theta)$$

οπότε

$$a = -493\eta\mu 50\pi t \quad (\text{SI})$$

Η περίοδος της ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,04 \text{ s}$

- 1.36 Οι ήχοι που παράγονται από τα δυο διαπασών έχουν μικρή διαφορά συχνότητας, οπότε από συμβολή τους προκύπτουν διακροτήματα με συχνότητα  $f_\delta = |f_1 - f_2| = 0,5 \text{ Hz}$

Ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου ισούται με την περίοδο των διακροτημάτων, που

δίνεται από τη σχέση  $T_\delta = \frac{1}{f_\delta} = 2 \text{ s}$

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

- 1.37 Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι της μορφής

$$x = A \eta\mu(\omega t + \varphi)$$

Θα βρούμε διαδοχικά τα  $A$ ,  $\omega$  και  $\varphi$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \text{ οπότε } D = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \quad (1)$$

Από τη διατήρηση της ενέργειας στην ταλάντωση έχουμε

$$\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}Dx^2 + \frac{1}{2}mv^2 \text{ άρα } A = \sqrt{x^2 + \frac{m}{D}v^2}$$

Λαμβάνοντας υπόψη την (1) τελικά έχουμε

$$A = \sqrt{x^2 + \frac{T^2}{4\pi^2}v^2} = 4 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 10 \text{ rad / s}$$

Η  $x = A \eta\mu(\omega t + \varphi)$  για  $t = 0$  δίνει  $x = A \eta\mu\varphi$  οπότε

$$\eta\mu\varphi = \frac{x}{A} = \frac{1}{2} \text{ δηλαδή } \varphi = \frac{\pi}{6} \text{ ή } \varphi = \frac{5\pi}{6}$$

(Η λύση  $\varphi = \frac{\pi}{6}$  απορρίπτεται, γιατί για  $t = 0$  δίνει  $v > 0$ )

Οι ζητούμενες εξισώσεις είναι

$$x = 4 \times 10^{-2} \eta\mu\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right) \quad (\text{SI})$$

$$v = A\omega \sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi) = 0,4 \sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right) \quad (\text{SI})$$

$$a = -A\omega^2 \eta\mu(\omega t + \varphi) = -4 \eta\mu\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right) \quad (\text{SI})$$

- 1.38 Το σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς  $D = K$  (βλέπε και παράδειγμα 1-1).

$$\alpha) T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}$$

Η μέγιστη απομάκρυνση του σώματος είναι  $A = d$ .

Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι

$$x = d \eta\mu(\omega t + \varphi).$$

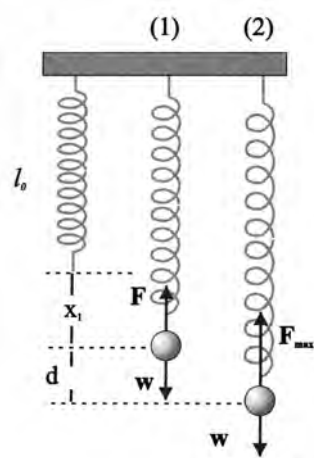
Για  $t = 0$   $d = d \eta\mu\varphi$

οπότε  $\eta\mu\varphi = 1$

δηλαδή  $\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$

Στην περίπτωση που η κατεύθυνση προς τα κάτω θεωρηθεί αρνητική

για  $t = 0$   $-d = d \eta\mu\varphi$  οπότε  $\eta\mu\varphi = -1$  δηλαδή  $\varphi = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$



$$\gamma) v_{\max} = A\omega = d2\pi f = 0,5 \text{ m/s}$$

$$\delta) a_{\max} = A\omega^2 = d4\pi^2 f^2 = 5 \text{ m/s}^2$$

ε) Στη θέση ισοροπίας (θέση 1)  $\Sigma F = 0$  οπότε  $Kx_1 = mg$  και

$$x_1 = \frac{mg}{K}$$

Το σώμα δέχεται τη μέγιστη δύναμη στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης (θέση 2)

$$F_{\max}^{\omega\lambda} = K(x_1 + d) = K\left(\frac{mg}{K} + d\right) = mg + Kd = 15 \text{ N}$$

$$1.39 \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{5} \text{ rad/s}$$

$$x = 0,2\eta\mu\frac{\pi}{5}t$$

Θέτουμε  $x = 0,1\text{m}$  και λύνουμε ως προς το χρόνο

$$\eta\mu\frac{\pi}{5}t = \frac{1}{2} = \eta\mu\frac{\pi}{6}$$

Δύο διαδοχικές λύσεις της εξίσωσης αυτής είναι οι

$$t_1 = \frac{5}{6}\text{s} \text{ και } t_2 = \frac{25}{6}\text{s}$$

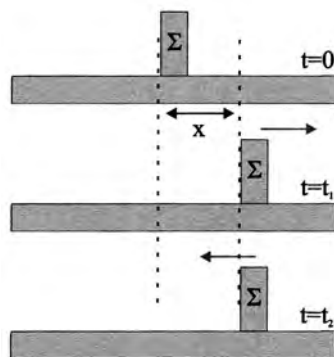
Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί ανάμεσα στις δύο διαδοχικές στιγμές που το σώμα θα βρεθεί στη θέση  $x = 0,1\text{m}$  είναι

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{10}{3}\text{s}$$

1.40 Θεωρούμε ότι το σύστημα κάνει τμήμα απλής αρμονικής ταλάντωσης με σταθερά επαναφοράς  $K$ .

α) Από τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση έχουμε

$$\frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}Mv^2 \quad \text{οπότε} \quad A = \sqrt{\frac{Mv^2}{K}} = 0,1 \text{ m}$$



Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί ανάμεσα στη στιγμή της πρόσκρουσης ( $v = v_{\max}$ ) και τη στιγμή που η ταχύτητα μηδενίζεται είναι

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{M}{K}} = \frac{\pi}{100} \text{ s}.$$

β) Ο επιβάτης κάνει ταλάντωση ίδιας περιόδου με το σύστημα με σταθερά επαναφοράς  $D$ .

$$T_{\text{συστήματος}} = T_{\text{επιβάτη}} \quad \text{δηλαδή} \quad 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{M}{D}}$$

$$\text{οπότε } D = \frac{m}{M} K.$$

Η δύναμη που δέχεται από τη ζώνη παίζει το ρόλο της δύναμης επαναφοράς. Το μέτρο της δύναμης θα πάρει τη μέγιστη τιμή του τη χρονική στιγμή  $t = \frac{T}{4}$  όταν  $x = A$ .

$$F_{\max} = DA = \frac{m}{M} KA = 15 \times 10^3 \text{ N}$$

- 1.41 α) Μετά την (πλαστική) κρούση του συστήματος βλήμα-σώμα, η κοινή τους ταχύτητα θα είναι  $V$  για την οποία ισχύει  $mv = (m + M)V$

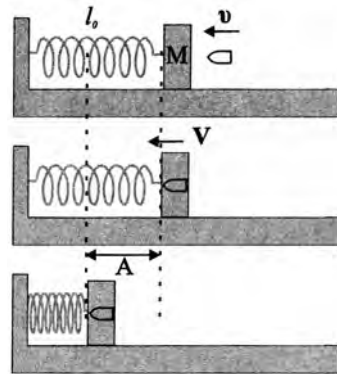
$$\text{επομένως } V = \frac{m}{m + M} v = 5 \text{ m/s}.$$

- β) Το συσσωμάτωμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με  $D = K$ .

Από τη διατήρηση της ενέργειας στην ταλάντωση έχουμε

$$\frac{1}{2} KA^2 = \frac{1}{2} (m + M)V^2$$

$$\text{οπότε } A = V \sqrt{\frac{m + M}{K}} = 0,1 \text{ m}$$



γ) Το σύστημα θα σταματήσει στιγμιαία, για πρώτη φορά, μετά από

$$\text{χρόνο } \Delta t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{4} \sqrt{\frac{m+M}{K}} = 3,14 \times 10^{-2} \text{ s}.$$

1.42 α)  $I = \omega Q = 2\pi f Q = 5 \times 10^{-3} \text{ A}$

Από τη διατήρηση της ενέργειας στο κύκλωμα έχουμε:

$$\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2 \quad \text{και} \quad q = \sqrt{Q^2 - LCi^2} \quad (1)$$

$$\text{Όμως } f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{και} \quad LC = \frac{1}{4\pi^2 f^2} \quad (2)$$

Οπότε η (1) γίνεται από τη (2)

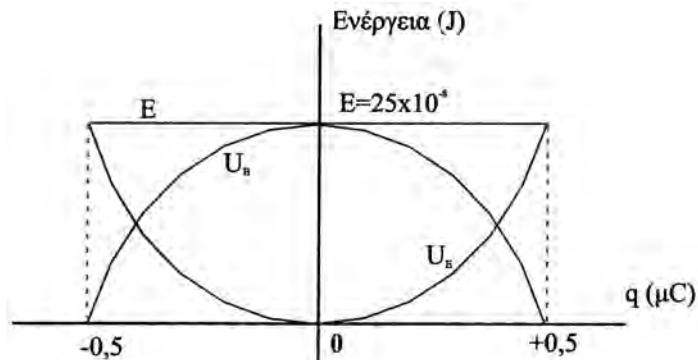
$$q = \sqrt{Q^2 - \frac{i^2}{4\pi^2 f^2}} = 4 \times 10^{-7} \text{ C}$$

$$\beta) U_E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \quad (3)$$

$$U_E + U_B = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad \text{επομένως } U_B = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} - \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \quad (4)$$

$$\text{Η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή } E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = 25 \times 10^{-8} \text{ J} \quad (5)$$

Οι συναρτήσεις (3) (4) και (5) παριστάνονται γραφικά στο διάγραμμα που ακολουθεί





1.43 α)  $Q = CV = 4 \times 10^{-3} C$

β)  $U_E = U_B = \frac{E}{2}$     οπότε     $\frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$

και  $q = Q \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \times 10^{-3} C$

γ) Η σχέση που δίνει το φορτίο του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο είναι  $q = Q \sin \omega t$  (1)

όπου  $Q = 4 \times 10^{-3} C$  και  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{10^3}{6} \text{ rad / s}$

Η πρώτη φορά που η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή γίνεται ίση με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο ταυτίζεται με την πρώτη φορά που το φορτίο στον πυκνωτή γίνεται  $q = 2\sqrt{2} \times 10^{-3} C$ , δηλαδή τη στιγμή για την οποία

$$2\sqrt{2} \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-3} \sin \frac{10^3}{6} t$$

Λύνουμε την τριγωνομετρική εξίσωση ως προς τον χρόνο και βρίσκουμε ότι η μικρότερη τιμή του για την οποία ισχύει η εξίσωση είναι  $t = 1,5 \times 10^{-3} s$ .

1.44 Από τη διατήρηση της ενέργειας στο κύκλωμα έχουμε

$$\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2$$

οπότε  $Q = \sqrt{q^2 + LCi^2} = 4 \times 10^{-5} C = 40 \mu C$

1.45 α) Το σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με γωνιακή συχνότητα ίση με αυτή των δύο ταλαντώσεων στις οποίες μετέχει.

Άρα  $\omega = 50\pi \text{ rad}$

και  $D = m\omega^2 = 5 \times 10^4 N / m$

β) Το πλάτος της ταλάντωσης που κάνει το σώμα είναι

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \sin(-\pi)} = A_1 - A_2 = 5 \times 10^{-2} m$$

οπότε η ενέργεια της ταλάντωσης είναι  $E = \frac{1}{2} DA^2 = 62,5 J$

γ) Από τη διατήρηση της ενέργειας της ταλάντωσης έχουμε

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Dx^2$$

οπότε

$$v = \sqrt{\frac{2E - Dx^2}{m}} = 3\sqrt{2,5} \text{ m/s}$$

- 1.46 α) Το  $\Sigma_2$ , όσο βρίσκεται σε επαφή με το  $\Sigma_1$ , εκτελεί τμήμα απλής αρμονικής ταλάντωσης. Το ρόλο της δύναμης επαναφοράς για το  $\Sigma_2$  παίζει η δύναμη  $F$  που δέχεται από το  $\Sigma_1$ . Η επαφή ανάμεσα στα δύο σώματα χάνεται όταν  $F = 0$  δηλαδή στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.

- β) Το  $\Sigma_2$  αφού χάσει την επαφή του με το  $\Sigma_1$  κινείται ευθύγραμμα ομαλά με  $v_{\max}$

$$v_{\max} = A\omega = A\sqrt{\frac{K}{m_1 + m_2}} = 2 \text{ m/s}$$

και το  $\Sigma_1$  κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος  $A'$ .

Από τη διατήρηση της ενέργειας κατά την ταλάντωση του  $\Sigma_1$  έχουμε:

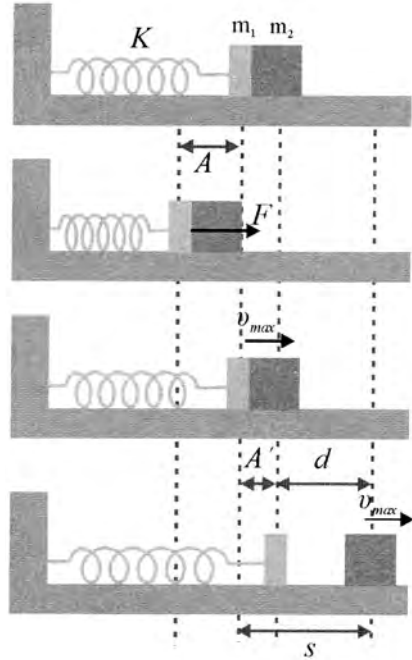
$$\frac{1}{2}m_1 v_{\max}^2 = \frac{1}{2}KA'^2$$

από όπου βρίσκουμε

$$A' = v_{\max} \sqrt{\frac{m_1}{K}} = 0,2 \text{ m}$$

- γ) Το  $\Sigma_1$  μηδενίζει την ταχύτητά του σε χρόνο  $\Delta t = \frac{T'}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m_1}{K}} = \frac{\pi}{20} \text{ s}$

από τη στιγμή που χάθηκε η επαφή ανάμεσα στα δύο σώματα. Στο



χρόνο αυτό το  $\Sigma_2$  έχει διανύσει  $s = v_{\max} \Delta t = 0,314m$

Η απόσταση μεταξύ τους εκείνη τη χρονική στιγμή θα είναι  $d = s - A' = 0,114m$

- 1.47 α) Το σώμα μάζας  $m_1$  κάνει τμήμα απλής αρμονικής ταλάντωσης με σταθερά επαναφοράς  $D = K$ . Για να φτάσει από το ανώτερο σημείο στη θέση ισορροπίας του χρειάζεται χρόνο

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{4} \sqrt{\frac{m_1}{K}} = \frac{\pi}{20} s .$$

Στον ίδιο χρόνο το σώμα μάζας  $m_2$  πρέπει να διανύσει διάστημα  $h$ .

$$h = \frac{1}{2} g (\Delta t)^2 = 0,125 m$$

β) Αμέσως πριν τη σύγκρουση τα σώματα έχουν ταχύτητες

$$v_1 = v_{\max} = A\omega = l \frac{2\pi}{T} = l \frac{2\pi}{2\pi \sqrt{\frac{m_1}{K}}} = l \sqrt{\frac{K}{m_1}} = 2 m/s$$

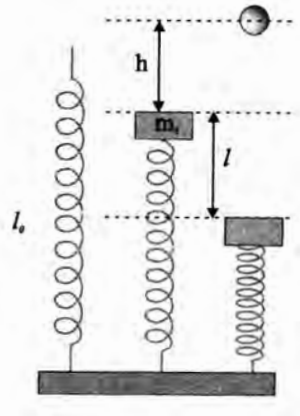
$$v_2 = g\Delta t = 1,57 m/s$$

γ) Εφόσον τα σώματα μετά την κρούση τους αποκτούν ταχύτητες αντίθετες από αυτές που είχαν πριν συγκρουστούν, θα επιστρέψουν στις αρχικές τους θέσεις και το φαινόμενο θα επαναλαμβάνεται συνεχώς.

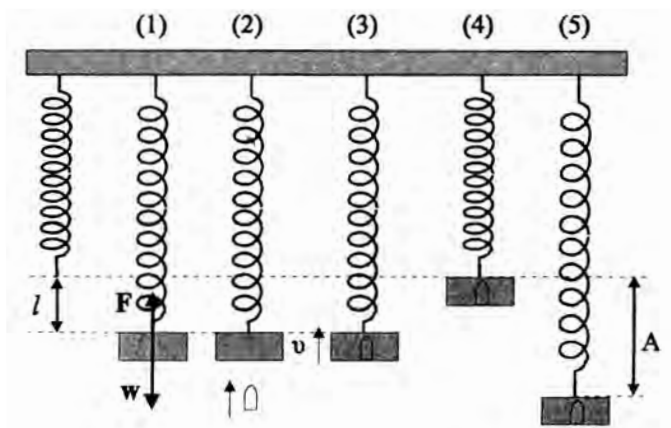
Η περίοδος του φαινομένου είναι

$$T_\varphi = \frac{T}{2} \text{ όπου } T \text{ η περίοδος της ταλάντωσης του } m_1$$

$$T_\varphi = \pi \sqrt{\frac{m_1}{K}} = 0,314s$$



- 1.48 α) Στη θέση (1)  $\Sigma F = 0$  οπότε  $Kl = m_1 g$  και  $K = \frac{m_1 g}{l} = 12 \text{ N/m}$



Αν  $v$  η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση - θέση (3) - εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας έχουμε:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 + \frac{1}{2}Kl^2 = (m_1 + m_2)gl \text{ και } v = \sqrt{\frac{2(m_1 + m_2)gl - Kl^2}{m_1 + m_2}} = 2 \text{ m/s}$$

β) Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς  $D = K$

Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης (5) θα ισχύει

$$\Sigma F = 0 \text{ οπότε } KA = (m_1 + m_2)g \text{ και } A = \frac{(m_1 + m_2)g}{K} = 0,625 \text{ m}$$

Στη θέση αυτή το συσσωμάτωμα αποκτά τη μέγιστη ταχύτητα που

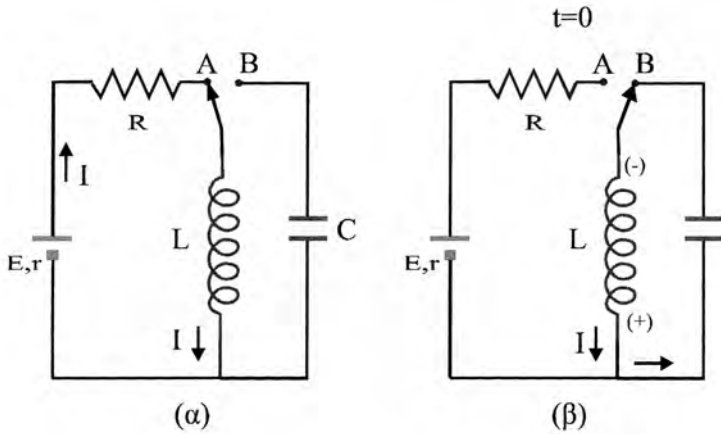
$$\text{είναι } v_{\max} = \omega A = \frac{2\pi}{T} A = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{K}}} A = \sqrt{\frac{K}{m_1 + m_2}} A = 2,5 \text{ m/s}$$

γ) Ο χρόνος κίνησης από την ανώτερη θέση στη θέση ισορροπίας είναι

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{K}} = 0,4 \text{ s}$$

- 1.49 α) Το κύκλωμα το σχήματος (α) διαρρέεται από σταθερό ρεύμα

$$I = \frac{E}{R + r} = 0,6 \text{ A}$$



Αμέσως μετά τη μεταφορά του μεταγωγού στη θέση B στο πηνίο δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz το ρεύμα που προκαλεί αυτή η ηλεκτρεγερτική δύναμη είναι ομόρροπο με το αρχικό. Επομένως ο σπλισμός που θα αποκτήσει πρώτος θετικό φορτίο είναι αυτός που συνδέεται με τον αρνητικό πόλο της πηγής.

β) Από τη στιγμή μηδέν και μετά το κύκλωμα που περιλαμβάνει το πηνίο και τον πυκνωτή θα εκτελέσει ηλεκτρική ταλάντωση με γωνιακή συχνότητα

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{LC}} = 10^4 \text{ rad / s}$$

Τη στιγμή μηδέν ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος και το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα μέγιστης έντασης. Εκείνη τη στιγμή το μαγνητικό πεδίο του πηνίου έχει ενέργεια ίδια με αυτή που είχε πριν μετακινηθεί ο μεταγωγός, επομένως το ρεύμα έχει ένταση  $I = 0,6A$  (μέγιστη).

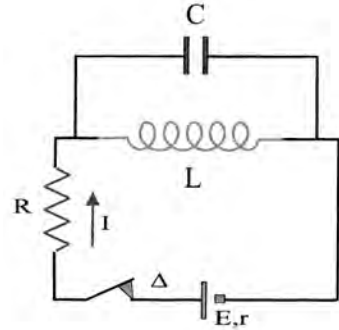
Το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή είναι

$$Q = \frac{I}{\omega} = 6 \times 10^{-5} C$$

Επομένως οι εξισώσεις του ρεύματος και του φορτίου με το χρόνο είναι

$$i = 0,6 \text{ συν}10^4 t \quad q = 6 \times 10^{-5} \text{ ημ}10^4 t$$

- 1.50 α) Όταν ανοίγουμε το διακόπτη Δ μεταβάλλεται το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο. Αυτό έχει ως συνέπεια την εμφάνιση ηλεκτρεγερτικής δύναμης από αυτεπαγωγή. Το πηνίο επομένως λειτουργεί ως πηγή, η οποία φορτίζει τον πυκνωτή.  
 β) Το μέγιστο ρεύμα στο πηνίο θα είναι



$$I = \frac{E}{R+r} = 3 \text{ A}$$

Η μέγιστη ενέργεια του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το πηνίο είναι ίση με τη μέγιστη ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή

$$\frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}CV^2 \quad \text{οπότε} \quad C = \frac{LI^2}{V^2} = 18 \times 10^{-6} \text{ F}$$

(Η ελάχιστη χωρητικότητα του πυκνωτή αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή της τάσης μεταξύ των οπλισμών του).

## 2 ΚΥΜΑΤΑ

### ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

#### Μηχανικά κύματα

- 2.1 (γ)
- 2.2 α) Β β) Γ
- 2.3 1α) Γ 1β) Α  
2α) Α, Δ 2β) Β, Ε 2γ) Β, Ε
- 2.4 (α), (β), (δ)
- 2.5 1) (β) 2) (γ)

#### Συμβολή - στάσιμα

- 2.6 1) Δ
- 2.7 Δύο πηγές λέγονται σύγχρονες ή σε φάση όταν δημιουργούν ταυτόχρονα μέγιστα και ελάχιστα.
- 2.8 ..... αντίθετες ..... παραμένουν συνεχώς ακίνητα ..... μέγιστο πλάτος ..... κοιλίες .....  $\lambda/2$ .
- 2.9 1) (β) 2) (α)
- 2.10 α) όχι β) Γ
- 2.11 α) Δεσμοί Β, Δ, Ζ Κοιλίες Α, Γ, Ε, Η  
β)  $\pi$  rad  
γ) Μηδέν  
δ)  $\lambda/4$
- 2.12 (α)

## Ηλεκτρομαγνητικά κύματα

2.13  $1,53 \times 10^8$  km.

2.14 7,46 φορές.

2.15 (δ)

2.16 (γ)

2.17

|             |              |
|-------------|--------------|
| Ραδιοκύματα | $10^{13}$ Hz |
| Μικροκύματα | $10^{17}$ Hz |
| Ακτίνες Χ   | $10^8$ Hz    |
| Υπέρυθρο    | $10^{10}$ Hz |
| Υπεριώδες   | $10^{15}$ Hz |
| Ακτίνες γ   | $10^{19}$ Hz |

2.18 α) Ραδιοκύματα.

β) Μικροκύματα.

γ) Ακτίνες Χ.

δ) Ακτίνες γ.

2.19 (α).

2.20 (γ).

## Ανάκλαση - διάθλαση

2.21 Όταν υφίσταται ανάκλαση ή διάθλαση.

2.22  $60^\circ$  και στις δύο επιφάνειες.

2.23 (α).

2.24 Η συχνότητα παραμένει σταθερή, η ταχύτητα διάδοσης μειώνεται, το μήκος κύματος μειώνεται.



2.25 (α).

2.26 Το μπλε.

2.27 Στην πλάκα με δείκτη διάθλασης  $n = 1,6$ .

2.28 α) Α.

β) Α.

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### Μηχανικά κύματα

2.29 Ο χρόνος που χρειάζεται ένα σημείο της χορδής για να μετατοπισθεί από τη θέση μέγιστης απομάκρυνσης στη θέση ισορροπίας είναι ίσος με  $T/4$

$$\frac{T}{4} = 0,15 \text{ s} \text{ οπότε } T = 0,6 \text{ s} \text{ και } f = \frac{1}{T} = \frac{10}{6} \text{ Hz} .$$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι

$$v = \lambda f = 2 \text{ m / s} .$$

2.30 Συγκρίνοντας τη σχέση  $y = 3 \times 10^{-2} \eta\mu(1320t - 4x)$

με τη γενική σχέση  $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

βρίσκουμε

α)  $\frac{2\pi}{\lambda} = 4 \text{ rad / m}$  οπότε  $\lambda = \frac{2\pi}{4} = 1,57 \text{ m} .$

β)  $\frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 1320 \text{ rad / s}$  οπότε  $f = \frac{1320}{2\pi} \text{ Hz}$

και  $v = \lambda f = 330 \text{ m / s}$

$$\gamma) A = 3 \times 10^{-2} m \quad \text{και} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 1320 \text{ rad} / s$$

$$\text{οπότε } v_{\max} = A\omega = 39,6 \text{ m} / s$$

$$\delta) \varphi_1 = 1320t - 4x_1 \quad \text{και} \quad \varphi_2 = 1320t - 4x_2$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 4(x_2 - x_1) \text{ οπότε}$$

$$\Delta x = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{4} = \frac{2\pi}{4} = 0,523 \text{ m}$$

2.31 α) Το κύμα φτάνει στο σημείο Β μετά από χρόνο

$$t = \frac{x}{v} = 20 \text{ s}$$

β) Θέτουμε στην εξίσωση κύματος  $t = 21,5 \text{ s}$  και  $x = 60 \text{ m}$  και βρίσκουμε την απομάκρυνση

$$y = 0,1\eta\mu 2\pi(0,25 \times 21,5 - 5) = 0,05\sqrt{2} \text{ m} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

## Στάσιμο κύμα

2.32 α) Ένα στάσιμο κύμα που περιγράφεται από την εξίσωση

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{\lambda} \eta\mu \frac{2\pi t}{T} \quad (1)$$

προκύπτει από τη συμβολή δύο κυμάτων που περιγράφονται από τις εξισώσεις

$$y_1 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad \text{και} \quad y_2 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$$

Συγκρίνουμε την (1) με την  $y = 0,5\sigma\upsilon\nu \frac{\pi x}{3} \eta\mu 40\pi t$

και βρίσκουμε

$$2A = 0,5 \text{ cm} \quad \text{και} \quad A = 0,25 \text{ cm}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{3} \quad \text{και} \quad \lambda = 6 \text{ cm}$$

$$\frac{2\pi}{T} = 40\pi \quad \text{και} \quad f = \frac{1}{T} = 20 \text{ Hz}$$

$$\text{Τελικά} \quad y_1 = 0,25\eta\mu 2\pi\left(20t - \frac{x}{6}\right)$$

$$\text{και} \quad y_2 = 0,25\eta\mu 2\pi\left(20t + \frac{x}{6}\right)$$

β) Η απόσταση δύο διαδοχικών δεσμών είναι  $d = \frac{\lambda}{2} = 3 \text{ cm}$

γ) Η σχέση που δίνει την ταχύτητα με την οποία ταλαντώνεται ένα

σημείο του μέσου είναι  $v = 2A\omega\sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{\lambda} \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi t}{T}$

$$\text{ή} \quad v = 2A2\pi f\sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{\lambda} \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi t}{T}$$

Για  $x = 1 \text{ cm}$  και  $t = \frac{9}{8} \text{ s}$  βρίσκουμε  $v = -31,4 \text{ cm/s}$

$$\delta) v = \lambda \cdot f = 120 \text{ cm/s} = 1,2 \text{ m/s}$$

- 2.33 β) Το πλάτος ταλάντωσης ενός σημείου του μέσου δίνεται από τη σχέση

$$|A'| = \left| 2A\sigma v \frac{2\pi x}{\lambda} \right|$$

$$2A = 4 \text{ cm}$$

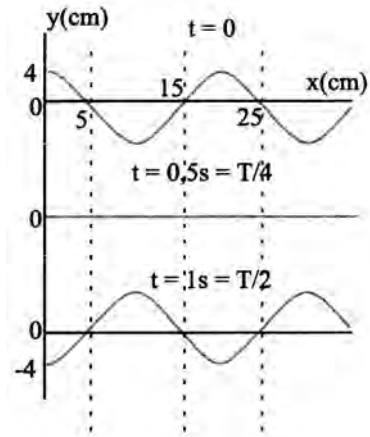
$$\frac{\lambda}{2} = 10 \text{ cm} \quad \text{οπότε} \quad \lambda = 20 \text{ cm}$$

$$T = 2 \text{ s}$$

$$\text{οπότε} \quad |A'| = \left| 4\sigma v \frac{\pi x}{10} \right|.$$

$$\text{Για } x = 12,5 \text{ cm}$$

$$|A'| = \left| 4\sigma v \frac{\pi}{4} \right| = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$



- 2.34 α) Η ένταση του ήχου, άρα και η ένδειξη του δέκτη, μηδενίζεται στις θέσεις που αντιστοιχούν σε δεσμούς του στάσιμου κύματος που δημιουργείται από τη συμβολή του ήχου που εκπέμπει το διαπασών και του ήχου που ανακλάται. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών είναι  $d = \frac{\lambda}{2}$  οπότε  $\lambda = 2d = 1 \text{ m}$  και  $v = \lambda f = 340 \text{ m/s}$ .

β) Τα μέγιστα του ήχου αντιστοιχούν σε δυο διαδοχικές κοιλίες του στάσιμου κύματος. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κοιλιών είναι

$$d' = \frac{\lambda'}{2} \quad \text{οπότε} \quad \lambda' = 2d' = 0,4 \text{ m}.$$

$$v = \lambda' f' \quad \text{οπότε} \quad f' = \frac{v}{\lambda'} = 850 \text{ Hz}.$$

$$2.35 \quad y_1 = 5 \text{ ημ } \pi(5t - x) = 5 \text{ ημ } 2\pi(2,5t - \frac{x}{2}) \quad (1)$$

$$\text{και } y_2 = 5 \text{ ημ } \pi(5t + x) = 5 \text{ ημ } 2\pi(2,5t + \frac{x}{2}) \quad (2)$$

Συγκρίνοντας τις σχέσεις (1) και (2) με την εξίσωση κύματος

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$\text{ή } y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$\text{βρίσκουμε } A = 5 \text{ cm} \quad f = \frac{1}{T} = 2,5 \text{ Hz} \quad \lambda = 2 \text{ cm}$$

$$\alpha) v = \lambda f = 5 \text{ cm/s}$$

β) Το στάσιμο κύμα που προκύπτει από τη συμβολή των δύο κυμάτων έχει εξίσωση

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{\lambda} \eta\mu \frac{2\pi t}{T} = 10\sigma\upsilon\nu \pi x \eta\mu 5\pi t$$

Το πλάτος ταλάντωσης των σημείων του μέσου δίνεται από τη σχέση

$$|A'| = |10\sigma\upsilon\nu \pi x|$$

Οι δεσμοί του στάσιμου κύματος αντιστοιχούν στις λύσεις της εξίσωσης  $A' = 0$

$$\text{ή } \sigma\upsilon\nu \pi x = 0 = \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{2} \quad \text{οπότε}$$

$$\pi x = 2K\pi + \frac{\pi}{2} \quad \text{οπότε} \quad x = \frac{1}{2} \text{ cm} \quad \text{ή} \quad x = \frac{5}{2} \text{ cm} \quad \text{ή} \quad \dots\dots$$

$$\text{και } \pi x = 2K\pi - \frac{\pi}{2} \quad \text{οπότε} \quad x = \frac{3}{2} \text{ cm} \quad \text{ή} \quad x = \frac{7}{2} \text{ cm} \quad \text{ή} \quad \dots\dots$$

Δεσμούς θα έχουμε τελικά στις θέσεις

$$0,5 \text{ cm}, 1,5 \text{ cm}, 2,5 \text{ cm}, 3,5 \text{ cm}, \dots$$

Παρατηρούμε ότι δύο διαδοχικοί δεσμοί απέχουν μεταξύ τους  $\frac{\lambda}{2} = 1 \text{ cm}$ .

Για να βρούμε τις θέσεις των κοιλιών θέτουμε  $|A'| = 10 \text{ cm}$  και λύνουμε ως προς  $x$

$$\sigma\upsilon\nu \pi x = \sigma\upsilon\nu 0 \quad \text{ή} \quad \sigma\upsilon\nu \pi x = \sigma\upsilon\nu \pi \quad \text{οπότε}$$

$$\pi x = K\pi \quad \text{και} \quad x = 0 \quad \text{ή} \quad x = 1 \text{ cm} \quad \text{ή} \quad x = 2 \text{ cm} \quad \text{ή} \dots$$

Κοιλίες θα έχουμε τελικά στις θέσεις

$$0, 1 \text{ cm}, 2 \text{ cm}, 3 \text{ cm}, \dots\dots$$

Παρατηρούμε ότι δύο διαδοχικές κοιλίες απέχουν μεταξύ τους  $\frac{\lambda}{2} = 1 \text{ cm}$ .

Επίσης ένας δεσμός απέχει από την πιο κοντινή του κοιλία  $\frac{\lambda}{4} = 0,5 \text{ cm}$ .

γ)  $|A'| = |10 \sigma \nu \nu \pi x|$  οπότε  $|A'_{\max}| = 10 \text{ cm}$

2.36  $\nu = \lambda f$  οπότε  $\lambda = \frac{\nu}{f} = 2 \text{ m}$

Εφόσον τα άκρα της χορδής είναι στερεωμένα σε ακλόνητα σημεία θα είναι δεσμοί και εφόσον το σύνολο των δεσμών είναι τρεις υπάρχει ένας ακόμη δεσμός μεταξύ των άκρων. Η απόσταση μεταξύ δύο δια-

δοχικών δεσμών είναι  $\frac{\lambda}{2}$  και το συνολικό μήκος της χορδής θα είναι

$$d = 2 \frac{\lambda}{2} = \lambda = 2 \text{ m}.$$

### Ηλεκτρομαγνητικά κύματα

2.37 α)  $c = \lambda f$  οπότε  $\lambda = \frac{c}{f} = 3 \text{ m}$

β) Για κάθε θέση  $c = \frac{E}{B}$  οπότε  $B = \frac{E}{c}$  και  $B_{\max} = \frac{E_{\max}}{c} = 4 \times 10^{-11} \text{ T}$

γ) Η συχνότητα του κύματος πρέπει να είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα του δέκτη, οπότε

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{ή} \quad C = \frac{1}{4\pi^2 L f^2} = 5 \times 10^{-16} \text{ F}$$