

Αναστάσιος Μπάρλας
Χάρις Γεωργούντζου

Ιωάννα Μπουγά
Δημήτριος Γεωργούντζος



Μαθηματικά

ΣΤ΄ Δημοτικού



Μπάρλας
ΕΚΔΟΣΕΙΣ

Ενότητα 1Α Φυσικοί και δεκαδικοί αριθμοί

1	Φυσικοί αριθμοί	8
2	Δεκαδικοί αριθμοί	12
3	Μετατροπή δεκαδικών σε κλάσματα και αντίστροφα	14
4	Σύγκριση φυσικών ή δεκαδικών αριθμών	16
5	Πρόσθεση και αφαίρεση φυσικών και δεκαδικών αριθμών	19
6	Πολλαπλασιασμός φυσικών και δεκαδικών αριθμών	22
7	Διαίρεση φυσικών και δεκαδικών αριθμών	26
8	Πράξεις με μεικτές αριθμητικές παραστάσεις	32
9	Λύνω σύνθετα προβλήματα των 4 πράξεων	36
10	Η χρήση του υπολογιστή τσέπης	38
11	Στρογγυλοποίηση φυσικών και δεκαδικών αριθμών	40
1°	Επαναληπτικό	44
	Κριτήριο αξιολόγησης	48
	Θέματα διαγωνισμών	49

Ενότητα 1Β Διαιρέτες – Πολλαπλάσια – Δυνάμεις

12	Διαιρέτες ενός αριθμού – Μ.Κ.Δ. αριθμών	52
13	Κριτήρια διαιρετότητας	54
14	Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί	58
15	Παραγοντοποίηση φυσικών αριθμών	60
16	Πολλαπλάσια ενός αριθμού – Ε.Κ.Π.	62
17	Δυνάμεις	66
18	Δυνάμεις του 10	70
2°	Επαναληπτικό	74
	Κριτήριο αξιολόγησης	76
	Θέματα διαγωνισμών	77

Ενότητα 1Γ Κλάσματα

19Α	Κλάσματα ομώνυμα και ετερόνυμα	80
19Β	Κλάσματα ομώνυμα και ετερόνυμα	83
20	Το κλάσμα ως ακριβές πηλίκιο διαίρεσης	85
21	Ισοδύναμα κλάσματα	88
22	Σύγκριση – Διάταξη κλασμάτων	92
23	Προβλήματα με πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων	94
24Α	Προβλήματα με πολλαπλασιασμό και διαίρεση κλασμάτων	97

24Β	Προβλήματα με πολλαπλασιασμό και διαίρεση κλασμάτων	101
3°	Επαναληπτικό	104
	Κριτήριο αξιολόγησης	107
	Θέματα διαγωνισμών	108

Ενότητα 2 Εξισώσεις

25	Η έννοια της μεταβλητής	112
26	Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι προσθετός	116
27	Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι μειωτέος ή αφαιρετέος	120
28	Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι παράγοντας γινομένου	122
29	Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι διαιρετέος ή διαιρέτης	124
4°	Επαναληπτικό	127
	Θέματα διαγωνισμών	128

Ενότητα 3 Λόγοι – Αναλογίες

30	Λόγος δύο μεγεθών	130
31	Από τους λόγους στις αναλογίες	132
32	Αναλογίες	134
33	Σταθερά και μεταβλητά ποσά	136
34	Ανάλογα ποσά	138
35	Λύνω προβλήματα με ανάλογα ποσά	142
36	Αντιστρόφως ανάλογα ή αντίστροφα ποσά	145
37	Λύνω προβλήματα με αντιστρόφως ανάλογα ποσά	148
38	Η απλή μέθοδος των τριών στα ανάλογα ποσά	150
39	Η απλή μέθοδος των τριών στα αντιστρόφως ανάλογα ποσά	152
40	Εκτιμώ το ποσοστό	154
41	Βρίσκω το ποσοστό	157
42	Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω την τελική τιμή	160
43	Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω την αρχική τιμή	162
44	Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω το ποσοστό στα εκατό	163
5°	Επαναληπτικό	165
	Κριτήριο αξιολόγησης	167
	Θέματα διαγωνισμών	168

Ενότητα 4 Στατιστική

45	Απεικονίζω δεδομένα με ραβδόγραμμα ή εικονόγραμμα	170
46	Ταξινομώ δεδομένα – εξάγω συμπεράσματα	172
47	Άλλοι τύποι γραφημάτων	174
48Α	Βρίσκω τον μέσο όρο	178
48Β	Βρίσκω τον μέσο όρο – Πιθανότητες	180
48Γ	Βρίσκω τον μέσο όρο – Συνδυαστική	182
6°	Επαναληπτικό	185
	Κριτήριο αξιολόγησης	187
	Θέματα διαγωνισμών	188

Ενότητα 5 Μετρήσεις – Μοτίβα

49	Μετρώ το μήκος	190
50	Μετρώ και λογαριάζω βάρη	192
51	Μετρώ τον χρόνο	194
52	Μετρώ την αξία με χρήματα	196
53	Γεωμετρικά μοτίβα	198
54	Αριθμητικά μοτίβα	199
55	Σύνθετα μοτίβα	201
7°	Επαναληπτικό	204
	Θέματα διαγωνισμών	206

Ενότητα 6Α Γεωμετρία

56	Γεωμετρικά σχήματα – Πολύγωνα	208
57Α	Γωνίες	211
57Β	Γωνίες	213
58Α	Σχεδιάζω γωνίες.....	216
58Β	Σχεδιάζω γωνίες – Άθροισμα γωνιών τριγώνου.....	218

58Γ	Σχεδιάζω γωνίες – Είδη τριγώνων.....	221
58Δ	Σχεδιάζω γωνίες – Αποστάσεις – Ύψη τριγώνου.....	223
59	Μεγεθύνω – μικραίνω σχήματα	226
60	Αξονική συμμετρία	228
8°	Επαναληπτικό	232

Ενότητα 6Β Γεωμετρία

61	Μετρώ επιφάνειες	234
62	Βρίσκω το εμβαδόν παραλληλογράμμου.....	238
63	Βρίσκω το εμβαδό τριγώνου	240
64	Βρίσκω το εμβαδό τραπεζίου	242
65	Βρίσκω το εμβαδόν κυκλικού δίσκου	244
66	Κύβος και ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο: έδρες και αναπτύγματα	246
67	Κύβος και ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο: ακμές και κορυφές	248
68	Κύλινδρος	250
69	Όγκος – Χωρητικότητα	252
70	Όγκος κύβου και ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου	254
71	Όγκος κυλίνδρου	256
9°	Επαναληπτικό	258
	Κριτήριο αξιολόγησης	261
	Θέματα διαγωνισμών	262
	Γενικό επαναληπτικό	263
	Γενικό κριτήριο αξιολόγησης	270
	Θέματα διαγωνισμών	271

17 Δυνάμεις

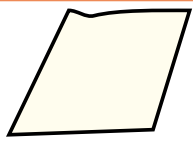
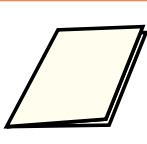
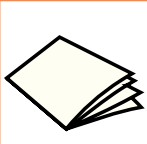
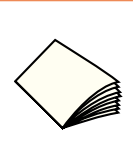
Ένα φύλλο χαρτιού το διπλώνουμε αρκετές φορές. Πόσα φύλλα θα έχουμε, αν το διπλώσουμε 5 ή 10 φορές;

Στην αρχή χωρίς καμία αναδίπλωση έχουμε 1 φύλλο.

Ύστερα από κάθε αναδίπλωση ο αριθμός των φύλλων διπλασιάζεται.

Όταν διπλώσουμε το φύλλο: • 5 φορές θα έχουμε $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ φύλλα

• 10 φορές θα έχουμε $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1.024$ φύλλα

				
Διπλώματα	0	1	2	3
Φύλλα	1	2	$2 \cdot 2 = 4$	$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

Ο πολλαπλασιασμός ίδιων παραγόντων μπορεί να γραφεί πιο σύντομα.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 \leftarrow \text{Δύναμη}$$

Μαθαίνω

Δύναμη

Ένα γινόμενο με ίδιους παράγοντες μπορεί να γραφεί ως δύναμη.

Η δύναμη αποτελείται από δύο αριθμούς:

- τον βασικό αριθμό που λέγεται **βάση** και
- τον υψηλό αριθμό που λέγεται **εκθέτης**

Είναι: $2^0 = 1$ και $2^1 = 2$.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$$

Βάση $\rightarrow 2^5 \leftarrow$ Εκθέτης

Διαβάζεται: 2 στην πέμπτη.

Ο εκθέτης δείχνει πόσες φορές πολλαπλασιάζουμε τον βασικό αριθμό (βάση) και γράφεται με μικρότερο μέγεθος πάνω και δεξιά από τη βάση.

Εφαρμογές

1. Να γράψετε σε μορφή δύναμης τα παρακάτω γινόμενα:

α. $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

β. $3 \cdot 3$

γ. $2 \cdot 2 \cdot 2$

Λύση

α. Στο γινόμενο $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ ο παράγοντας 3 χρησιμοποιείται 4 φορές, οπότε γράφεται 3^4 . Διαβάζεται «τρία στην τετάρτη».

β. Το γινόμενο $3 \cdot 3$ γράφεται 3^2 και διαβάζεται «3 στη δεύτερα» ή «3 στο τετράγωνο».

$$3^2 = 3 \cdot 3$$

Είναι το εμβαδόν τετραγώνου με πλευρά 3.

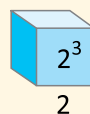
$$3^2$$

3

γ. Το γινόμενο $2 \cdot 2 \cdot 2$ γράφεται 2^3 και διαβάζεται «2 στην τρίτη» ή «2 στον κύβο».

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

Είναι ο όγκος κύβου με ακμή 2.



2. Να γράψετε σε μορφή γινομένου τις παρακάτω δυνάμεις:

α. 5^2

β. 7^3

γ. 2^4

δ. 1^5

Λύση

α. Η δύναμη 5^2 έχει βάση το 5 και εκθέτη το 2. Οπότε $5^2 = 5 \cdot 5$.

β. $7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7$

γ. $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

δ. $1^5 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$

3. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

α. 3^2 β. 10^2 γ. 2^3 δ. 3^4 ε. 2^5 στ. 5^3 ζ. 7^1 η. 1^3 θ. 0^3 ι. 7^0

Λύση

α. Για να υπολογίσουμε τη δύναμη 3^2 , πολλαπλασιάζουμε το 3 δύο φορές και έχουμε:

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

Είναι λάθος να γράψουμε $3^2 = 3 \cdot 2 = 6$, διότι το σύμβολο 3^2 είναι δύναμη και όχι το γινόμενο $3 \cdot 2$.

β. $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$

γ. $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 4 \cdot 2 = 8$

δ. $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 9 \cdot 9 = 81$

ε. $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 4 \cdot 4 \cdot 2 = 16 \cdot 2 = 32$

στ. $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 25 \cdot 5 = 125$

ζ. $7^1 = 7$

η. $1^3 = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

Οποιαδήποτε δύναμη με βάση το 1 είναι ίση με 1.

θ. $0^3 = 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$

ι. $7^0 = 1$

4. Να κάνετε τις πράξεις:

α. $5 + 3^2$

β. $45 - 5 \cdot 2^3$

γ. $2^5 - 3 \cdot (7^2 - 5 \cdot 2^3)$

Λύση

α. $5 + 3^2 = 5 + 3 \cdot 3$
 $= 5 + 9$
 $= 14$

β. $45 - 5 \cdot 2^3 = 45 - 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
 $= 45 - 5 \cdot 8 = 45 - 40$
 $= 5$

Πρώτα υπολογίζουμε τις δυνάμεις.

γ. $2^5 - 3 \cdot (7^2 - 5 \cdot 2^3) = 32 - 3 \cdot (49 - 5 \cdot 8) = 32 - 3 \cdot (49 - 40) = 32 - 3 \cdot 9 = 32 - 27 = 5$

5. Να αναλύσετε τους παρακάτω αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και στη συνέχεια να τους γράψετε σε μορφή δύναμης.

α. 32

β. 625

γ. 243

Λύση

Είναι:

α. 32 $\begin{array}{l} 2 \\ 16 \\ 8 \\ 4 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{array}$ • $32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
 • $32 = 2^5$

β. 625 $\begin{array}{l} 5 \\ 125 \\ 25 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \end{array}$ • $625 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$
 • $625 = 5^4$

γ. 243 $\begin{array}{l} 3 \\ 81 \\ 27 \\ 9 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{array}$ • $243 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$
 • $243 = 3^5$

6. Να γράψετε τους παρακάτω αριθμούς σε μορφή δύναμης:

α. 9

β. 4

γ. 25

δ. 49

ε. 100

στ. 8

ζ. 27

η. 81

θ. 16

ι. 32

Λύση

α. Είναι $9 = 3 \cdot 3 = 3^2$.

β. $4 = 2 \cdot 2 = 2^2$

γ. $25 = 5 \cdot 5 = 5^2$

δ. $49 = 7 \cdot 7 = 7^2$

ε. $100 = 10^2$

στ. $8 = 2 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$

ζ. $27 = 3 \cdot 9 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3$

η. $81 = 9 \cdot 9 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$

θ. $16 = 4 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$

ι. $32 = 4 \cdot 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$

Γράφουμε τους αριθμούς ως γινόμενα ίδιων παραγόντων.

Ασκήσεις

1 Να γράψεις σε μορφή δύναμης τα παρακάτω γινόμενα.

α. $7 \cdot 7$

β. $5 \cdot 5 \cdot 5$

γ. $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

δ. $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$

2 Να γράψεις ως γινόμενο τις παρακάτω δυνάμεις.

α. 9^2

β. 2^4

γ. 12^3

δ. 10^4

ε. 0^5

στ. 1^5

3 Να συμπληρώσεις τον πίνακα.

Βάση	Εκθέτης	Δύναμη	Γινόμενο	Αποτέλεσμα
5	3	5^3	$5 \cdot 5 \cdot 5$	125
7	2			
		2^4		
			$3 \cdot 3 \cdot 3$	
				8

4 Να συμπληρώσεις τον πίνακα.

Αριθμός	διπλάσιο	τετράγωνο	τριπλάσιο	κύβος
4	$2 \cdot 4$	4^2	$3 \cdot 4$	4^3
2				
3				
5				

5 Να υπολογίσεις τις δυνάμεις:

α. 6^2

β. 8^2

γ. 4^3

δ. 5^4

ε. 1^7

στ. 0^7

ζ. 2^5

η. 3^4

θ. 3^1

ι. 5^0

6 Να υπολογίσεις τις δυνάμεις:

α. 11^2

β. 12^2

γ. 13^2

δ. 14^2

ε. 15^2

στ. 20^2

ζ. 25^2

7 Να γράψεις και στη συνέχεια να υπολογίσεις τις δυνάμεις:

α. δύο στην τετάρτη

β. επτά στο τετράγωνο

γ. δύο στον κύβο

δ. πέντε στη μηδενική

8 Να συμπληρώσεις το κουτάκι με το κατάλληλο σύμβολο ($>$, $<$ ή $=$).

α. 3^2 6

β. 3^2 2^3

γ. 1^5 5

δ. 3^4 4^3

ε. 3^0 0

9 Να συμπληρώσεις τους παρακάτω πίνακες:

α.

α	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α^2											

β.

α	11	12	13	14	15
α^2					



10 Να κάνεις τις πράξεις:

α. $2 + 5^2$

β. $13 - 3^2$

γ. $7^2 - 3^2 - 1^3$

δ. $6^2 + 8^2 - 10^2$

ε. $5^2 + 12^2 - 13^2$

στ. $5 + 2^3$

ζ. $30 - 3^3$

η. $3^4 - 2^4$

θ. $2^5 - 5^0 - 5^1$

ι. $235^0 + 1^{100}$

11 Να κάνεις τις πράξεις:

α. $2 \cdot 3^2$

β. $24 : 2^3$

γ. $10^2 : 5^2$

δ. $9^2 \cdot 1^7$

ε. $0^5 : 5^0$

12 Να κάνεις τις πράξεις:

α. $2 + 4 \cdot 3^2$

β. $50 - 2 \cdot 5^2$

γ. $7 + 5 \cdot 2^3$

δ. $8^2 - 2 \cdot 3^3$

ε. $12^2 - 2 \cdot 7^2$

στ. $6 - 6^2 : 9$

ζ. $2 \cdot 4^2 - 5 \cdot 3$

η. $2 \cdot 5^2 - 7^2$

θ. $10^2 : 2^2 - 5^2$

ι. $9^2 \cdot 0^9 + 5^0$

13 Να κάνεις τις πράξεις:

α. $5 + 18 : 3^2 - 1$

β. $3 \cdot 2^3 - 5^1 + 24 : 6$

γ. $(2 \cdot 5^3) : 50 + 8^2 : 2^5 - 1^5$

14 Να κάνεις τις πράξεις:

α. $(1 + 3^2) \cdot (13 - 2^3)$

β. $(7^2 - 5^2) : (6^2 - 5 \cdot 6)$

γ. $7 + 3 \cdot (50 - 7^2)$

δ. $3^3 + 2 \cdot (70 - 8^2)$

ε. $15 - 5 \cdot (20 - 2 \cdot 3^2)$

στ. $8^2 - 5 \cdot (7^2 - 5 \cdot 2^3)$

15 Να γράψεις σε μορφή δύναμης τους αριθμούς:

α. 36

β. 100

γ. 64

δ. 25

ε. 9

στ. 49

ζ. 8

η. 27

θ. 32

ι. 1.024

16 Να υπολογίσεις τις δυνάμεις:

α. $0,3^2$

β. $0,7^2$

γ. $0,2^3$

δ. $0,1^3$

ε. $0,05^2$

17 Να κάνεις τις πράξεις:

α. $2 + 0,3^2 \cdot 10$

β. $10^2 \cdot 0,5^2 - 4 \cdot 6$

γ. $1 - 0,2^3 \cdot 50$

δ. $2 \cdot 0,1^2 \cdot 5 + 0,3^2$

18 Να υπολογίσεις την τιμή των παραστάσεων:

α. $A = 3^2 + 2 \cdot 3 - 5 + 2,5 + 0,3 : 0,1$

β. $B = 2^3 - 21 : 7 + 5 \cdot 0,1 - 1,5 + 1^7$

γ. $\Gamma = (2^3 + 1) \cdot 0,1 + 0,01 \cdot 10^2 - 0^7$

δ. $\Delta = 5 \cdot (2 \cdot 3^2 - 4^2) + (2^5 - 3^3) : 0,5$

19 Να αναλύσεις τους παρακάτω αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και στη συνέχεια να τους γράψεις σε μορφή δύναμης.

α. 16

β. 125

γ. 243

δ. 128

ε. 1.024

20 Να γράψεις τα παρακάτω γινόμενα ως γινόμενο δυνάμεων με βάσεις πρώτους αριθμούς.

α. $8 \cdot 9$

β. $49 \cdot 125$

γ. $108 \cdot 27$

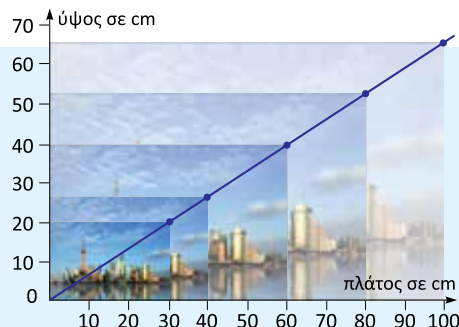
δ. $25 \cdot 32$

21 Μία πολυκατοικία έχει 7 ορόφους με 7 διαμερίσματα ο κάθε όροφος και 7 πόρτες το κάθε διαμέρισμα. Να γράψεις με μορφή δύναμης τις πόρτες της πολυκατοικίας και ύστερα να τις υπολογίσεις.

22 Ο πατέρας του Βασίλη έχει στον κήπο του 5 σειρές ντομάτες, με 5 φυτά στην κάθε σειρά και η απόδοση του κάθε φυτού είναι 5 κιλά. Να γράψεις με μορφή δύναμης τη συνολική απόδοση και ύστερα να την υπολογίσεις.



Σε έναν υπολογιστή μπορούμε να αλλάξουμε το μέγεθος μιας εικόνας τραβώντας την από διάφορα σημεία. Πως αλλάζει το μήκος και το πλάτος της εικόνας όταν την τραβάμε από τις γωνίες της;



Η Λία έκανε έναν πίνακα με τις ποσότητες και την αξία των τετραδίων που θα χρειαστεί ο αδελφός της στο Γυμνάσιο.

Στον διπλανό πίνακα παρατηρούμε ότι:

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ				
Τετράδια	1	2	3	4	5
Αξία (σε €)	3	6	9	12	15

- η αξία των τετραδίων εξαρτάται από το πλήθος των τετραδίων και προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό των τετραδίων με τον αριθμό 3.
- Όταν διπλασιάζουμε, τριπλασιάζουμε, ... τα τετράδια τότε διπλασιάζεται, τριπλασιάζεται, ... η αξία αυτών.

Τα ποσά «τετράδια» - «αξία» λέμε ότι είναι *ανάλογα ποσά*.

Οι λόγοι $\frac{\text{Αξία}}{\text{Τετράδια}} : \frac{3}{1}, \frac{6}{2}, \frac{9}{3}, \frac{12}{4}, \frac{15}{5}$ είναι ίσοι. Δηλαδή $\frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{15}{5} = 3$.

Ο αριθμός 3 λέγεται *συντελεστής αναλογίας*.

Μαθαίνω

- Δύο ποσά είναι *ανάλογα*, όταν οι τιμές του ενός προκύπτουν από τις τιμές του άλλου πολλαπλασιάζοντας κάθε φορά με έναν σταθερό αριθμό.
- Στα ανάλογα ποσά ο λόγος των τιμών της 2ης σειράς του πίνακα τιμών προς τις αντίστοιχες της 1ης σειράς τους διατηρείται σταθερός.

Ο σταθερός λόγος λέγεται *συντελεστής αναλογίας*.

Τα ανάλογα ποσά μπορούμε να τα παραστήσουμε σε έναν *πίνακα* ή σε ένα *γράφημα*.

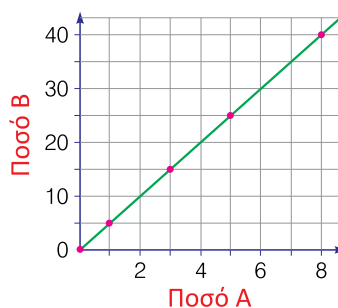
παράδειγμα

- Πίνακας ανάλογων ποσών

	ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ			
:5	A	1	3	5	8
	B	5	15	25	40

- Σημεία του γραφήματος:
(1,5), (3,15), (5,25), (8,40)
- Συντελεστής αναλογίας $\frac{5}{1} = 5$.

Γραφική παράσταση ανάλογων ποσών



Παρατηρούμε ότι τα σημεία του γραφήματος βρίσκονται σε μία γραμμή (ημιευθεία) με αρχή το σημείο (0, 0). Για να τη χαράξουμε, αρκεί να βρούμε ένα σημείο της (το άλλο είναι το (0, 0)).

Εφαρμογές

1. Να εξετάσετε αν τα ποσά A και B στους παρακάτω πίνακες είναι ανάλογα.

α.

A	1	5	10
B	7	35	70

β.

A	2	4	6
B	6	12	18

γ.

A	3	6	9
B	12	24	27

Λύση

α. Παρατηρούμε ότι κάθε αριθμός της 2ης γραμμής του πίνακα προκύπτει από τον αντίστοιχο της 1ης γραμμής με πολλαπλασιασμό με το 7.

Οπότε τα ποσά A και B είναι ανάλογα.

β. Είναι $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$.

Οπότε $\frac{2}{6} = \frac{4}{12} = \frac{6}{18}$.

Επειδή οι λόγοι των τιμών είναι ίσοι, τα ποσά A και B είναι ανάλογα.

γ. Είναι $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ $\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$

Επειδή οι λόγοι των τιμών τους δεν είναι όλοι ίσοι, τα ποσά A και B δεν είναι ανάλογα.

Για να είναι δύο ποσά ανάλογα, δεν αρκεί, όταν αυξάνεται το ένα, να αυξάνεται και το άλλο, αλλά θα πρέπει όσες φορές αυξάνεται το ένα ποσό, τόσες φορές να αυξάνεται και το άλλο.

2. Στο διπλανό σχήμα έχουμε έναν πίνακα ποσών και τιμών.

α. Να εξετάσετε αν τα ποσά είναι ανάλογα.

β. Να βρείτε τον συντελεστή αναλογίας.

γ. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

δ. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της σχέσης των ανάλογων ποσών.

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ			
Ώρες εργασίας	1	2	3	4
Αμοιβή σε €	5			

Λύση

α. Τα δύο ποσά είναι ανάλογα διότι, αν διπλασιάσουμε (ή τριπλασιάσουμε κ.λπ.) τις ώρες εργασίας, τότε θα διπλασιαστεί (ή τριπλασιαστεί κ.λπ.) η αμοιβή σε €.

β. Ο συντελεστής αναλογίας είναι $\frac{5}{1} = 5$.

Διαιρούμε μία τιμή του ποσού της 2ης γραμμής με την αντίστοιχη τιμή του ποσού της 1ης γραμμής και βρίσκουμε τον συντελεστή αναλογίας.

γ. Πολλαπλασιάζουμε τις τιμές στην 1η γραμμή με τον συντελεστή αναλογίας που είναι το 5 και γράφουμε το γινόμενο στη 2η γραμμή αντίστοιχα.

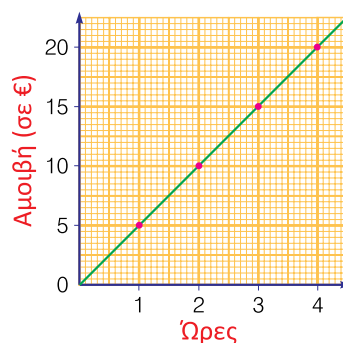
ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ			
Ώρες εργασίας	1	2	3	4
Αμοιβή σε €	5	10	15	20

· 5

δ. Γνωρίζουμε ότι η γραφική παράσταση της σχέσης των ανάλογων ποσών είναι μία ημιευθεία με αρχή την αρχή (0, 0) των αξόνων (αριθμογραμμών).

Σημειώνω στο μιλιμετρέ το σημείο (1, 5) και το ενώνω με την αρχή των αξόνων.

Η γραφική παράσταση φαίνεται στον διπλανό πίνακα.



3. Να συμπληρώσετε τους παρακάτω πίνακες ανάλογων ποσών.

α.

Φράουλες σε κ.	1	4	8
Αξία σε €	3		

γ.

Τετράδια	3	6	18
Αξία σε €	5		

β.

Ανθοδέσμες	1		
Αξία σε €	7	21	35

δ.

Αρχείο σε MB	3		8
Χρόνος λήψης σε s	15	25	

Λύση

α. Πολλαπλασιάζουμε τους αριθμούς της 1ης γραμμής με τον συντελεστή αναλογίας $\frac{3}{1} = 3$.

Φράουλες σε κ.	1	4	8
Αξία σε €	3	12	24

·3

β. Διαιρούμε τους αριθμούς της 2ης γραμμής με τον συντελεστή αναλογίας $\frac{7}{1} = 7$.

Ανθοδέσμες	1	3	5
Αξία σε €	7	21	35

:7

γ. Όταν μία από τις τιμές του ενός ποσού πολλαπλασιάζεται (ή διαιρείται) με έναν αριθμό, τότε και η αντίστοιχη τιμή του άλλου ποσού πολλαπλασιάζεται (ή διαιρείται) με τον ίδιο αριθμό.

Τετράδια	3	6	18
Αξία σε €	5	10	30

·2 ·3
·2 ·3

δ. Με πρόσθεση στηλών.

Αρχείο σε MB	3	5	8
Χρόνος λήψης σε s	15	25	40

:5

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta}$$

4. Αν τα 2 κιλά σταφύλια κοστίζουν 5 €, να κάνετε τον πίνακα ποσών και τιμών και να βρείτε πόσο κοστίζουν τα 8 κιλά σταφύλια.

Λύση

Τα ποσά «σταφύλια σε κιλά» και «αξία σε €» είναι ανάλογα.

Ο πίνακας ποσών και τιμών φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Τα 2 κιλά σταφύλια κοστίζουν 5 €.

Τα 8 κιλά είναι τετραπλάσια των 2 κιλών ($8 = 4 \cdot 2$), οπότε κοστίζουν $4 \cdot 5 = 20$ €.

Σταφύλια σε κ.	2	8
Αξία σε €	5	

Ασκήσεις

1 Να εξετάσεις αν τα ποσά A και B που δίνονται στους παρακάτω πίνακες είναι ανάλογα.

α.

A	3	5	21
B	6	10	42

β.

A	6	18	45
B	2	6	18

2 Στους παρακάτω πίνακες να δικαιολογήσεις ότι τα ποσά είναι ανάλογα, να βρεις τον συντελεστή αναλογίας και να συμπληρώσεις τα κενά.

α.

Άλογα	1	2	3	6
Τροφή σε κ.	10			

β.

Αγλάδια σε κ.	1	2	4	5
Αξία σε €	4			

- 3 Στους παρακάτω πίνακες να δικαιολογήσεις ότι τα ποσά είναι ανάλογα, να βρεις τον συντελεστή αναλογίας και να συμπληρώσεις τα κενά.

α.

Εισιτήρια	1					
Αξία σε €	2	10	18	26	20	30

β.

Παγωτά	1			
Κόστος σε €	3	12	18	36

- 4 Να συμπληρώσεις τους παρακάτω πίνακες για τα ανάλογα ποσά Α και Β.

α.

A	3	1	12
B	6		

β.

A	3		
B	15	1	2

γ.

A	35		
B	7	1	28

δ.

A	7	1	6
B	35		

ε.

A	18	6	24
B	12		

στ.

A	5		
B	7	28	35

- 5 Η Φιλιώ έχει πάει κρουαζιέρα. Το πλοίο ταξιδεύει με σταθερή ταχύτητα 24 km / h. Συμπλήρωσε τον πίνακα.

Χρόνος σε h	1		6		24
Απόσταση σε km	24	48		480	



- 6 Ο Γρηγόρης θέλει να αγοράσει μαρκαδόρους και οι 5 μαρκαδόροι κοστίζουν 3 €. Να κάνεις τον πίνακα ποσών και τιμών και να βρεις:

α. Πόσο κοστίζουν οι 15 μαρκαδόροι.

β. Πόσους μαρκαδόρους αγοράζει με 12 €.

- 7 Ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα και σε 5 λεπτά έχει διανύσει απόσταση 8 χμ.

α. Να κάνεις τον πίνακα ποσών και τιμών, για να βρεις την απόσταση που διανύει σε 10, 15, 20, 50 λεπτά.

β. Πόση απόσταση έχει διανύσει σε 20 λεπτά;

γ. Σε πόσα λεπτά έχει διανύσει απόσταση 80 χμ.;

- 8 Να συμπληρώσεις τον διπλανό πίνακα για τα ανάλογα ποσά και να κάνεις τη γραφική τους παράσταση.

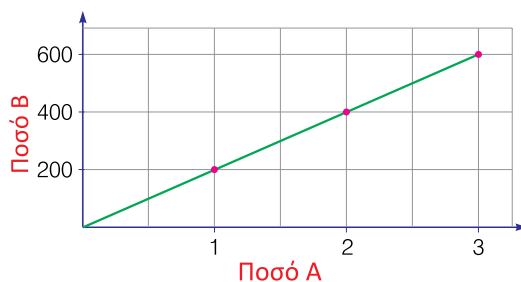
Βερίκοκα σε κ.	1	2		
Αξία σε €	3		9	12

- 9 Να συμπληρώσεις τον διπλανό πίνακα για τα ανάλογα ποσά και να κάνεις τη γραφική τους παράσταση.

Ύφασμα σε μ.	1	2	3	4	
Αξία σε €	4				20

- 10 Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση δύο ανάλογων ποσών Α και Β. Να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα.

A	1	2		
B			600	300



Μαθαίνω

Μπορούμε να βρούμε την άγνωστη τιμή σε ένα πρόβλημα ανάλογων ποσών με έναν από τους παρακάτω τρόπους:

- α.** Με αναγωγή στη μονάδα.
- β.**
 - Με πολλαπλασιασμό ή διαίρεση με έναν αριθμό των γραμμών ή στηλών του πίνακα τιμών.
 - Με πρόσθεση στηλών του πίνακα τιμών.
- γ.** Με εξίσωση, αφού βάλουμε x την άγνωστη τιμή.

Εφαρμογές

Με αναγωγή στη μονάδα

1. Τα 2 κιλά φασόλια κοστίζουν 6 €. Πόσο κοστίζουν τα 5 κιλά;

Λύση

- Τα 2 κιλά κοστίζουν 6 €.
- Το 1 κιλό κοστίζει $6 : 2 = 3$ €.
- Τα 5 κιλά κοστίζουν $5 \cdot 3 = 15$ €.



Φασόλια σε Kg	2	1	5
Αξία σε €	6	3	15

Τα ποσά «Φασόλια - Αξία» είναι ανάλογα.

Με πολλαπλασιασμό ή διαίρεση των στηλών με έναν αριθμό

2. Σε μία κρεπερί οι 6 βάφλες κοστίζουν 5 €. Πόσο κοστίζουν:

α. οι 3 βάφλες;

β. οι 9 βάφλες;

Λύση

Τα ποσά «Βάφλες - Αξία» είναι ανάλογα.

- α.** Οι 3 βάφλες είναι οι μισές των 6 βαφλών.
Οπότε διαιρώ την 1^η στήλη με το 2 και βρίσκω
ότι οι 3 βάφλες κοστίζουν 2,5 €.

- β.** Παρατηρούμε ότι $9 = 3 + 6$.
Οπότε προσθέτουμε τις δύο πρώτες στήλες και βρίσκουμε ότι οι 9 βάφλες κοστίζουν 7,5 €.



Βάφλες	6	3	9
Αξία σε €	5	2,5	7,5

Με εξίσωση

3. Τα 5 μέτρα υφάσματος κοστίζουν 8 €. Πόσο κοστίζουν τα 3 μέτρα;

Λύση

Έστω ότι τα 3 μέτρα υφάσματος κοστίζουν x €.

Ο πίνακας ποσών και τιμών φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Τα ποσά «Μήκος-Αξία» είναι ανάλογα

(το διπλάσιο μήκος έχει διπλάσια αξία).

Σχηματίζουμε την αναλογία και βρίσκουμε τον άγνωστο όρο.

$$\text{Είναι: } \frac{5}{8} = \frac{3}{x} \quad \text{ή} \quad 5 \cdot x = 3 \cdot 8 \quad \text{ή} \quad 5 \cdot x = 24 \quad \text{ή} \quad x = 24 : 5 \quad \text{ή} \quad x = 4,8.$$

Άρα, τα 3 μέτρα υφάσματος κοστίζουν 4,80 €.

Μήκος υφάσματος σε m	5	3
Αξία σε €	8	x

4. Για την κατασκευή μιας εφαρμογής την 1^η ημέρα εργάστηκαν 4 προγραμματιστές από 10 ώρες και πήραν 320 € συνολικά. Την 2^η ημέρα εργάστηκαν οι 3 προγραμματιστές από 8 ώρες ο καθένας. Πόσα χρήματα πρέπει να πάρουν οι 3 προγραμματιστές τη 2^η μέρα;

Λύση

Οι 4 προγραμματιστές εργάστηκαν $4 \cdot 10 = 40$ ώρες και πήραν 320 €.

Οι 3 προγραμματιστές θα εργαστούν $3 \cdot 8 = 24$ ώρες και έστω ότι θα πάρουν x €.

Ο πίνακας ποσών και τιμών φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Ώρες εργασίας	40	24
Αμοιβή σε €	320	x

• Τα ποσά «Ώρες εργασίας» και «Αμοιβή σε €» είναι ανάλογα.

• Έχουμε $\frac{40}{320} = \frac{24}{x}$ ή $40 \cdot x = 320 \cdot 24$ ή $x = \frac{320 \cdot 24}{40}$ ή $x = \frac{320 \cdot 3}{5}$ ή $x = \frac{960}{5}$ ή $x = 192$.

Άρα, οι 3 προγραμματιστές θα πάρουν τη 2^η μέρα 192 €.

Ασκήσεις

- 1 Τα 3 κιλά σταφύλια κοστίζουν 6 €. Πόσο κοστίζουν τα 5 κιλά;
- 2 Ένας δορυφόρος κάνει 4 φορές τον γύρο της Γης σε 24 ώρες. Πόσες ώρες χρειάζεται, για να κάνει 7 γύρους;
- 3 Έξι μπαλάκια του τένις ζυγίζουν 348 g. Πόσο ζυγίζουν τα 5 μπαλάκια;
- 4 Τρία μάνγκο κοστίζουν 3,57 €. Να υπολογίσεις την τιμή για:

α. 4 μάνγκο β. 7 μάνγκο γ. 11 μάνγκο
- 5 Ο Μιχάλης οδηγεί ένα ποδήλατο με σταθερή ταχύτητα. Ταξιδεύει 9 km σε 20 λεπτά. Σε πόσο χρόνο διανύει:

α. 18 km; β. 4,5 km; γ. 22,5 km;
- 6 Η Λίζα με το σκούτερ διήνυσε 4 χμ. σε 10 λεπτά. Υποθέτοντας ότι η ταχύτητα του σκούτερ είναι σταθερή, υπολόγισε την απόσταση που διανύει σε:

α. 5 λεπτά β. 30 λεπτά γ. 35 λεπτά
- 7 Ο Χρήστος έχει μια μηλιά στον κήπο του. Τα 14 κιλά μήλα βγάζουν 10 λίτρα χυμό. Φέτος η συγκομιδή είναι 98 κιλά μήλα. Πόσα λίτρα χυμού μήλου θα βγάλει;
- 8 Ένα πακέτο με σπόρο γκαζόν αρκεί για 40 τ.μ. γκαζόν. Πόσα πακέτα σπόρου γκαζόν χρειάζονται για 600 τ.μ. γκαζόν;
- 9 Τα 3 κιλά δαμάσκηνα κοστίζουν 3,45 €. Πόσο κοστίζουν τα 5 κιλά δαμάσκηνα;
- 10 Το ύψος της Έλσας είναι 1,5 m και ο ίσκιος της 1,2 m. Αν ο ίσκιος ενός δέντρου είναι 6 m πόσο είναι το ύψος του δέντρου;



- 11** Ένας γεωργός σε 2 ημέρες οργώνει 5 στρέμματα. Ένα χωράφι 10 στρεμμάτων σε πόσες ημέρες θα το οργώσει;

Μιανμάρ
Βιρμανία



- 12** Δύο τεχνίτες τοποθέτησαν πλακάκια στην αυλή του σχολείου και πήραν μαζί 1.440 €. Ο ένας εργάστηκε 10 ημέρες και ο άλλος 8 ημέρες. Πόσα χρήματα αντιστοιχούν στον καθένα;

- 13** Για την συγκομιδή τσαγιού εργάστηκαν 3 εργάτες από 8 ώρες και πήραν 120 €. Πόσα χρήματα θα πάρουν 4 εργάτες, αν εργαστούν από 9 ώρες ο καθένας;

Κουανγκσί
Κίνα



- 14** Για την δημιουργία ενός σχεδίου πληρώσαμε 440 € σε δύο γραφίστες. Ο ένας εργάστηκε 4 ημέρες από 7 ώρες και ο άλλος 2 ημέρες από 6 ώρες. Να βρεις:

- α.** Πόσα χρήματα θα πληρώσουμε, εάν θέλουμε να δημιουργήσουμε ένα άλλο σχέδιο που χρειάζεται 50 ώρες εργασίας;
- β.** Πόσα χρήματα αναλογούν σε κάθε γραφίστα για το πρώτο σχέδιο;

- 15** Ένα ελικόπτερο διάσωσης διανύει 20 km σε 5 λεπτά.

- α.** Πόσα χιλιόμετρα διανύει σε 13 λεπτά;
- β.** Το ελικόπτερο έχει αυτονομία 600 km. Για πόσο χρόνο μπορεί να πετάξει;



- 16** Πέντε γραμμάρια χρυσού κοστίζουν 250 €.

- α.** Πόσο κοστίζουν 500 g χρυσού;
- β.** Πόσο χρυσό μπορείς να αγοράσεις με 8.000 €;

- 17** Η Ζωή έχει λεβάντα στην μπροστινή αυλή του σπιτιού της. Βρήκε μια συνταγή για να φτιάξει σιρόπι λουλουδιών λεβάντας σε ένα περιοδικό. Έχει μαζέψει 50 γραμμάρια λουλούδια λεβάντας. Ποιες ποσότητες από τα υπόλοιπα συστατικά χρειάζεται για να φτιάξει το σιρόπι;

Συνταγή

Σιρόπι λουλουδιών λεβάντας

- 1 κιλό ζάχαρη
- 15 g κιτρικού οξέος
- 40 g λουλούδια λεβάντας



- 18** Σε μια αλυκή αν εξατμιστούν 500 κιλά θαλασσινό νερό, παίρνουμε 15 κιλά αλάτι.

- α.** Αν εξατμιστούν 2.500 κιλά θαλασσινό νερό, πόσο αλάτι θα πάρουμε;
- β.** Πόσα κιλά θαλασσινού νερού πρέπει να εξατμιστούν, για να πάρουμε 120 κιλά αλάτι;



Οι καμηλοπαρδάλεις κοιμούνται περίπου το 15% της ημέρας.
Πόσες ώρες κοιμούνται;



Μαθαίνω

Ποσοστό ενός ποσού

- Η ποσότητα που εκφράζει ένα ποσοστό ισούται με το γινόμενο του ποσοστού επί την τιμή του ποσού.
- Για να βρούμε το ποσοστό ενός ποσού, δηλαδή για να βρούμε το μέρος του ποσού, γράφουμε το ποσοστό ως κλάσμα ή δεκαδικό και στη συνέχεια το πολλαπλασιάζουμε με την τιμή του ποσού στην οποία αναφέρεται.

Το 13% του 7 είναι

$$13\% \cdot 7 = \frac{13}{100} \cdot 7$$

Εφαρμογές

1. Να υπολογίσετε:

- α. Το 20 % του 35.
- β. Το 15 % των μαθητών μιας τάξης που έχει 20 μαθητές.
- γ. Το 17 % της αξίας ενός μπουφάν με τιμή 30 €.

Η ποσότητα που εκφράζει ένα ποσοστό εξαρτάται από την τιμή στην οποία αναφέρεται.

Λύση

α. Το 20 % του 35 είναι: $20\% \cdot 35 = \frac{20}{100} \cdot 35 = \frac{20 \cdot 35}{100} = \frac{2 \cdot 35}{10} = \frac{70}{10} = 7.$

β. Το 15 % των 20 μαθητών είναι

$$15\% \cdot 20 = \frac{15}{100} \cdot 20 = \frac{15 \cdot 20}{100} = \frac{15 \cdot 2}{10} = \frac{30}{10} = 3 \text{ μαθητές}$$

γ. Το 17 % των 30 € είναι $17\% \cdot 30 = \frac{17}{100} \cdot 30 = \frac{17 \cdot 30}{100} = \frac{17 \cdot 3}{10} = \frac{51}{10} = 5,10\text{€}.$

2. Ένας βιβλιοπώλης:

- α. σε ένα βιβλίο αξίας 20 € κάνει έκπτωση 10 %. Πόσα ευρώ είναι η έκπτωση;
- β. σε ένα τετράδιο αξίας 2 € κάνει αύξηση 15 %. Πόσα ευρώ είναι η αύξηση;

Λύση

α. Η έκπτωση είναι: $10\% \cdot 20 = \frac{10}{100} \cdot 20 = \frac{10 \cdot 20}{100} = 2 \text{ €}.$

β. Η αύξηση είναι: $15\% \cdot 2 = \frac{15}{100} \cdot 2 = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} = 0,3 = 0,30 \text{ €}.$

3. Να υπολογίσετε:

α. Το 20% του κιλού.

β. Το 20% του $\frac{1}{5}$.

γ. Το 20% του 30%.

δ. Το 20% του $\frac{1}{4}$ των 300 €.

Λύση

α. Το 20% του κιλού είναι $20\% \cdot 1.000 = \frac{20}{100} \cdot 1.000 = 20 \cdot 10 = 200 \text{ g}$.

β. Το 20% του $\frac{1}{5}$ είναι $20\% \cdot \frac{1}{5} = \frac{20}{100} \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{100} = 0,04$.

γ. Το 20% του 30 % είναι $20\% \cdot 30\% = \frac{20}{100} \cdot \frac{30}{100} = \frac{6}{100} = 0,06$.

δ. Το 20% του $\frac{1}{4}$ των 300 € είναι $20\% \cdot \frac{1}{4} \cdot 300 = \frac{20}{100} \cdot \frac{1}{4} \cdot 300 = 20 \cdot \frac{1}{4} \cdot 3 = \frac{60}{4} = 15\text{€}$.

4. Το 40% των μαθητών ενός σχολείου είναι 50 μαθητές. Πόσους μαθητές έχει το σχολείο;

Λύση

Έστω ότι το σχολείο έχει x μαθητές. Είναι

$$40\% \cdot x = 50 \quad \text{ή} \quad \frac{40}{100} \cdot x = 50 \quad \text{ή} \quad \frac{4}{10} \cdot x = 50 \quad \text{ή} \quad \frac{2}{5} \cdot x = 50 \quad \text{ή} \quad x = 50 : \frac{2}{5} \quad \text{ή} \quad x = 50 \cdot \frac{5}{2}$$
$$\text{ή} \quad x = \frac{50 \cdot 5}{2} \quad \text{ή} \quad x = \frac{250}{2} \quad \text{ή} \quad x = 125.$$

Άρα, το σχολείο έχει 125 μαθητές.

Ασκήσεις

1 Να υπολογίσεις:

α. το 10% του 30

β. το 5% του 20

γ. το 12,5% του 80

δ. το 10% του 32,5

2 Ένα κατάστημα σε μία τσάντα αξίας 45 € κάνει έκπτωση 20%. Πόσα € είναι η έκπτωση;

3 Ο μισθός του πατέρα του Ιορδάνη ήταν 1.300 € και πήρε αύξηση 5%. Πόσα ευρώ είναι η αύξηση;

4 Η Ανθή πηγαίνει στο σχολείο με το λεωφορείο. Το εισιτήριο κόστιζε 0,50 € και αυξήθηκε κατά 20%. Πόσα € είναι η αύξηση;

5 Ο πατέρας του Λουκά παίρνει 1.200 € μισθό και πληρώνει το 26 % του μισθού του για ενοίκιο. Πόσα χρήματα πληρώνει για το ενοίκιο;

6 Η Χριστίνα θέλει να παραγγείλει ένα νέο αυτοκίνητο αξίας 20.500 € και πρέπει να δώσει προκαταβολή το 20% της αξίας του. Ποιο είναι το ποσό της προκαταβολής;

7 Υπολόγισε με τον νου:

α. Το 50% των 400 €.

β. Το 25% του κιλού.

γ. Το 75% της ώρας.

δ. Το 5% του τόνου.

- 8** Από τους 200 μαθητές ενός σχολείου το 35% μετακινείται με λεωφορείο, το 40% με αυτοκίνητο και οι υπόλοιποι με τα πόδια. Πόσα παιδιά έρχονται στο σχολείο με τα πόδια;
- 9** Ένα σχολείο έχει 90 κορίτσια και 70 αγόρια. Το 30% των κοριτσιών και το 50% των αγοριών παίζουν μπάσκετ. Να βρεις το ποσοστό των μαθητών που παίζει μπάσκετ.
- 10** Να υπολογίσεις:
- α.** Το 10% του $\frac{3}{4}$. **β.** Το 20% του 45%.
- γ.** Το 30% του $\frac{1}{4}$ των 500 €. **δ.** Το $\frac{1}{5}$ του 20% των 200 κιλών.

Β' ΟΜΑΔΑ

- 11** Το 15% ενός αριθμού είναι 30. Ποιος είναι ο αριθμός;
- 12** Αν το 10% του 40% ενός αριθμού είναι 5, τότε ποιος είναι ο αριθμός;
- 13** Αν το 10% ενός αριθμού είναι 8, πόσο είναι το 12,5% του ίδιου αριθμού;
- 14** Στο τέλος της σχολικής χρονιάς 12 μαθητές θα εγκαταλείψουν τη χορωδία του σχολείου. Αυτοί είναι το 30% των μελών της χορωδίας. Από πόσους μαθητές αποτελείται η χορωδία;
- 15** Ένας νεογέννητος ελέφαντας ζυγίζει 90 kg. Είναι περίπου το 3% του βάρους του ενήλικου ελέφαντα. Πόσο βαρύς είναι ο ενήλικος ελέφαντας;
- 16** Το 40% των μαθητών της Στ' τάξης είναι αγόρια. Αν τα κορίτσια είναι 15, πόσοι είναι οι μαθητές της Στ' τάξης;
- 17** Το 35% των παιδιών του σχολείου παίζει μπάσκετ. Τα υπόλοιπα παιδιά του σχολείου δεν παίζουν μπάσκετ και είναι 78. Πόσα παιδιά έχει το σχολείο;
- 18** Σε μία έρευνα που κάναμε στους μαθητές ενός σχολείου, το 20% των μαθητών απάντησε ότι δεν έχει κινητό τηλέφωνο. Αν οι υπόλοιποι μαθητές που έχουν κινητό είναι 120, πόσοι είναι οι μαθητές του σχολείου;
- 19** Στις μαθητικές εκλογές ψήφισε το 90% των μαθητών και η Έλσα πήρε το 60% των ψήφων. Ποιο είναι το ποσοστό των ψήφων που πήρε η Έλσα στο σύνολο των μαθητών;
- 20** Η Μαρίνα ξόδεψε το 30% των χρημάτων της, για να αγοράσει ένα ζευγάρι παπούτσια. Ύστερα ξόδεψε το 40% απ' όσα χρήματα της είχαν μείνει, για να αγοράσει μια τσάντα. Τι ποσοστό των χρημάτων της ξόδεψε συνολικά;
- 21** Ένα δημοτικό σχολείο έχει 200 μαθητές. Από αυτούς το 85% δεν είναι μαθητές της Στ' τάξης. Το 40% των μαθητών της Στ' τάξης είναι αγόρια. Πόσα είναι τα κορίτσια της Στ' τάξης;
- 22** Το 40% των μαθητών ενός σχολείου είναι αγόρια. Τα κορίτσια είναι 30 περισσότερα από τα αγόρια. Πόσα είναι τα κορίτσια και πόσοι οι μαθητές του σχολείου;
- 23** Ένα κουτάκι αναψυκτικού, όταν είναι κατά 30% άδειο περιέχει 66 ml περισσότερο απ' όταν είναι κατά 50% γεμάτο. Πόσα ml περιέχει το κουτάκι αναψυκτικού, όταν είναι γεμάτο;





Έκπτωση 20%

120 €

Με πόσα € το αγοράζουμε;



Αύξηση 10%

- Πέρυσι: 20 μαθητές στην τάξη
- Πόσοι μαθητές είναι φέτος;

Μαθαίνω

Μία μεταβολή (αύξηση ή μείωση) της αρχικής τιμής ενός ποσού είναι ίση με το γινόμενο

(ποσοστό) · (αρχική τιμή)

- Η **τελική τιμή του ποσού** προκύπτει, όταν στην αρχική τιμή προσθέσουμε την αύξηση ή αφαιρέσουμε τη μείωση.

Αύξηση ή μείωση α% της τιμής β είναι α% · β.

Τελική τιμή = Αρχική τιμή + Αύξηση

Τελική τιμή = Αρχική τιμή – Μείωση

Εφαρμογές

1. Σε έναν υπολογιστή αξίας 250 € γίνεται αύξηση 8 %. Να βρείτε:

α. το ποσό της αύξησης

β. την τελική τιμή του υπολογιστή.

Λύση

α. 1^{ος} τρόπος

$$\text{Η αύξηση είναι } 8\% \cdot 250 = \frac{8}{100} \cdot 250 = \frac{8 \cdot 25}{10} = \frac{20\cancel{0}}{1\cancel{0}} = 20.$$

Άρα, το ποσό της αύξησης είναι 20 €.

2^{ος} τρόπος Με αναλογία

Έστω ότι η αύξηση είναι x €.

Από τον διπλανό πίνακα ποσών και τιμών έχουμε:

$$\frac{100}{8} = \frac{250}{x} \quad \text{ή} \quad 100 \cdot x = 8 \cdot 250 \quad \text{ή} \quad 100 \cdot x = 2.000 \quad \text{ή} \quad x = \frac{2.000}{100} \quad \text{ή} \quad x = 20.$$

Άρα, το ποσό της αύξησης είναι 20 €.

β. Η τελική τιμή του υπολογιστή είναι $250 + 20 = 270$ €.

- Τα ποσά στα ποσοστά (%) είναι πάντα ανάλογα.
- Η μία από τις τιμές είναι το 100.

Αρχική Τιμή	100	250
Αύξηση	8	x

2. Ποια θα είναι η τελική τιμή πώλησης ενός ψυγείου αξίας 240 €, όταν το κατάστημα κάνει έκπτωση 15 %;

Λύση

Είναι: Τελική τιμή = (Αρχική τιμή) – (Έκπτωση).

Η αρχική τιμή είναι 240 €.

$$\text{Η έκπτωση είναι } 15\% \cdot 240 = \frac{15}{100} \cdot 240 = \frac{15 \cdot 24\cancel{0}}{10\cancel{0}} = \frac{15 \cdot 24}{10} = \frac{360}{10} = 36 \text{ €}.$$

Η τελική τιμή είναι $240 - 36 = 204$ €.

3. Ένα κατάστημα αύξησε την τιμή ενός προϊόντος αξίας 50 € κατά 10% και μετά από 3 μήνες την μείωσε κατά 10%. Ποια είναι η τελική τιμή πώλησης σήμερα; Η αρχική τιμή του προϊόντος τελικά έμεινε αμετάβλητη;

Λύση

- Η αύξηση της τιμής του προϊόντος είναι $10\% \cdot 50 = \frac{10}{100} \cdot 50 = \frac{10 \cdot 50}{100} = 5 \text{ €}$.

Η τιμή του προϊόντος μετά την αύξηση είναι $50 + 5 = 55 \text{ €}$.

Η μείωση του προϊόντος είναι $10\% \cdot 55 = \frac{10}{100} \cdot 55 = \frac{55}{10} = 5,5 \text{ €}$.

Άρα, η τελική τιμή πώλησης σήμερα είναι $55 - 5,5 = 49,5 \text{ €}$.

- Η αρχική τιμή του προϊόντος τελικά μειώθηκε κατά $50 - 49,5 = 0,50 \text{ €}$.

Μία αύξηση α% της αρχικής τιμής ενός ποσού δεν είναι ίδια με τη μείωση α% της τελικής τιμής του ποσού.

Ασκήσεις

1 Σε ένα προϊόν αξίας 200 € γίνεται αύξηση 6%. Να βρεις:

α. Το ποσό της αύξησης.

β. Την τελική τιμή του προϊόντος.

2 Σε ένα προϊόν αξίας 80 € γίνεται αύξηση 5%. Να βρεις την τελική τιμή του προϊόντος.

3 Ποια θα είναι η τελική τιμή πώλησης ενός Laptop αξίας 600 €, όταν το κατάστημα κάνει έκπτωση 12%;

4 Η Χαρούλα αγόρασε μία τσάντα που κόστιζε 50 € με έκπτωση 30%, ένα παντελόνι που κόστιζε 40 € με έκπτωση 15% και μία μπλούζα που κόστιζε 35 € με έκπτωση 20%.

Πόσα χρήματα πλήρωσε η Χαρούλα συνολικά;

5 Η τιμή ενός προϊόντος είναι 1.000 €. Αν αυξηθεί 5 % και μετά από ένα χρονικό διάστημα αυξηθεί πάλι κατά 10 %, ποια θα είναι η τελική τιμή του και ποιο το ποσοστό της αύξησης;

6 Οι μαθητές ενός σχολείου πρόπερσι ήταν 100. Πέρυσι αυξήθηκαν κατά 10% και φέτος ελαττώθηκαν κατά 10%. Πόσους μαθητές έχει τώρα το σχολείο;

Β' ΟΜΑΔΑ

7 Ένα κατάστημα μείωσε την τιμή ενός smartphone αξίας 200 € κατά 10% και μετά από ένα χρονικό διάστημα την αύξησε κατά 6%. Ποια είναι η τελική τιμή πώλησης του smartphone και ποιο το ποσοστό της μείωσης;

8 Η τιμή μιας φωτογραφικής μηχανής έχει μειωθεί κατά 200 €. Αυτό είναι το 25% της αρχικής τιμής. Να υπολογίσεις την τιμή της φωτογραφικής μηχανής πριν και μετά τη μείωση.

9 Ένας εργαζόμενος πήρε αύξηση 5% και τώρα παίρνει 60 € περισσότερα. Πόσος ήταν ο μισθός του πριν την αύξηση και πόσος είναι τώρα;

10 Ο πατέρας του Σωτήρη πρέπει να πληρώσει 12 € περισσότερο για το ενοίκιο μετά την αύξηση του ενοικίου κατά 3%. Να υπολογίσεις το ποσό του τρέχοντος και του νέου ενοικίου.



Μαθαίνω

Όταν το ζητούμενο σ' ένα πρόβλημα με ποσοστά (%) είναι η αρχική τιμή, βρίσκουμε την τελική τιμή του ποσού με αρχική τιμή 100 και σχηματίζουμε την αναλογία.

Εφαρμογές

- 1. Πόσο αγοράζει ένα βιβλίο ο βιβλιοπώλης, όταν το πουλάει 21€ και το ποσοστό κέρδους είναι 40%;**

Λύση

Έστω ότι ο βιβλιοπώλης αγοράζει το βιβλίο x €.

Βρίσκουμε την τελική τιμή του βιβλίου, όταν το αγοράζει 100 €.

Αν αγοράζει το βιβλίο 100 €, κερδίζει 40 €, άρα το πουλάει 140 €.

Από τον διπλανό πίνακα σχηματίζουμε την αναλογία:

Αρχική Τιμή	100	x
Τελική Τιμή	140	21

$$\frac{100}{140} = \frac{x}{21} \quad \text{ή} \quad 140 \cdot x = 21 \cdot 100 \quad \text{ή} \quad x = \frac{21 \cdot 100}{140} \quad \text{ή} \quad x = \frac{21 \cdot 10}{14} \quad \text{ή} \quad x = \frac{3 \cdot 10}{2} \quad \text{ή} \quad x = 15.$$

Άρα, ο βιβλιοπώλης αγοράζει το βιβλίο 15€.

- 2. Ένα κατάστημα ρούχων κάνει έκπτωση 30% σε όλα τα είδη του. Αγοράσαμε ένα παντελόνι 28 €. Ποια ήταν η τιμή του παντελονιού πριν την έκπτωση;**

Λύση

Έστω x € η τιμή του παντελονιού πριν την έκπτωση.

Στα 100 € η μείωση είναι 30 €, άρα η τελική τιμή είναι $100 - 30 = 70$ €.

Από τον διπλανό πίνακα σχηματίζουμε την αναλογία: Είναι

Αρχική Τιμή	100	x
Τελική Τιμή	70	28

$$\frac{100}{70} = \frac{x}{28} \quad \text{ή} \quad 70 \cdot x = 28 \cdot 100 \quad \text{ή} \quad x = \frac{28 \cdot 100}{70} \quad \text{ή} \quad x = \frac{28 \cdot 10}{7} \quad \text{ή} \quad x = 40.$$

Άρα, η τιμή του παντελονιού πριν την έκπτωση ήταν 40 €.

Ασκήσεις

- 1 Η τιμή ενός laptop αυξήθηκε κατά 8% και η τελική του τιμή είναι 216 €. Ποια ήταν η αρχική του τιμή;
- 2 Αγοράσαμε ένα παζλ με έκπτωση 15% και πληρώσαμε 17 €. Ποια ήταν η αρχική τιμή του παζλ;
- 3 Η τιμή ενός τζιν μετά την έκπτωση 20% είναι 40 €. Πόσο άξιζε το τζιν πριν την έκπτωση;
- 4 Ο πληθυσμός μιας πόλης μέσα σε 10 χρόνια αυξήθηκε 8% και είναι σήμερα 5.400. Ποιος ήταν ο πληθυσμός της πόλης πριν 10 χρόνια;
- 5 Ένα βιβλιοπωλείο αγοράζει τα βιβλία με έκπτωση 40% στη λιανική τιμή τους. Αν ένα βιβλίο έχει λιανική τιμή 20 €, πόσο το αγοράζει;

44 Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω το ποσοστό στα εκατό

Μαθαίνω

Η τιμή στην οποία υπολογίζεται το ποσοστό (%) είναι η αρχική τιμή.

$$\text{Ποσοστό} = \frac{\text{αύξηση ή μείωση}}{\text{αρχική τιμή}}$$

Εφαρμογές

1. Ένας βιβλιοπώλης αγοράζει ένα βιβλίο 15 € και το πουλάει 21 €. Ποιο είναι το ποσοστό (%) του κέρδους του;

Λύση

Το κέρδος από το βιβλίο είναι $21 - 15 = 6$ €.

Το ποσοστό κέρδους είναι: $\frac{\text{κέρδος}}{\text{αρχική τιμή}} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = \frac{40}{100} = 40\%$.

2. Ένα κατάστημα κάνει εκπτώσεις. Ποιο είναι το ποσοστό (%) της έκπτωσης;

Λύση

Η έκπτωση είναι $35 - 28 = 7$ €.

Το ποσοστό έκπτωσης είναι

$$\frac{\text{έκπτωση}}{\text{αρχική τιμή}} = \frac{7}{35} = \frac{7:7}{35:7} = \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{20}{100} = 20\%$$



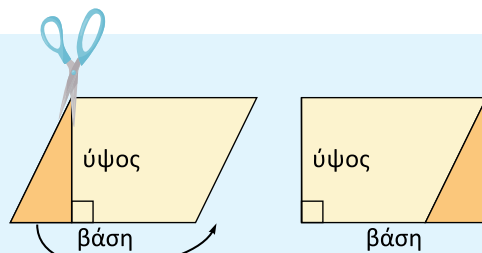
Ασκήσεις

- 1** Η τιμή ενός laptop πριν την έκπτωση ήταν 800 €. Αν το αγοράσουμε 704 €, ποιο είναι το ποσοστό της έκπτωσης;
- 2** Ένα ποδήλατο πριν την αύξηση κόστιζε 280 €. Αν το αγοράσαμε 350 €, ποιο είναι το ποσοστό αύξησης;
- 3** Ένας έμπορος αυξάνει την τιμή του προϊόντος που πουλούσε από τα 80 € στα 90 €.
 - α.** Ποιο είναι το ποσοστό της αύξησης;
 - β.** Αν την περίοδο των εκπτώσεων ο έμπορος μείωσε την τιμή του πάλι στα 80 €, ποιο είναι το ποσοστό της έκπτωσης το οποίο έκανε;
- 4** Ένα κατάστημα πουλάει ένα μπουφάν 150 €. Την περίοδο των εκπτώσεων ο καταστηματάρχης κατέβασε την τιμή του στα 120 €.
 - α.** Ποιο είναι το ποσοστό της έκπτωσης;
 - β.** Αν μετά τις εκπτώσεις το κατάστημα επαναφέρει την τιμή του μπουφάν στα 150 €, ποιο είναι το ποσοστό της αύξησης;
- 5** Η πλευρά ενός ισόπλευρου τριγώνου είναι 5 εκατοστά και ελαττώθηκε κατά 20 %.
 - α.** Να βρείτε την περίμετρο του αρχικού τριγώνου.
 - β.** Να βρείτε την περίμετρο του νέου τριγώνου.
 - γ.** Ποιο είναι το ποσοστό ελάττωσης της περιμέτρου του;

Θέματα Διαγωνισμών

- 1** Πόσα μήλα περιέχουν τις ίδιες θερμίδες με 140 γρ. παγωτού, αν 100 γρ. παγωτού περιέχουν 300 θερμίδες και το κάθε μήλο περιέχει 70 θερμίδες;
- 2** Αν 5 πορτοκάλια στοιχίζουν όσο 2 αχλάδια και 1 αχλάδι στοιχίζει όσο 3 μήλα, τότε 10 πορτοκάλια στοιχίζουν όσο ... μήλα.
A: 6 B: 9 Γ: 10 Δ: 12 Ε: 20
- 3** Δώδεκα εργάτες τελειώνουν ένα έργο σε 5 εβδομάδες, δουλεύοντας 5 ημέρες την εβδομάδα. Στο τέλος της δεύτερης εβδομάδας έφυγαν τρεις εργάτες. Πόσες ημέρες πρέπει να εργαστούν επιπλέον αυτοί που έμειναν, για να τελειώσει το έργο;
- 4** Όλοι οι μαθητές ενός δημοτικού σχολείου πήγαν στο θέατρο. Από αυτούς το 60% είναι κορίτσια. Η παράσταση άρεσε στο 70% των αγοριών, ενώ τα υπόλοιπα 27 αγόρια είπαν ότι βαρέθηκαν. Πόσα είναι τα κορίτσια του σχολείου;
- 5** Ο Βασίλης ξόδεψε το 40% των χρημάτων του, για να αγοράσει ένα δώρο στον πατέρα του. Επίσης ξόδεψε το 30% απ' όσα του είχαν μείνει, για να αγοράσει ένα βιβλίο. Τι ποσοστό των χρημάτων του ξόδεψε συνολικά;
A: 70% B: 42% Γ: 58% Δ: 65% Ε: 52%
- 6** Αν το 5% ενός αριθμού είναι 8, πόσο είναι το 12,5% του ίδιου αριθμού;
A: 320 B: 0,25 Γ: 200 Δ: 40 Ε: 20
- 7** Ένα βαρέλι με λάδι, όταν είναι κατά 40% άδειο, περιέχει 28 λίτρα περισσότερο απ' όταν είναι κατά 20% γεμάτο. Πόσα λίτρα λάδι περιέχει το βαρέλι, όταν είναι πλήρες;
- 8** Το 20% από το 10% ενός αριθμού είναι το 1. Ποιος είναι ο αριθμός αυτός;
- 9** Το 36% των μαθητών ενός σχολείου είναι 45 μαθητές. Πόσοι είναι όλοι οι μαθητές του σχολείου;
A: 80 B: 100 Γ: 125 Δ: 130
- 10** Ένας έμπορος έδωσε 20.000 € για την αγορά προϊόντων. Είχε επιπλέον έξοδα 8% στην τιμή αγοράς και θέλει να πουλήσει το εμπόρευμα με κέρδος 15% στην τιμή κόστους. Πόσα ευρώ θα πουλήσει το εμπόρευμα;
- 11** Σε μία κατασκήνωση πήγαν 500 παιδιά. Από αυτά, τα κορίτσια ήταν το 40%. Μετά από μερικές ημέρες ήρθαν στην κατασκήνωση 36 αγόρια και 64 κορίτσια. Πόσοι τοις εκατό των παιδιών είναι τώρα τα κορίτσια;
- 12** Ένα χωριό πριν το 2018 είχε 80 κατοίκους. Το 2018 οι κάτοικοί του αυξήθηκαν κατά 50%. Το 2019 μειώθηκαν κατά 50%. Την 1^η Ιανουαρίου του 2020 ζούσαν στο χωριό όσοι και πριν το 2018, λιγότεροι ή περισσότεροι;
- 13** Ένας έμπορος πούλησε δύο μεταχειρισμένες μοτοσυκλέτες προς 2.250 € την καθεμία. Από την πρώτη είχε κέρδος 25 %, ενώ από τη δεύτερη είχε ζημία 25 %. Συνολικά είχε κέρδος, ζημία ή τίποτα από τα δύο;
- 14** Μια μετοχή στο χρηματιστήριο, ονομαστικής αξίας 30 €, ανέβηκε τρεις φορές διαδοχικά κατά 10 % τη φορά. Ποια ήταν η τελική τιμή της μετοχής και πόσο ήταν το συνολικό ποσοστό % της αύξησης;

Για να υπολογίσουμε το εμβαδόν ενός παραλληλογράμμου, το μετατρέπουμε σε ορθογώνιο. Κόβουμε από το αριστερό μέρος του ένα ορθογώνιο τρίγωνο και το βάζουμε στο δεξί του. Οπότε $E_{\text{παραλληλογράμμου}} = E_{\text{ορθογωνίου}} = \text{βάση} \cdot \text{ύψος}$.

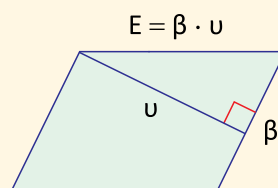
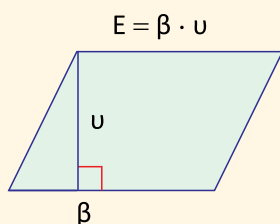


Μαθαίνω

Εμβαδόν παραλληλογράμμου

Το εμβαδόν ενός παραλληλογράμμου είναι ίσο με το γινόμενο μιας βάσης του επί το αντίστοιχο ύψος. Αυτό εκφράζεται σύντομα με τον τύπο

$$E_{\text{παραλληλογράμμου}} = \beta \cdot \upsilon$$

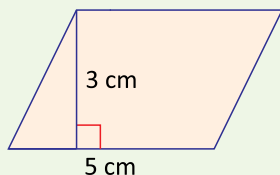


Για να βρούμε το ύψος του παραλληλογράμμου, πρέπει να φέρουμε ένα κάθετο ευθύγραμμο τμήμα προς ένα από τα ζευγάρια των παράλληλων πλευρών του. Αυτές οι πλευρές τότε λέγονται **βάσεις** του και το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα, **ύψος**.

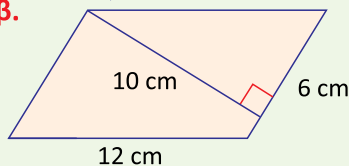
Εφαρμογές

1. Να υπολογίσετε το εμβαδόν E των παραλληλογράμμων στα παρακάτω σχήματα.

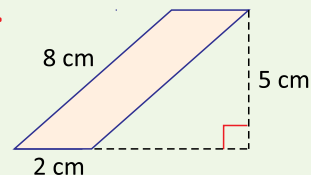
α.



β.



γ.



Λύση

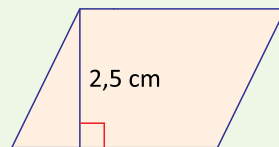
Είναι $E = (\text{βάση}) \cdot (\text{αντίστοιχο ύψος})$. Οπότε

α. $E = 5 \cdot 3 = 15 \text{ cm}^2$

β. $E = 6 \cdot 10 = 60 \text{ cm}^2$

γ. $E = 2 \cdot 5 = 10 \text{ cm}^2$

2. Το ύψος ενός παραλληλογράμμου είναι 2,5 cm και το εμβαδόν του $E = 12,5 \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε την αντίστοιχη βάση σχηματίζοντας μια εξίσωση.



Λύση

Έστω ότι η αντίστοιχη βάση είναι $x \text{ cm}$. Είναι

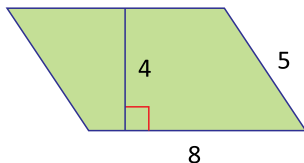
$$E = x \cdot 2,5 \text{ ή } 12,5 = x \cdot 2,5 \text{ ή } x = 12,5 : 2,5 \text{ ή } x = 125 : 25 \text{ ή } x = 5$$

Άρα, η αντίστοιχη βάση είναι 5 cm.

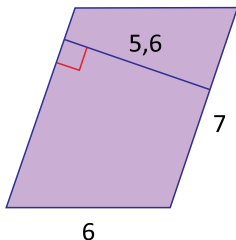
Ασκήσεις

1 Να υπολογίσεις το εμβαδόν των παρακάτω παραλληλογράμμων (διαστάσεις σε cm).

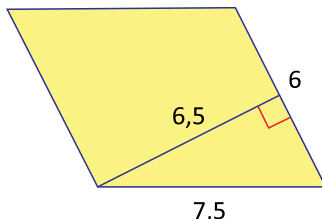
α.



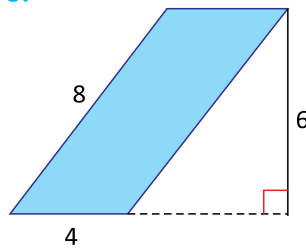
β.



γ.

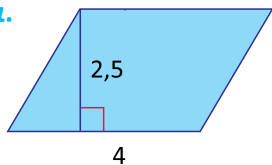


δ.

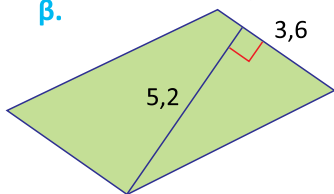


2 Να υπολογίσεις το εμβαδόν των παραλληλογράμμων (διαστάσεις σε cm).

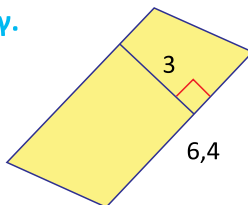
α.



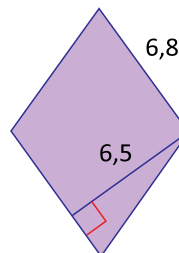
β.



γ.

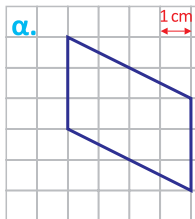


δ.

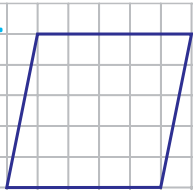


3 Να υπολογίσεις το εμβαδόν των παρακάτω παραλληλογράμμων.

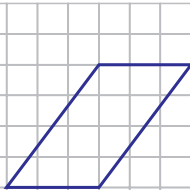
α.



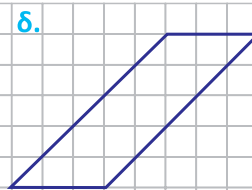
β.



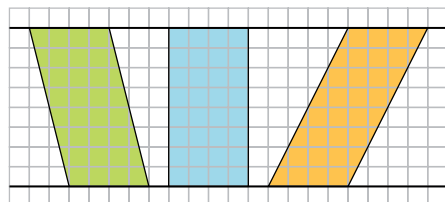
γ.



δ.



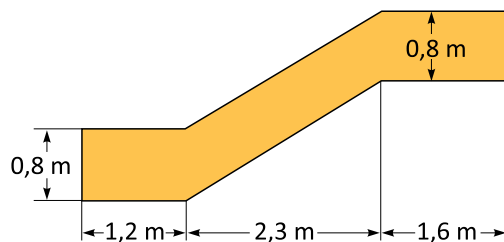
4 Να συγκρίνεις τις επιφάνειες των παραλληλογράμμων που φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Τι παρατηρείς;



5 Στο διπλανό σχέδιο φαίνεται το πλευρικό τοίχωμα μιας σκάλας το οποίο πρέπει να βαφτεί.

α. Να υπολογίσεις το εμβαδόν της επιφάνειας του πλευρικού τοιχώματος της σκάλας.

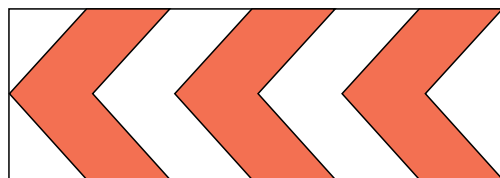
β. Πόσο στοιχίζει το βάψιμό του, εάν το κόστος βαφής είναι 5 € ανά τετραγωνικό μέτρο;



6 Οι επικίνδυνες στροφές στο οδικό δίκτυο, επισημαίνονται συχνά με το διπλανό σήμα. Το σήμα είναι ορθογώνιο και έχει πλάτος 50 cm και μήκος 150 cm. Να βρεις το εμβαδόν:

α. της κόκκινης επιφάνειας της πινακίδας

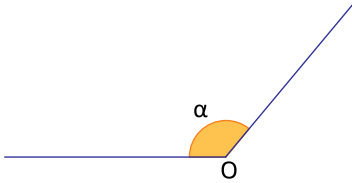
β. της λευκής επιφάνειας.



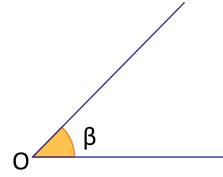
Κριτήριο αξιολόγησης

- 1 Να βρεις πόσες μοίρες είναι οι παρακάτω γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ και το είδος τους.

α.

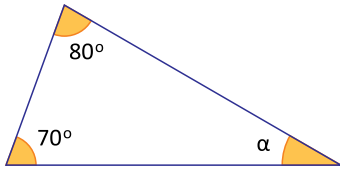


β.

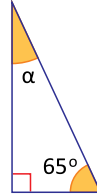


- 2 Να υπολογίσεις τη γωνία $\hat{\alpha}$ στα παρακάτω σχήματα (χωρίς μοιρογνώνιο).

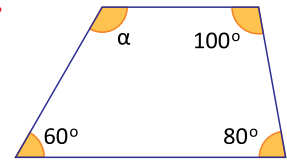
α.



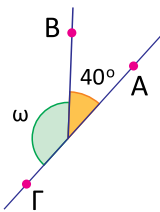
β.



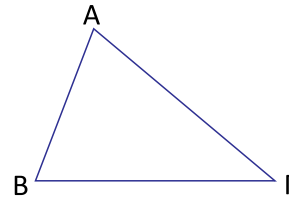
γ.



- 3 α. Να υπολογίσεις τη γωνία $\hat{\omega}$ του παρακάτω σχήματος.



- β. Να φέρεις τα ύψη του τριγώνου ABΓ.



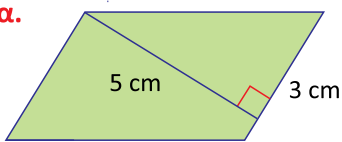
- 4 Ένα τετράγωνο και ένα ορθογώνιο έχουν το ίδιο εμβαδόν. Αν το μήκος του ορθογωνίου είναι 1,6 dm και το πλάτος του 4 cm, να βρεις:

α. την περίμετρο και το εμβαδόν του ορθογωνίου

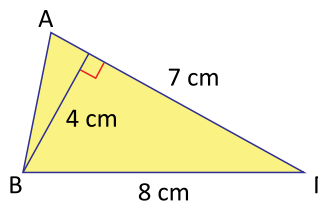
β. το μήκος της πλευράς του τετραγώνου.

- 5 Να υπολογίσεις το εμβαδόν στα παρακάτω σχήματα.

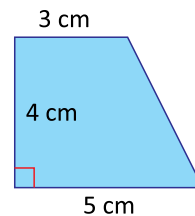
α.



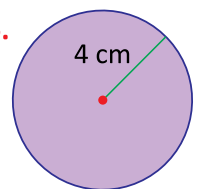
β.



γ.

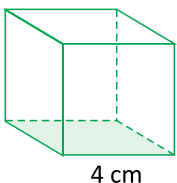


δ.

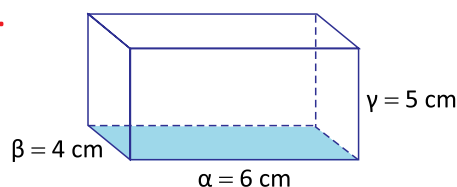


- 6 Να υπολογίσεις το ολικό εμβαδόν στα παρακάτω γεωμετρικά στερεά.

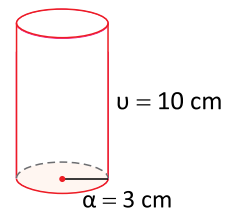
α.



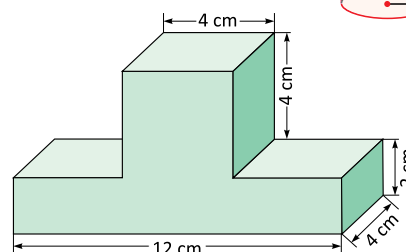
β.



γ.



- 7 Να υπολογίσεις τον όγκο του διπλανού στερεού.





ISBN: 978-618-85526-1-6



Λ.Τ. 19,80 €