

Τα βιβλία των Εκδόσεων Πουκαμισάς συμπυκνώνουν την πολύχρονη διδακτική εμπειρία των συγγραφέων μας και αποτελούν το βασικό εκπαιδευτικό υλικό που χρησιμοποιούν οι μαθητές των φροντιστηρίων μας. Μέσα από τη διαρκή τους αξιοποίηση στις τάξεις μας διασφαλίζουμε τον εμπλουτισμό τους, τη συνεχή τους βελτίωση και την επιστημονική τους αρτιότητα, καθιστώντας τα βιβλία των Εκδόσεών μας εγγύηση για την επιτυχία των μαθητών.



εκδόσεις

ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ

ΤΑ **ΒΙΒΛΙΑ** ΤΩΝ **ΕΠΙΤΥΧΙΩΝ**

Κώστας Λεμάνης
Μαρία Λαφαζάνογλου

Μαθηματικά

Β' Γυμνασίου



εκδόσεις
ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ

*Σ' αυτούς που μας εμπνέουν,
στους μαθητές και τις μαθήτριάς μας*

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το βιβλίο αυτό έχει ως κύριο στόχο να βοηθήσει τους μαθητές να κατανοήσουν την ύλη και να εμπεδώσουν τις έννοιες των Μαθηματικών. Επίσης, φιλοδοξεί να αποτελέσει ένα χρήσιμο βοήθημα για τον συνάδελφο καθηγητή στην επεξεργασία και στη μετάδοση της διδακτέας ύλης.

Το βιβλίο ακολουθεί τη δομή του σχολικού εγχειριδίου και αποτελείται από εννέα κεφάλαια καλύπτοντας έτσι μεθοδικά την ύλη της Άλγεβρας (κεφ. 1-5) και της Γεωμετρίας (κεφ. 6-9). Το κάθε κεφάλαιο έχει χωριστεί σε επιμέρους ενότητες, οι οποίες περιλαμβάνουν την αντίστοιχη θεωρία σε σύντομες υποενότητες, με σαφείς και λιτούς ορισμούς, ευκρινή σχήματα και σημειώσεις, όπου απαιτείται επικέντρωση της προσοχής του μαθητή, και πλήθος από παραδείγματα και εφαρμογές κλιμακωτής δυσκολίας με τις λύσεις τους.

Στο τέλος κάθε ενότητας υπάρχουν:

- **Ερωτήσεις κατανόησης** της ύλης που έχει προηγηθεί.
- **Ασκήσεις** διαβαθμισμένης δυσκολίας που στοχεύουν στη βελτίωση του επιπέδου αντίληψης και δεξιότητας στη λύση προβλημάτων.

Στο **τέλος** κάθε κεφαλαίου υπάρχουν:

- **Ασκήσεις επανάληψης**, όπου ανακεφαλαιώνουν ό,τι έχει ήδη κατακτηθεί.
- **Math test**, τα οποία έχουν τη δομή των θεμάτων των απολυτήριων εξετάσεων και δίνουν τη δυνατότητα στον μαθητή να ελέγξει τις γνώσεις του.

Επιπλέον, στο **τέλος του βιβλίου** έχουν ενσωματωθεί:

- **Επανάληψη σε όλη την ύλη και θέματα προαγωγικών εξετάσεων.**
- **Χρήσιμοι πίνακες:** α. των τριγωνομετρικών αριθμών, β. των βασικών σχημάτων με τους τύπους των περιμέτρων-μηκών (L), των εμβαδών (E) και των όγκων (V) τους.
- Οι **απαντήσεις** των ερωτήσεων κατανόησης και οι **λύσεις** των ασκήσεων του βιβλίου αυτού, καθώς και του σχολικού βιβλίου.

Ευχαριστούμε θερμά τη Μαλβίνα, τη Χαρά και τον Απόστολο για την πολύτιμη βοήθειά τους στην ολοκλήρωση αυτού του βιβλίου.

Οι συγγραφείς

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΟΙ ΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

1.1 Ρητοί αριθμοί	13	1.5 Τυποποιημένη μορφή μικρών και μεγάλων αριθμών	46
1.2 Πράξεις ρητών αριθμών	21	ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ	
1.3 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό αριθμό	32	1ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ	49
1.4 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο αριθμό	40	Math test	51

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΕΙΣΩΣΕΙΣ, ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

2.1 Η έννοια της μεταβλητής – αλγεβρικές παράστασεις	55	2.5 Ανισώσεις α' βαθμού	89
2.2 Εξισώσεις α' βαθμού	63	ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ	
2.3 Επίλυση τύπων	76	2ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ	103
2.4 Επίλυση προβλημάτων με τη χρήση εξισώσεων	82	Math test	107

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

3.1 Τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού	111	ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ	
3.2 Άρρητοι αριθμοί – Πραγματικοί αριθμοί	120	3ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ	130
3.3 Προβλήματα με άρρητους αριθμούς	128	Math test	132

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

4.1 Η έννοια της συνάρτησης	137	4.5 Η συνάρτηση $y = \frac{a}{x}$ – Η υπερβολή	187
4.2 Καρτεσιανές συντεταγμένες- Γραφική παράσταση συνάρτησης	147	ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ	
4.3 Η συνάρτηση $y = ax$	163	4ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ	197
4.4 Η συνάρτηση $y = ax + \beta$	176	Math test	202

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

5.1 Βασικές έννοιες της στατιστικής: Πληθυσμός – Δείγμα	209	5.4 Ομαδοποίηση παρατηρήσεων	237
5.2 Γραφικές παραστάσεις	214	5.5 Μέση τιμή - Διάμεσος	243
5.3 Κατανομή συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων	226	ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ	
		5ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ	252
		Math test	255

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ – ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΕΜΒΑΔΑ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

6.1 Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας – Μονάδες μετρησης επιφανειών	263
6.3 Εμβαδά επίπεδων σχημάτων	270
6.4 Πυθαγόρειο Θεώρημα	283

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ 6ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ	295
Math test	299

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

7.1 Εφαπτομένη οξείας γωνίας	303
7.2 Ημίτονο και συνημίτονο οξείας γωνίας	314
7.3 Μεταβολές ημιτόνου, συνημιτόνου και εφαπτομένης	325

7.4 Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των γωνιών 30° , 45° και 60°	329
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ 7ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ	339
Math test	343

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΥΚΛΟΥ

8.1 Εγγεγραμμένες γωνίες	349
8.2 Κανονικά πολύγωνα	359
8.3 Μήκος κύκλου	369
8.4 Μήκος τόξου	376
8.5 Εμβαδόν κυκλικού δίσκου	383

8.6 Εμβαδόν κυκλικού τομέα	391
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ 8ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ	398
Math test	403

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9: ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΤΕΡΕΑ – ΜΕΤΡΗΣΗ ΣΤΕΡΕΩΝ

9.1 Ευθείες και επίπεδα στον χώρο	407
9.2 Στοιχεία και εμβαδόν πρίσματος και κυλίνδρου	415
9.3 Όγκος πρίσματος και κυλίνδρου	425
9.4 Η πυραμίδα και τα στοιχεία της	433

9.5 Ο κώνος και τα στοιχεία του	441
9.6 Η σφαίρα και τα στοιχεία της	447
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ 9ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ	453
Math test	456

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΣΕ ΟΛΗ ΤΗΝ ΥΛΗ

Ασκήσεις	461
Θέματα προαγωγικών εξετάσεων	468
Πίνακες τριγωνομετρικών αριθμών	474
Πίνακας γεωμετρικών σχημάτων με τους τύπους των περιμέτρων (L) και των εμβαδών τους (E)	476
Πίνακας των βασικών στερεών με τους τύπους των εμβαδών (E) και των όγκων τους (V)	478

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ	481
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ	565

AVALEBBPA

Οι ρητοί αριθμοί

1.1 ΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

A. Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί

Σύμφωνα με τον Παγκόσμιο Μετεωρολογικό Οργανισμό, η πιο υψηλή θερμοκρασία που έχει καταγραφεί στον πλανήτη είναι 56,7 βαθμοί Κελσίου (καλοκαίρι 1913, Κοιλάδα του Θανάτου, στην Καλιφόρνια) και η χαμηλότερη είναι $-89,2$ βαθμοί Κελσίου (21 Ιουλίου 1983, Λίμνη Βοστόκ στην Ανταρκτική). Παρατηρούμε ότι για τη χαμηλή θερμοκρασία χρησιμοποιήσαμε το σύμβολο « $-$ ».

ΠΡΟΣΗΜΟ

Πρόσημα λέγονται τα σύμβολα « $+$ » (συν) και « $-$ » (πλην).

ΘΕΤΙΚΟΙ ΚΑΙ ΑΡΝΗΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Θετικοί λέγονται οι αριθμοί που έχουν **μπροστά** τους το πρόσημο « $+$ » ή **δεν έχουν πρόσημο**.

Αρνητικοί λέγονται οι αριθμοί που έχουν **μπροστά** τους το πρόσημο « $-$ ».

Το **μηδέν** **δεν έχει πρόσημο**, δηλαδή δεν είναι ούτε θετικός ούτε αρνητικός αριθμός.

ΟΜΟΣΗΜΟΙ – ΕΤΕΡΟΣΗΜΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Ομόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν το **ίδιο πρόσημο**.

Ετερόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν **διαφορετικό πρόσημο**.

Παραδείγματα

1. Να βρείτε ποιοι από τους αριθμούς $-5, \frac{4}{5}, -\frac{6}{7}, 0, +8, 3, 7, -4, 2$ είναι **α. θετικοί και β. αρνητικοί**.

Λύση

α. Θετικοί είναι οι αριθμοί $\frac{4}{5}, +8, 3, 7$.

β. Αρνητικοί είναι οι αριθμοί $-5, -\frac{6}{7}, -4, 2$.

2. Να βρείτε ποιοι από τους αριθμούς $-1, 4, 6, -9, -11, 7$ είναι:

α. Ομόσημοι του 5 **β. Ομόσημοι του -7**

γ. Ετερόσημοι του 2 **δ. Ετερόσημοι του -3**

Λύση

- α. Ομόσημοι του 5 είναι οι αριθμοί 4, +6, 7.
- β. Ομόσημοι του -7 είναι οι αριθμοί -1, -9, -11.
- γ. Ετερόσημοι του 2 είναι οι αριθμοί -1, -9, -11.
- δ. Ετερόσημοι του -3 είναι οι αριθμοί 4, +6, 7.

B. Φυσικοί, ακέραιοι και ρητοί αριθμοί

ΟΡΙΣΜΟΙ

Φυσικοί αριθμοί είναι οι: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...

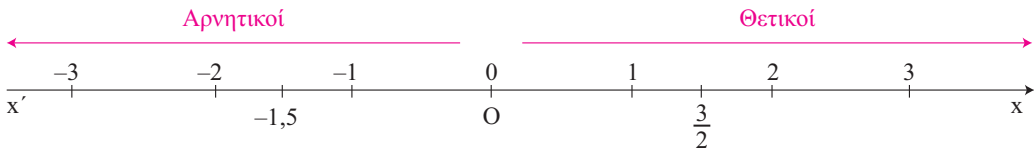
Ακέραιοι αριθμοί είναι οι φυσικοί αριθμοί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς:

$$\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

Ρητοί αριθμοί λέγονται οι αριθμοί που μπορούν να γραφούν στη μορφή $\frac{\mu}{\nu}$ όπου μ , ν είναι ακέραιοι και $\nu \neq 0$.

Οι φυσικοί, τα κλάσματα και οι δεκαδικοί (εκτός από εκείνους που έχουν άπειρα δεκαδικά ψηφία και δεν είναι περιοδικοί) με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς είναι ρητοί.

Παράσταση των ρητών αριθμών σε σημεία μιας ευθείας: Αν θεωρήσουμε αριστερά από την αρχή Ο του ημιάξονα Οχ των αριθμών, τον αντικείμενό του ημιάξονα Οχ', μπορούμε να παραστήσουμε τους αρνητικούς αριθμούς σε συμμετρικά σημεία, ως προς Ο, των αντίστοιχων σημείων που παριστάνουν τους θετικούς αριθμούς. Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να βρούμε σημεία που να παριστάνουν κλασματικούς ή δεκαδικούς αριθμούς.



Τετμημένη σημείου

Η θέση ενός σημείου πάνω σε μια ευθεία ορίζεται με έναν αριθμό που ονομάζεται **τετμημένη του σημείου**.

Παράδειγμα

Να βρείτε ποιοι από τους αριθμούς $\frac{2}{5}$, -3, 124, 21, 0, $-\frac{6}{11}$, 0,23, -10 είναι:

- α. φυσικοί
- β. ακέραιοι
- γ. ρητοί

Λύση

- α. Φυσικοί είναι οι αριθμοί 21, 0.
- β. Ακέραιοι είναι οι αριθμοί 21, 0, -10.
- γ. Ρητοί είναι όλοι οι αριθμοί που δίνονται.

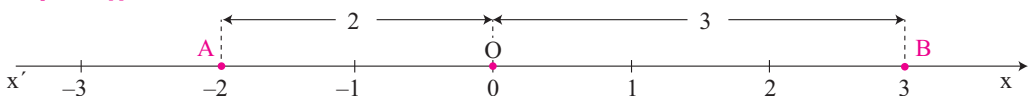
Γ. Η απόλυτη τιμή των ρητών αριθμών

ΟΡΙΣΜΟΣ

Η **απόλυτη τιμή** ενός ρητού αριθμού εκφράζει την **απόσταση** του σημείου με τετμημένη a **από την αρχή O** του άξονα και συμβολίζεται με $|a|$.

Η **απόλυτη τιμή** ενός ρητού αριθμού a δεν είναι ποτέ αρνητικός αριθμός, δηλαδή $|a| \geq 0$.

Παράδειγμα



Το σημείο A, με τετμημένη -2 , απέχει 2 μονάδες από την αρχή O , δηλαδή $|-2| = 2$.

Το σημείο B, με τετμημένη 3 , απέχει 3 μονάδες από την αρχή O , δηλαδή $|3| = 3$.

Δ. Ο αντίθετος ενός ρητού αριθμού

ΟΡΙΣΜΟΣ

Αντίθετοι ονομάζονται δύο αριθμοί που είναι **ετερόσημοι** και έχουν **ίδια απόλυτη τιμή**.

Ο αντίθετος του αριθμού a είναι ο $-a$.

Σημειώσεις

- Η **απόλυτη τιμή** ενός θετικού αριθμού είναι ο **ίδιος ο αριθμός**.
- Η **απόλυτη τιμή** ενός αρνητικού αριθμού είναι ο **αντίθετός του**.
- Η **απόλυτη τιμή** του **μηδενός** είναι **0**.

Παραδείγματα

1. Να βρείτε τους αντίθετους των αριθμών:

- α. $+5$ β. -12 γ. $\frac{3}{7}$ δ. $-4,7$

Λύση

- α. Ο αντίθετος του $+5$ είναι ο $-(+5) = -5$.
 β. Ο αντίθετος του -12 είναι ο $-(-12) = 12$.
 γ. Ο αντίθετος του $\frac{3}{7}$ είναι ο $-\frac{3}{7}$.
 δ. Ο αντίθετος του $-4,7$ είναι ο $-(-4,7) = 4,7$.

2. Να βρείτε τις παρακάτω απόλυτες τιμές:

- α. $|+7|$ β. $|-9|$ γ. $|13|$ δ. $|0|$

Λύση

α. $|+7| = 7$ β. $|-9| = -(-9) = 9$
 γ. $|13| = 13$ δ. $|0| = 0$

3. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω αριθμών:

α. $-|+6|$ β. $-|25|$ γ. $-|-5|$

Λύση

α. $|+6| = 6$, άρα $-|+6| = -6$
 β. $|25| = 25$, άρα $-|25| = -25$
 γ. $|-5| = 5$, άρα $-|-5| = -5$

4. Να βρείτε τους αριθμούς που έχουν απόλυτη τιμή 24.

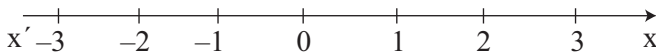
Λύση

Γνωρίζουμε ότι οι αντίθετοι αριθμοί έχουν ίδια απόλυτη τιμή, δηλαδή $|24| = |-24| = 24$.
 Άρα οι ζητούμενοι αριθμοί είναι ο 24 και ο -24.

Ε. Σύγκριση ρητών αριθμών

• **Γενικά**

Ο **μεγαλύτερος** από δύο ρητούς αριθμούς είναι εκείνος που βρίσκεται **δεξιότερα** από τον άλλο πάνω στον άξονα.



Κάθε θετικός αριθμός είναι μεγαλύτερος από κάθε αρνητικό.

• **Με το μηδέν**

Ένας **θετικός** αριθμός είναι **μεγαλύτερος από το μηδέν**, δηλαδή, αν a θετικός, τότε $a > 0$.

Ένας **αρνητικός** αριθμός είναι **μικρότερος από το μηδέν**, δηλαδή, αν a αρνητικός, τότε $a < 0$.

• **Μεταξύ δύο θετικών αριθμών**

Ο **μεγαλύτερος** από δύο θετικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη **μεγαλύτερη απόλυτη τιμή**.

• **Μεταξύ δύο αρνητικών αριθμών**

Ο **μεγαλύτερος** από δύο αρνητικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη **μικρότερη απόλυτη τιμή**.

Παραδείγματα

1. Να συγκρίνετε τους παρακάτω αριθμούς:

α. +5 και -7 β. 3 και 0 γ. -9 και 0 δ. +1 και 12 ε. -2 και -4

Λύση

- α. $+5 > -7$, γιατί ο $+5$ είναι θετικός και ο -7 αρνητικός.
 β. $3 > 0$, γιατί ο 3 είναι θετικός.
 γ. $-9 < 0$, γιατί ο -9 είναι αρνητικός.
 δ. $+1 < 12$, γιατί οι $+1$ και 12 είναι θετικοί με $|+1| = 1$, $|12| = 12$ και $1 < 12$.
 ε. $-2 > -4$, γιατί οι -2 και -4 είναι αρνητικοί με $|-2| = 2$, $|-4| = 4$ και $2 < 4$.
2. Να γράψεις τους αριθμούς $-10, 15, +2, -3, 0, 10, -16$ σε:
- α. αύξουσα σειρά (δηλαδή από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο),
 β. φθίνουσα σειρά (δηλαδή από τον μεγαλύτερο στον μικρότερο).

Λύση

- α. $-16 < -10 < -3 < 0 < +2 < 10 < 15$
 β. $15 > 10 > +2 > 0 > -3 > -10 > -16$
3. Να συμπληρώσεις με το κατάλληλο σύμβολο $<, >, =$ τα κενά:
- α. $+4 \dots -(+6)$ β. $3 \dots |6|$ γ. $-8 \dots -(+8)$ δ. $-10 \dots -(-10)$
 ε. $|20| \dots |-20|$ στ. $13 \dots -|+11|$ ζ. $1 \dots -|-21|$ η. $-3 \dots |14|$
 θ. $|-2| \dots -|2|$ ι. $-|-6| \dots 0$

Λύση

- α. $-(+6) = -6$ και $+4 > -6$, άρα $+4 > -(+6)$
 β. $|6| = 6$ και $3 < 6$, άρα $3 < |6|$
 γ. $-(+8) = -8$ και $-8 = -8$, άρα $-8 = -(+8)$
 δ. $-(-10) = 10$ και $-10 < 10$, άρα $-10 < -(-10)$
 ε. $|20| = |-20| = 20$, άρα $|20| = |-20|$
 στ. $-|+11| = -11$ και $13 > -11$, άρα $13 > -|+11|$
 ζ. $-|-21| = -21$ και $1 > -21$, άρα $1 > -|-21|$
 η. $|14| = 14$ και $-3 < 14$, άρα $-3 < |14|$
 θ. $|-2| = 2$, $-|2| = -2$ και $2 > -2$, άρα $|-2| > -|2|$
 ι. $-|-6| = -6$ και $-6 < 0$, άρα $-|-6| < 0$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1. Να χαρακτηρίσετε ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:
- α. Ομόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν θετικό πρόσημο.
 β. Κάθε ακέραιος αριθμός είναι ρητός.
 γ. Οι ρητοί αριθμοί χωρίζονται σε αρνητικούς και σε θετικούς αριθμούς.
 δ. Οι ακέραιοι αριθμοί είναι ρητοί.
 ε. Τετμημένη ενός σημείου ονομάζουμε τον αριθμό που καθορίζει τη θέση του πάνω στην ευθεία των ρητών αριθμών.

στ. Τη σχέση $-2 < x \leq 3$ την επαληθεύουν πέντε ακέραιοι αριθμοί.

ζ. Τη σχέση $0 \leq x \leq 2$ την επαληθεύουν τρεις ρητοί αριθμοί.

η. Η απόλυτη τιμή κάθε αριθμού είναι θετικός αριθμός.

θ. Από τη σχέση $|a| = |b|$ συμπεραίνουμε ότι $a = b$.

ι. Αντίθετοι λέγονται δύο αριθμοί που έχουν αντίθετες απόλυτες τιμές.

ια. Από τη σχέση $a < b$ συμπεραίνουμε ότι $|a| < |b|$.

ιβ. Ο αντίθετος του αριθμού a συμβολίζεται με $-a$ και είναι αρνητικός αριθμός.

2. α. Να αντιστοιχίσετε σε καθένα από τα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ και Ι του άξονα (Στήλη Α), έναν από τους αριθμούς του πίνακα (Στήλη Β):

Στήλη Α									
Α	Β	Γ	Δ	Ε	Ζ	Θ	Η	Ι	Κ
-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6

α.	β.	γ.	δ.	ε.	στ.	ζ.	η.	θ.
$-\frac{3}{2}$	3,3	$\frac{9}{2}$	$-\frac{13}{5}$	-3,3	$-\frac{3}{5}$	0,8	$\frac{3}{2}$	2,6

Α.	Β.	Γ.	Δ.	Ε.	Ζ.	Η.	Θ.	Ι.

β. Από τα παραπάνω σημεία να προσδιορίσετε τα ζεύγη που είναι συμμετρικά ως προς την αρχή του άξονα.

3. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, έτσι ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

α. Απόλυτη τιμή ενός αριθμού ονομάζουμε την του σημείου, που καθορίζει ο αριθμός πάνω στον άξονα, από την του άξονα.

β. Αντίθετους ονομάζουμε δύο αριθμούς που είναι και έχουν την απόλυτη τιμή.

γ. Δύο αριθμοί που είναι ή έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.

δ. Όταν για τους αριθμούς a και b ισχύει η σχέση $a < b < 0$, τότε για τις απόλυτες τιμές των a και b ισχύει η σχέση $|a| \dots |b|$.

ε. Αν ο θ είναι ένας θετικός αριθμός, τότε από την ισότητα $|x| = \theta$ προκύπτει ότι $x = \dots$ ή $x = \dots$.

4. Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

a	2	-1		-1,75	0,01	
-a			-2,55	1,75		-0,101
 a 				1,75		
 -a 				1,75		

5. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, έτσι ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

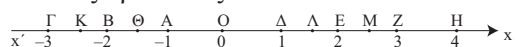
α. Ο αντίθετος του αριθμού $\frac{11}{12}$ είναι ο αριθμός και η απόλυτη τιμή του είναι ο αριθμός

β. Ο αντίθετος του αριθμού $-\frac{12}{11}$ είναι ο αριθμός και η απόλυτη τιμή του είναι ο αριθμός

γ. Όταν η απόλυτη τιμή ενός αριθμού a είναι ο αριθμός $\frac{1111}{1000}$, τότε ο αριθμός a είναι ο ή ο

δ. Από την ισότητα $|a| = 0,22$ προκύπτει ότι $a = \dots$ ή $a = \dots$.

6. Με τα στοιχεία που είναι σημειωμένα στον παρακάτω άξονα να χαρακτηρίσετε ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ) καθεμία από τις προτάσεις που ακολουθούν:



α. Τα σημεία Λ και Κ έχουν ετερόσημες τετμημένες.

β. Τα σημεία Λ και Θ έχουν αντίθετες τετμημένες.

γ. Τα σημεία Β και Γ έχουν ομόσημες τετμημένες.

δ. Οι αριθμοί που αντιστοιχούν στα σημεία Α και Δ είναι αντίθετοι.

ε. Οι αριθμοί που αντιστοιχούν στα σημεία Κ και Μ έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.

στ. Ο αριθμός που αντιστοιχεί στο Β είναι μεγαλύτερος από αυτόν που αντιστοιχεί στο Γ.

ζ. Ο αριθμός που αντιστοιχεί στο Κ είναι μεγαλύτερος από αυτόν που αντιστοιχεί στο Θ.

η. Ο αριθμός που αντιστοιχεί στο Δ είναι μεγαλύτερος από αυτόν που αντιστοιχεί στο Α.

θ. Το άθροισμα των αριθμών που αντιστοιχούν στα σημεία Β και Δ είναι αρνητικός αριθμός.

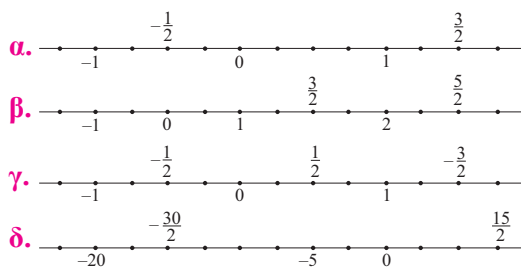
ι. Το άθροισμα των αριθμών που αντιστοιχούν στα σημεία Κ και Θ είναι αρνητικός αριθμός.

ια. Το άθροισμα των αριθμών που αντιστοιχούν στα σημεία Β, Α και Ζ είναι αρνητικός αριθμός.

ιβ. Το άθροισμα των αριθμών που αντιστοιχούν στα σημεία Γ, Β και Η είναι αρνητικός αριθμός.

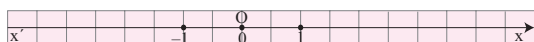
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

7. Στο σχήμα που ακολουθεί έχουμε τέσσερις ευθείες, πάνω στις οποίες έχουμε αντιστοιχίσει ρητούς αριθμούς. Σε ποιες από αυτές, η αντιστοίχιση μας οδηγεί στη δημιουργία άξονα;



8. α. Να σημειώσετε στον άξονα $x'Ox$ τα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ και Ι, με τετμημένες:

$$-5, \frac{9}{2}, -3,5, -0,6, -\frac{8}{5}, \frac{4}{5}, \frac{7}{4}, 1,8 \text{ και } -\frac{5}{2}$$



β. Αν συμβολίσουμε με το γράμμα d , γενικά, την απόσταση ενός οποιουδήποτε από τα παραπάνω σημεία, από την αρχή Ο του άξονα και με το γράμμα x , γενικά, έναν από τους παραπάνω αριθμούς, τότε να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

x	-5	$\frac{9}{2}$	-3,5	-0,6	$-\frac{8}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{4}$	1,8	$-\frac{5}{2}$
d					$\frac{8}{5}$				
$-x$					$\frac{8}{5}$		$-\frac{7}{4}$		
$ x $							$\frac{7}{4}$		
$ -x $							$\frac{7}{4}$		

9. Σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις να βρείτε τους αριθμούς που έχουν απόλυτη τιμή:

α. 1 **β.** $\frac{9}{10}$ **γ.** 13,5 **δ.** 0 **ε.** 5,05

10. Στον άξονα του σχήματος να επιλέξετε μονάδα και να σημειώσετε τα σημεία με τετμημένες $-30, 35, -24, -6, 8, 28, 40$ και -35 .



11. Να συγκρίνετε τους δύο αριθμούς και τις απόλυτες τιμές τους, σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

α. $1,5$ και $\frac{5}{3}$ **β.** $-\frac{7}{8}$ και -1

γ. $\frac{10}{9}$ και $-\frac{10}{9}$ **δ.** 4 και -5

ε. $\frac{15}{4}$ και -3

12. α. Σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις να βρείτε όλες τις τιμές που μπορεί να πάρει ο ακέραιος αριθμός x .

i. $1 < x \leq 5$

ii. $-7 < x < -3$

iii. $-4 \leq x \leq \frac{1}{2}$

iv. $-0,75 \leq x \leq 0,999$

v. $2017 \leq x \leq 2019$

β. Υπάρχουν ακέραιοι αριθμοί για τους οποίους ισχύουν και η σχέση ii. και η σχέση iii.;

γ. Υπάρχουν ακέραιοι αριθμοί για τους οποίους ισχύουν και η σχέση iii. και η σχέση iv.;

13. Να βρείτε για ποιους ρητούς αριθμούς ισχύει καθεμία από τις παρακάτω σχέσεις:

α. $x - |x| = 0$

β. $x + |x| = 0$

γ. $|x| \geq 0$

δ. $|x| > 0$

ε. $|x| = |-x|$

14. α. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός	2	-1					-5
Αντίθετος του αριθμού			4			-3	
Απόλυτη τιμή του αριθμού		1					
Απόλυτη τιμή του αντίθετου			3,5				

β. Ποια σχέση έχουν οι απόλυτες τιμές δύο αντίθετων αριθμών;

15. Να υπολογίσετε την τιμή καθεμίας από τις παρακάτω παραστάσεις:

$A = -1 + |-1| - 2 + |-2| - 3 + |-3| - 4 + |-4| - \dots - 50 + |-50|$

πλήθος όρων: 100

$B = 1 - |-1| + 1 - |-1| + 1 - |-1| + 1 - |-1| + 1 - |-1| \dots$

πλήθος όρων: 50

$\Gamma = 1 - |-1| + 1 - |-1| + 1 - |-1| + 1 - |-1| + 1 - |-1| \dots$

πλήθος όρων: 51

$\Delta = \dots - 5 - 4 - 3 - 2 - 1 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots$

πλήθος όρων: 999

πλήθος όρων: 1000