

Τα βιβλία των Εκδόσεων Πουκαμισάς συμπυκνώνουν την πολύχρονη διδακτική εμπειρία των συγγραφέων μας και αποτελούν το βασικό εκπαιδευτικό υλικό που χρησιμοποιούν οι μαθητές των φροντιστηρίων μας. Μέσα από τη διαρκή τους αξιοποίηση στις τάξεις μας διασφαλίζουμε τον εμπλουτισμό τους, τη συνεχή τους βελτίωση και την επιστημονική τους αρτιότητα, καθιστώντας τα βιβλία των Εκδόσεών μας εγγύηση για την επιτυχία των μαθητών.



εκδόσεις

ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ

ΤΑ **ΒΙΒΛΙΑ** ΤΩΝ **ΕΠΙΤΥΧΙΩΝ**

ΝΙΚΟΣ ΤΑΣΟΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ



εκδόσεις

ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ

Κάθε γνήσιο αντίτυπο φέρει την υπογραφή του συγγραφέα



Σειρά: ΓΥΜΝΑΣΙΟ | Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου
Νίκος Τάσος
ISBN: 978-618-5325-21-3

Επιμέλεια κειμένου: Γωγώ Κουτσούγερα
Σχεδιασμός έκδοσης: Μαθβίνα Κότο
Σελιδοποίηση: Μαθβίνα Κότο
Συμπληρωματική σελιδοποίηση: Γεωργία Λαμπροπούλου, Μαρία Δαθάκα
Σχεδιασμός εξωφύλλου: Αλέξανδρος Γιαννακούλης
Εικόνα εξωφύλλου: Shutterstock
Υπεύθυνη έκδοσης: Μαθβίνα Κότο

Copyright 2018 © ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ, Νίκος Τάσος για την ελληνική γλώσσα σε όλο τον κόσμο

Κυκλοφορία έκδοσης: Σεπτέμβριος 2018

Επικοινωνία με συγγραφέα: nikotaso@yahoo.gr | 6944 34 34 15

Απαγορεύεται η με οποιονδήποτε τρόπο, μέσο και μέθοδο αναδημοσίευση, αναπαραγωγή, μετάφραση, διασκευή, θέση σε κυκλοφορία, παρουσίαση, διανομή και η εν γένει πάσης φύσεως χρήση και εκμετάλλευση του παρόντος έργου στο σύνολό του ή τμηματικά, καθώς και της ολικής αισθητικής εμφάνισης του βιβλίου (στοιχειοθεσία, σελιδοποίησης κ.λπ.) και του εξωφύλλου του, σύμφωνα με τις διατάξεις της υπάρχουσας νομοθεσίας περί προστασίας πνευματικής ιδιοκτησίας και των συγγενικών δικαιωμάτων περιλαμβανομένων και των σχετικών διεθνών συμβάσεων.

Αριθμός έκδοσης: 1n | Αριθμός αντιτύπων: 1200



εκδόσεις
ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ

Λ. Βουλιαγμένης 46 & Αλεξιοπούλεως, ΤΚ 164 52 Αργυρούπολη
www.ekdoseispoukamisas.gr | info@ekdoseispoukamisas.gr | Τ. 210 4112507

Περιεχόμενα

ΜΕΡΟΣ Α΄ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ – ΑΛΓΕΒΡΑ

Κεφάλαιο 1: Οι φυσικοί αριθμοί

1.1 Φυσικοί αριθμοί – Διάταξη φυσικών – Στρογγυλοποίηση	13
1.2 Πρόσθεση, αφαίρεση και πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών	27
1.3 Δυνάμεις φυσικών αριθμών	43
1.4 Ευκλείδεια διαίρεση – Διαιρετότητα	55
1.5 Χαρακτήρες διαιρετότητας – ΜΚΔ – ΕΚΠ – Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων	65
Επαναληπτικό κριτήριο αξιολόγησης 1ου κεφαλαίου	86

Κεφάλαιο 2: Τα κλάσματα

2.1 Η έννοια του κλάσματος	91
2.2 Ισοδύναμα κλάσματα	107
2.3 Σύγκριση κλασμάτων	123
2.4 Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων	135
2.5 Πολλαπλασιασμός κλασμάτων	155
2.6 Διαίρεση κλασμάτων	173
Επαναληπτικό κριτήριο αξιολόγησης 2ου κεφαλαίου	189

Κεφάλαιο 3: Δεκαδικοί αριθμοί

3.1 Δεκαδικά κλάσματα – Δεκαδικοί αριθμοί – Διάταξη δεκαδικών αριθμών – Στρογγυλοποίηση	193
3.2 Πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς – Δυνάμεις με βάση δεκαδικό αριθμό	211
3.3 Υπολογισμοί με τη βοήθεια υπολογιστή τσέπης	225
3.4 Τυποποιημένη μορφή μεγάλων αριθμών	227
3.5 Μονάδες μέτρησης	231
Επαναληπτικό κριτήριο αξιολόγησης 3ου κεφαλαίου	249

Κεφάλαιο 4: Εξισώσεις και προβλήματα

4.1 Η έννοια της εξίσωσης – Οι εξισώσεις: $\alpha + x = \beta$, $x - \alpha = \beta$, $\alpha - x = \beta$, $\alpha \cdot x = \beta$, $\alpha : x = \beta$ και $x : \alpha = \beta$	253
4.2 – 4.3 Επίλυση προβλημάτων – Παραδείγματα επίλυσης προβλημάτων	273
Επαναληπτικό κριτήριο αξιολόγησης 4ου κεφαλαίου	279

Κεφάλαιο 5: Ποσοστά

5.1 Ποσοστά	283
5.2 Προβλήματα με ποσοστά	299
Επαναληπτικό κριτήριο αξιολόγησης 5ου κεφαλαίου	311

Κεφάλαιο 7: Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί

7.1 Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί (Ρητοί αριθμοί) – Η ευθεία των ρητών – Τετμημένη σημείου	315
7.2 Απόλυτη τιμή ρητού – Αντίθετοι ρητοί – Σύγκριση ρητών	325
7.3 Πρόσθεση ρητών αριθμών	339
7.4 Αφαίρεση ρητών αριθμών	351
7.5 Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών	365

7.6 Διαίρεση ρητών αριθμών	381
7.7 Δεκαδική μορφή ρητών αριθμών	395
7.8 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό	401
Επαναληπτικό κριτήριο αξιολόγησης 7ου κεφαλαίου	415

ΜΕΡΟΣ Β' ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Κεφάλαιο 1: Βασικές γεωμετρικές έννοιες

1.1 Σημείο – Ευθύγραμμο τμήμα – Ευθεία – Ημιευθεία – Επίπεδο – Ημιεπίπεδο	421
1.2 Γωνία – Γραμμή – Επίπεδα σχήματα – Ευθύγραμμα σχήματα – Ίσα σχήματα	431
1.3 Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα ευθυγράμμων τμημάτων – Απόσταση σημείων Μέσο ευθύγραμμου τμήματος	439
1.4 Πρόσθεση και αφαίρεση ευθυγράμμων τμημάτων	451
1.5 Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα γωνιών – Διχοτόμος γωνίας	461
1.6 Είδη γωνιών – Κάθετες ευθείες	471
1.7 Εφεξής και διαδοχικές γωνίες – Άθροισμα γωνιών	483
1.8 Παραπληρωματικές και συμπληρωματικές γωνίες – Κατακορυφήν γωνίες	489
1.9 Θέσεις ευθειών στο επίπεδο	499
1.10 Απόσταση σημείου από ευθεία – Απόσταση παραλλήλων	505
1.11 Κύκλος και στοιχεία του κύκλου	511
1.12 Επίκεντρη γωνία – Σχέση επίκεντρης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου – Μέτρηση τόξου	521
1.13 Θέσεις ευθείας και κύκλου	529
Επαναληπτικό κριτήριο αξιολόγησης 1ου κεφαλαίου	540

Κεφάλαιο 2: Συμμετρία

2.1 Συμμετρία ως προς άξονα	545
2.2 Άξονας συμμετρίας	553
2.3 Μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος	557
2.4 Συμμετρία ως προς σημείο	565
2.5 Κέντρο συμμετρίας	571
2.6 Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μία άλλη ευθεία	575
Επαναληπτικό κριτήριο αξιολόγησης 2ου κεφαλαίου	585

Κεφάλαιο 3: Τρίγωνα – Παραλληλόγραμμο – Τραπεζία

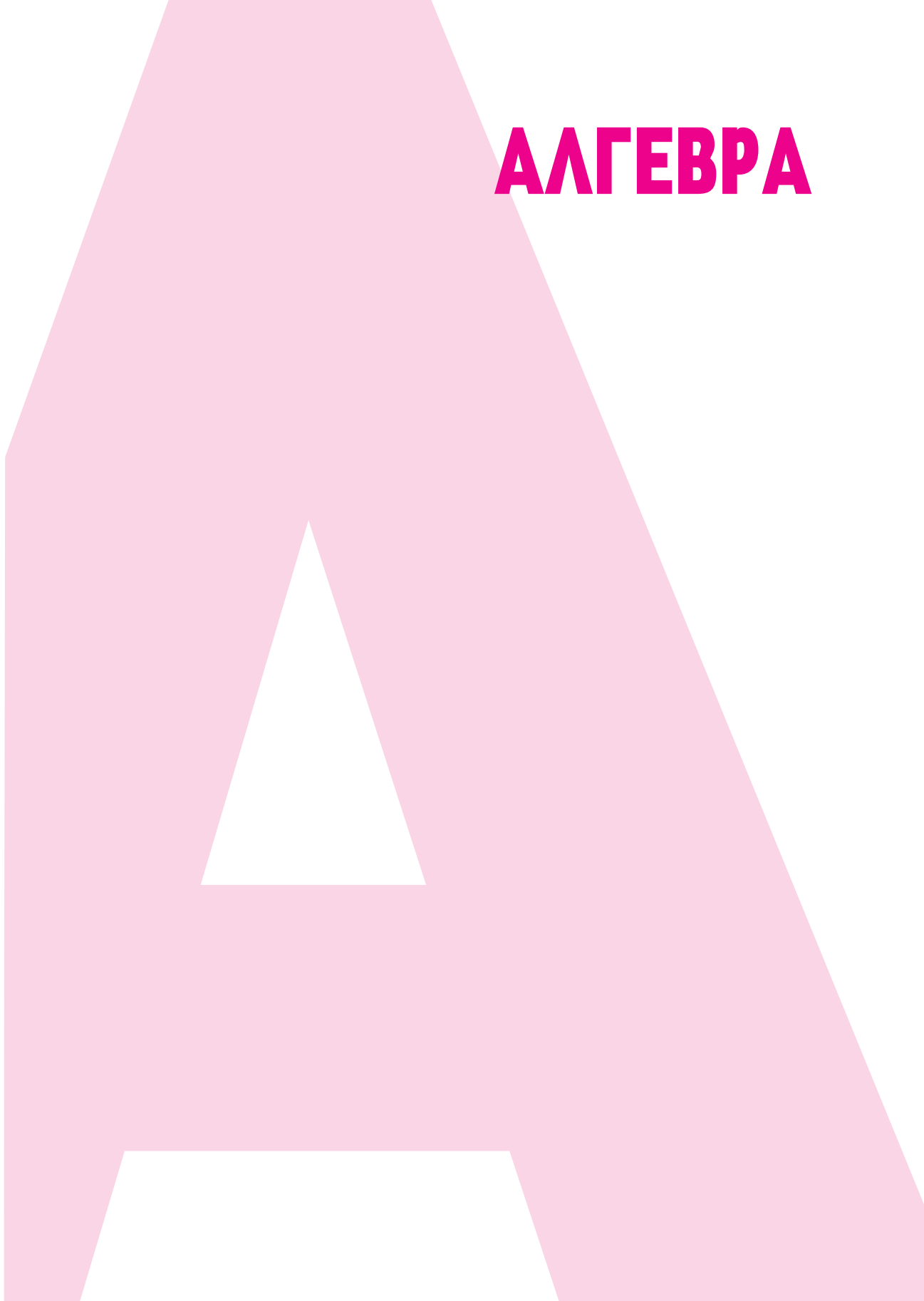
3.1 Στοιχεία τριγώνου – Είδη τριγώνων	589
3.2 Άθροισμα γωνιών τριγώνου – Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου	597
3.3 Παραλληλόγραμμο – Ορθογώνιο – Ρόμβος – Τετράγωνο – Τραπεζίο – Ισοσκελές τραπέζιο	609
3.4 Ιδιότητες: Παραλληλογράμμου – Ορθογωνίου – Ρόμβου – Τετραγώνου – Τραπεζίου – Ισοσκελούς τραπέζιου	615
Επαναληπτικό κριτήριο αξιολόγησης 3ου κεφαλαίου	625

Επανάληψη σε όλη την ύλη

Ερωτήσεις θεωρίας	629
Επαναληπτικές ασκήσεις	636
Επαναληπτικά κριτήρια αξιολόγησης	657

Απαντήσεις – Υποδείξεις – Λύσεις των ασκήσεων του βιβλίου	669
---	-----

Απαντήσεις ασκήσεων σχολικού βιβλίου	743
--	-----

A large, stylized, light pink letter 'A' serves as the background for the entire page. It is positioned on the left side, with its right edge extending towards the center. The letter is composed of two main triangular shapes meeting at a point at the top, with a smaller triangular cutout in the middle. The overall design is minimalist and modern.

АЛГЕБРА

Κεφάλαιο 1

Οι φυσικοί αριθμοί

ΘΕΩΡΙΑ ΣΕ ΜΟΡΦΗ ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ – ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

1. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται φυσικοί;

Απάντηση

Οι αριθμοί:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., 98, 99, 100, ..., 1999, 2000, 2001, ...

ονομάζονται **φυσικοί αριθμοί**.

Αξίζει να προσέξουμε

- α.** Κάθε φυσικός αριθμός έχει έναν **επόμενο** και έναν **προηγούμενο** φυσικό αριθμό, εκτός από το 0 που έχει μόνο επόμενο, το 1.
- β.** Το **πλήθος** των φυσικών αριθμών είναι **άπειρο**.
- γ.** Αν ένας φυσικός αριθμός προκύπτει από τον προηγούμενό του με αύξηση κατά 1 μονάδα, τότε οι αριθμοί αυτοί ονομάζονται **διαδοχικοί**. Για παράδειγμα, οι αριθμοί 8, 9 ονομάζονται **διαδοχικοί**.
- δ.** Μεταξύ δύο διαδοχικών φυσικών αριθμών δεν υπάρχει άλλος φυσικός αριθμός.
- ε.** Το **πλήθος** των διαδοχικών φυσικών αριθμών που υπάρχουν **από τον αριθμό α μέχρι και τον αριθμό β** είναι $\beta - \alpha + 1$.
- στ.** Το **πλήθος** των διαδοχικών φυσικών αριθμών που υπάρχουν **ανάμεσα στους αριθμούς α και β** είναι $\beta - \alpha - 1$.

Παραδείγματα

- α.** Ο επόμενος του 17 είναι ο 18 και ο προηγούμενος του 17 είναι ο 16.
- β.** Το πλήθος των αριθμών από το 20 μέχρι και το 35 είναι $35 - 20 + 1 = 16$.
- γ.** Το πλήθος των αριθμών ανάμεσα στο 20 και το 35 είναι $35 - 20 - 1 = 14$.

2. Ποιοι φυσικοί αριθμοί ονομάζονται άρτιοι και ποιοι περιττοί;

Απάντηση

Άρτιοι (ζυγοί) λέγονται οι φυσικοί αριθμοί που διαιρούνται με το 2, δηλαδή οι:

0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...

Περιττοί (μονοί) λέγονται οι φυσικοί αριθμοί που δεν διαιρούνται με το 2, δηλαδή οι:

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ...

Αξίζει να προσέξουμε

Οι αριθμοί που τελειώνουν σε 0, 2, 4, 6, 8 είναι άρτιοι, ενώ οι αριθμοί που τελειώνουν σε 1, 3, 5, 7, 9 είναι περιττοί.

Παράδειγμα

Ο αριθμός 982.175 είναι περιττός, γιατί το τελευταίο ψηφίο του είναι το 5, ενώ ο αριθμός 756.294 είναι άρτιος, γιατί το τελευταίο ψηφίο του είναι το 4.

3. Τι είναι το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης;

Απάντηση

Το **δεκαδικό σύστημα αρίθμησης** δίνει τη δυνατότητα να σχηματίζουμε το απεριόριστο πλήθος των φυσικών αριθμών χρησιμοποιώντας μόνο τα δέκα γνωστά ψηφία:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Η δυνατότητα αυτή υπάρχει γιατί η **αξία ενός ψηφίου καθορίζεται και από τη θέση που κατέχει, δηλαδή τη δεκαδική τάξη του** (μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες, χιλιάδες, δεκάδες χιλιάδες, εκατοντάδες χιλιάδες, ...).

Αξίζει να προσέξουμε

- α. • Δέκα μονάδες μας δίνουν μία δεκάδα.
• Δέκα δεκάδες μας δίνουν μία εκατοντάδα.
• Δέκα εκατοντάδες μας δίνουν μία χιλιάδα κτλ.
- β. Σε κάθε φυσικό αριθμό η **αξία του ψηφίου** εξαρτάται από τη **θέση** του.

Παράδειγμα

Ας πάρουμε τον αριθμό 852.135 και ας δούμε την αξία των ψηφίων του.

Εκατοντάδες χιλιάδες	Δεκάδες χιλιάδες	Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες
8	5	2	1	3	5

Θυμηθείτε, επίσης, ότι τον αριθμό 852.135 μπορούμε να τον γράψουμε και ως εξής:

$$800.000 + 50.000 + 2.000 + 100 + 30 + 5$$

ή με τη βοήθεια των δυνάμεων ως εξής:

$$8 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 5$$

4. Τι ονομάζεται διάταξη φυσικών αριθμών;

Απάντηση

Το αποτέλεσμα της **σύγκρισης** δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών ονομάζεται **διάταξη**.

Από τη σύγκριση δύο φυσικών αριθμών α , β μπορούν να προκύψουν τα εξής αποτελέσματα:

- Οι αριθμοί α , β είναι **ίσοι**. Στην περίπτωση αυτή γράφουμε $\alpha = \beta$.
- Οι αριθμοί α , β είναι **άνισοι**. Στην περίπτωση αυτή γράφουμε:
 $\alpha < \beta$, αν ο α είναι μικρότερος από τον β ή ο β είναι μεγαλύτερος από τον α ,
 $\alpha > \beta$, αν ο α είναι μεγαλύτερος από τον β ή ο β είναι μικρότερος από τον α .

Παράδειγμα

Ισχύει ότι $7 = 7$ και $3 < 5$ και $9 > 2$

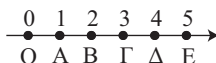
Αξίζει να προσέξουμε

- Οι εκφράσεις $\alpha > \beta$ ή $\alpha < \beta$ ονομάζονται **ανισότητες**, ενώ η έκφραση $\alpha = \beta$ ονομάζεται **ισότητα**.
- Αν διατάξουμε φυσικούς αριθμούς **από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο**, λέμε ότι τους έχουμε διατάξει κατά **αύξουσα σειρά μεγέθους**.
 Για παράδειγμα, $4 < 5 < 6 < 7 < 8 < 9$
 Αν **διατάξουμε** φυσικούς αριθμούς **από τον μεγαλύτερο προς τον μικρότερο**, λέμε ότι τους έχουμε διατάξει κατά **φθίνουσα σειρά μεγέθους**.
 Για παράδειγμα, $12 > 10 > 8 > 6 > 4$
- Για να δηλώσουμε ότι δύο αριθμοί α , β είναι διαφορετικοί, χρησιμοποιούμε το σύμβολο $\neq$ και γράφουμε $\alpha \neq \beta$ (α διάφορο του β).
 Για παράδειγμα, $3 \neq 5$

5. Πώς τοποθετούμε φυσικούς αριθμούς πάνω σε μια ευθεία;

Απάντηση

Η δυνατότητα της διάταξης των φυσικών αριθμών μας επιτρέπει να τους τοποθετήσουμε πάνω σε μια ευθεία γραμμή με τον παρακάτω τρόπο:



- Διαλέγουμε αυθαίρετα ένα σημείο **O** της ευθείας, που το λέμε **αρχή**, για να παραστήσουμε τον αριθμό 0.
- Μετά δεξιά από το σημείο O διαλέγουμε ένα άλλο σημείο **A**, που παριστάνει τον αριθμό 1.
- Με μονάδα μέτρησης το **OA**, βρίσκουμε τα σημεία που παριστάνουν τους αριθμούς: **2, 3, 4, 5, ...**

6. Πώς στρογγυλοποιούμε φυσικούς αριθμούς;

Απάντηση

Πολλές φορές **αντικαθιστούμε** έναν φυσικό αριθμό με μια προσέγγισή του, δηλαδή κάποιον άλλο **λίγο μικρότερο** ή **λίγο μεγαλύτερό του**. Τη διαδικασία αυτή την ονομάζουμε **στρογγυλοποίηση**.

Κεφάλαιο 1

Για να στρογγυλοποιήσουμε έναν φυσικό αριθμό, ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα:

- Προσδιορίζουμε την τάξη στην οποία θα γίνει η στρογγυλοποίηση.
- Εξετάζουμε το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης.
- Αν αυτό είναι **μικρότερο** του **5** (δηλαδή **0, 1, 2, 3 ή 4**), το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων **μηδενίζονται**.
- Αν είναι **μεγαλύτερο ή ίσο** του **5** (δηλαδή **5, 6, 7, 8 ή 9**), το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων αντικαθίστανται από το μηδέν και το ψηφίο της τάξης στρογγυλοποίησης **αυξάνεται κατά 1**.

Παράδειγμα

Θα στρογγυλοποιήσουμε τον αριθμό 254.167 στην εκατοντάδα. Επειδή στην εκατοντάδα είναι ο αριθμός 1 και στη δεκάδα ο αριθμός 6 που είναι μεγαλύτερος από 5, ο στρογγυλοποιημένος αριθμός είναι ο 254.200.

Αξίζει να προσέξουμε

Σε μερικές περιπτώσεις δεν επιτρέπεται να κάνουμε στρογγυλοποιήσεις. Για παράδειγμα, **δεν στρογγυλοποιούμε** τους αριθμούς τηλεφώνου, τους κωδικούς που χρησιμοποιούμε για το διαδίκτυο κτλ.

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ – ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1η ΟΜΑΔΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Ασκήσεις στις οποίες ζητείται να ονομάσουμε έναν φυσικό αριθμό και να προσδιορίσουμε την τάξη των ψηφίων του.

Μέθοδος

- Για να ονομάσουμε έναν αριθμό, τον χωρίζουμε από δεξιά προς τα αριστερά ανά τρία ψηφία.
- Η πρώτη τριάδα αποτελεί τις **μονάδες**, η δεύτερη τις **χιλιάδες**, η τρίτη τα **εκατομμύρια** κτλ.

Χιλιάδες			Δεκάδες			Μονάδες		
Εκατοντάδες εκατομμύρια	Δεκάδες εκατομμύρια	Εκατομμύρια	Εκατοντάδες χιλιάδες	Δεκάδες χιλιάδες	Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες

Άσκηση 1

Να γράψετε σε φυσική γλώσσα τους παρακάτω αριθμούς.

- α. 56.703 β. 234.521 γ. 7.201.614 δ. 36.255.978

Λύση

- α. Πενήντα έξι χιλιάδες επτακόσια τρία.
 β. Διακόσιες τριάντα τέσσερις χιλιάδες πεντακόσια είκοσι ένα.
 γ. Επτά εκατομμύρια διακόσιες μία χιλιάδες εξακόσια δεκατέσσερα.
 δ. Τριάντα έξι εκατομμύρια διακόσιες πενήντα πέντε χιλιάδες εννιακόσια εβδομήντα οκτώ.

Άσκηση 2

Να βρείτε την τάξη του υπογραμμισμένου ψηφίου σε καθέναν από τους παρακάτω αριθμούς.

- α. 703 β. 2.156 γ. 72.210
 δ. 812.247 ε. 56.280.008 στ. 132.080.902

Λύση

- α. εκατοντάδες β. δεκάδες
 γ. χιλιάδες δ. εκατοντάδες χιλιάδες
 ε. μονάδες στ. εκατομμύρια

Να θυμάμαι ότι

Μπορεί ένας αριθμός να δίνεται σε φυσική γλώσσα και να ζητείται να γραφεί με ψηφία.

Άσκηση 3

Να γράψετε με ψηφία τους αριθμούς που δίνονται παρακάτω σε φυσική γλώσσα καθώς και το δεκαδικό τους ανάπτυγμα.

- α. εννιακόσια πενήντα επτά,
 β. δύο χιλιάδες τρία,
 γ. σαράντα επτά χιλιάδες εκατόν ένα,
 δ. εκατόν δύο χιλιάδες τέσσερα,
 ε. τριακόσιες χιλιάδες εβδομήντα πέντε.

Λύση

- α. Ο αριθμός είναι ο 957 και το δεκαδικό του ανάπτυγμα είναι το:

$$9 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 7 \cdot 1$$

 β. Ο αριθμός είναι ο 2.003 και το δεκαδικό του ανάπτυγμα είναι το:

$$2 \cdot 1.000 + 0 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 3 \cdot 1$$

 γ. Ο αριθμός είναι ο 47.101 και το δεκαδικό του ανάπτυγμα είναι το:

$$4 \cdot 10.000 + 7 \cdot 1.000 + 1 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 1 \cdot 1$$

Κεφάλαιο 1

δ. Ο αριθμός είναι ο 102.004 και το δεκαδικό του ανάπτυγμα είναι το:

$$1 \cdot 100.000 + 0 \cdot 10.000 + 2 \cdot 1.000 + 0 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 4 \cdot 1$$

ε. Ο αριθμός είναι ο 300.075 και το δεκαδικό του ανάπτυγμα είναι το:

$$3 \cdot 100.000 + 0 \cdot 10.000 + 0 \cdot 1.000 + 0 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 5 \cdot 1$$

2Η ΟΜΑΔΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Ασκήσεις στις οποίες ζητείται να συγκρίνουμε ή να διατάξουμε αριθμούς.

Μέθοδος

Για να συγκρίνουμε δύο φυσικούς αριθμούς, πρέπει να θυμόμαστε τα εξής:

- Αν δύο φυσικοί αριθμοί δεν έχουν το ίδιο πλήθος ψηφίων, τότε μεγαλύτερος είναι εκείνος με τα περισσότερα ψηφία.
- Αν οι φυσικοί αριθμοί έχουν το ίδιο πλήθος ψηφίων, τότε συγκρίνουμε ένα ένα τα ψηφία ξεκινώντας από **τα αριστερά προς τα δεξιά**.

Άσκηση 4

Να συγκρίνετε τους παρακάτω αριθμούς.

α. 731 και 7310

β. 523.697 και 523.169

Λύση

α. Ο αριθμός 731 έχει 3 ψηφία, ενώ ο αριθμός 7.310 έχει 4 ψηφία. Άρα:

$$731 < 7.310$$

β. Οι αριθμοί έχουν το ίδιο πλήθος ψηφίων, άρα συγκρίνουμε έναν έναν τους αριθμούς ξεκινώντας από τα αριστερά. Τα 3 πρώτα ψηφία είναι τα ίδια και διαφέρουν στο 4ο ψηφίο (εκατοντάδες). Επειδή $6 > 1$, συμπεραίνουμε ότι:

$$523.697 > 523.169$$

$$\boxed{6 > 1}$$

Άσκηση 5

Δίνεται ο αριθμός 593.654. Να τον συγκρίνετε με τον αριθμό που θα προκύψει αν εναλλάξετε το ψηφίο των χιλιάδων με αυτό των μονάδων. Ισχύει πάντα αυτό το συμπέρασμα;

Λύση

Το ψηφίο των χιλιάδων είναι το 3 και των μονάδων είναι το 4. Ο αριθμός που θα προκύψει από την εναλλαγή αυτών των ψηφίων είναι ο 594.653. Ισχύει ότι:

$$594.653 > 593.654$$

Το συμπέρασμα αυτό δεν ισχύει πάντα. Για παράδειγμα, αν στον αριθμό 598.652 εναλλάξουμε το ψηφίο των χιλιάδων με το ψηφίο των μονάδων, θα προκύψει ο αριθμός 592.658. Προφανώς:

$$598.652 > 592.658$$

Να θυμάμαι ότι

Διάταξη αριθμών σε **αύξουσα σειρά** σημαίνει από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο, ενώ σε **φθίνουσα σειρά** από τον μεγαλύτερο προς τον μικρότερο.

Άσκηση 6

- α. Να γράψετε όλους τους τριψήφιους αριθμούς που προκύπτουν από την εναλλαγή των ψηφίων του αριθμού 957.**
- β. Να βρείτε ποιος από τους παραπάνω αριθμούς είναι ο μικρότερος και ποιος ο μεγαλύτερος.**
- γ. Να διατάξετε τους παραπάνω αριθμούς σε αύξουσα και φθίνουσα σειρά.**

Λύση

- α.** Οι αριθμοί που προκύπτουν από την εναλλαγή των ψηφίων του 957 είναι οι:
975, 597, 579, 759, 795
- β.** Μικρότερος είναι ο 579 και μεγαλύτερος ο 975.
- γ.** Αύξουσα σειρά: 579, 597, 759, 795, 957, 975
Φθίνουσα σειρά: 975, 957, 795, 759, 597, 579

3Η ΟΜΑΔΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Ασκήσεις στις οποίες ζητείται να στρογγυλοποιήσουμε αριθμούς.

Μέθοδος

Ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα:

- Υπογραμμίζουμε το ψηφίο της τάξης που θέλουμε να γίνει η στρογγυλοποίηση.
- Αν το ψηφίο δεξιά του υπογραμμισμένου ψηφίου είναι μικρότερο του 5 (δηλαδή είναι 0 ή 1 ή 2 ή 3 ή 4), τότε αφήνουμε το υπογραμμισμένο ψηφίο το ίδιο και μηδενίζουμε όλα τα ψηφία που είναι δεξιά του.
- Αν το ψηφίο δεξιά του υπογραμμισμένου ψηφίου είναι μεγαλύτερο ή ίσο του 5 (δηλαδή είναι 5 ή 6 ή 7 ή 8 ή 9), τότε αυξάνουμε το υπογραμμισμένο ψηφίο κατά 1 και μηδενίζουμε όλα τα ψηφία που είναι δεξιά του.

Άσκηση 7

Να στρογγυλοποιήσετε τον αριθμό 37.953 στην πλησιέστερη:

- α. δεκάδα**
- β. εκατοντάδα**
- γ. χιλιάδα**

Λύση

- α.** Το ψηφίο των δεκάδων είναι το 5. Άρα υπογραμμίζουμε το 5: 37.953. Το ψηφίο που είναι δεξιά από το 5 είναι το 3. Επειδή $3 < 5$, το ψηφίο 5 θα παραμείνει το ίδιο και, στη συνέχεια, αντικαθιστούμε με το μηδέν τα ψηφία των μικρότερων τάξεων. Δηλαδή, ο στρογγυλοποιημένος αριθμός είναι ο:

37.950

Κεφάλαιο 1

- β. Το ψηφίο των εκατοντάδων είναι το 9. Άρα υπογραμμίζουμε το 9: 37.953. Το ψηφίο που είναι δεξιά από το 9 είναι το 5. Επειδή $5 = 5$, το ψηφίο 9 θα αυξηθεί κατά 1 και θα γίνει 0 και θα αυξηθεί κατά 1 το ψηφίο 7, που αντιστοιχεί στις χιλιάδες. Τέλος, τα ψηφία που βρίσκονται δεξιά από 9 θα μηδενιστούν. Δηλαδή, ο στρογγυλοποιημένος αριθμός είναι ο:

38.000

- γ. Το ψηφίο των χιλιάδων είναι το 7. Άρα υπογραμμίζουμε το 7: 37.953. Το ψηφίο που είναι δεξιά από το 7 είναι το 9. Επειδή $9 > 5$, το ψηφίο 7 θα αυξηθεί κατά 1 και θα γίνει 8 και, στη συνέχεια, αντικαθιστούμε με το μηδέν τα ψηφία των μικρότερων τάξεων. Δηλαδή, ο στρογγυλοποιημένος αριθμός είναι ο:

38.000

4Η ΟΜΑΔΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Ασκήσεις στις οποίες ζητείται να τοποθετήσουμε αριθμούς σε άξονα.

Μέθοδος

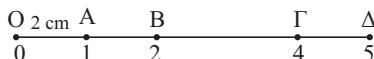
- Διαλέγουμε αυθαίρετα ένα σημείο Ο της ευθείας, που το λέμε αρχή, για να παραστήσουμε τον αριθμό 0.
- Μετά δεξιά από το σημείο Ο διαλέγουμε ένα άλλο σημείο Α, που παριστάνει τον αριθμό 1.
- Με μονάδα μέτρησης το ΟΑ, βρίσκουμε τα σημεία που παριστάνουν τους αριθμούς: 2, 3, 4, 5, ...

Άσκηση 8

Να σχεδιάσετε μια ευθεία και να διαλέξετε πάνω σε αυτήν ένα σημείο Ο, το οποίο θα είναι η αρχή των μετρήσεών σας. Με μονάδα μέτρησης $OA = 2\text{ cm}$, να τοποθετήσετε τα σημεία Β, Γ, Δ σε αποστάσεις από το Ο ίσες με 4 cm, 8 cm και 10 cm αντίστοιχα. Ποιοι αριθμοί αντιστοιχούν στα σημεία αυτά;

Λύση

Κατασκευάζουμε την ευθεία του παρακάτω σχήματος και παίρνουμε ένα σημείο Ο που αποτελεί την αρχή των μετρήσεών μας. Με μονάδα μέτρησης το $OA = 2\text{ cm}$ τοποθετούμε τα σημεία Β, Γ και Δ.



Οι αριθμοί είναι το 0, το 1, το 2, το 4 και το 5.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ & ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Εισαγωγικές έννοιες

- 9 Να γράψετε σε φυσική γλώσσα τους παρακάτω αριθμούς.
α. 19 **β.** 237
γ. 65.204 **δ.** 358.271
ε. 2.803.520 **στ.** 51.133.264
- 10 Να γράψετε με ψηφία τους αριθμούς που δίνονται παρακάτω σε φυσική γλώσσα, καθώς και το δεκαδικό τους ανάπτυγμα.
α. οκτακόσια εξήντα δύο,
β. επτά χιλιάδες έξι,
γ. πενήντα οκτώ χιλιάδες διακόσια δύο,
δ. τριακόσιες τρεις χιλιάδες εννέα,
ε. εκατόσιες εξήντα τέσσερις χιλιάδες εννιακόσια πενήντα δύο.
- 11 Να βρείτε την τάξη του υπογραμμισμένου ψηφίου σε καθέναν από τους παρακάτω αριθμούς.
α. 527 **β.** 3.058
γ. 38.701 **δ.** 752.001
ε. 3.162.987 **στ.** 96.239.015
- 12 Ο πληθυσμός της Γης τον Ιούλιο του 2002 ήταν 6.233.529.144 κάτοικοι. Τι δηλώνουν τα ψηφία 3 και 4 στις δύο διαφορετικές θέσεις που βρίσκονται;
- 13 Να βρείτε ποιοι από τους παρακάτω αριθμούς είναι άρτιοι και ποιοι περιττοί.
α. 10.001 **β.** 73.078
γ. 961.103 **δ.** 1.355.009
ε. 66.777.888
 Στη συνέχεια, να βρείτε τους δύο προηγούμενους και τους δύο επόμενους αριθμούς για καθέναν από τους παραπάνω αριθμούς.
- 14 Ο Δημήτρης φεύγει για διακοπές στις 10 Αυγούστου και θα κάνει 10 διανυκτερεύσεις σε ένα ξενοδοχείο. Ποια ημερομηνία θα επιστρέψει;

Διάταξη – Σύγκριση αριθμών

- 15 Να συγκρίνετε τους παρακάτω αριθμούς.
α. 153 και 135
β. 785 και 857
γ. 3.001 και 3.010
δ. 21.357 και 21.355
ε. 10.001 και 10001
στ. 300.009 και 300.001
- 16 Δίνονται οι αριθμοί 2, 5, 6 και 8. Να βρείτε ποιος είναι ο μεγαλύτερος και ποιος ο μικρότερος αριθμός που σχηματίζεται από τα προηγούμενα ψηφία, αν το καθένα χρησιμοποιηθεί μία μόνο φορά.
- 17 Αν για έναν φυσικό αριθμό n ισχύει $n < 7$, να βρείτε με ποιους φυσικούς αριθμούς μπορεί να είναι ίσος ο n .
- 18 Να διατάξετε όλους τους άρτιους αριθμούς που βρίσκονται μεταξύ των αριθμών 721 και 735 σε φθίνουσα σειρά.
- 19 Να τοποθετήσετε σε αύξουσα σειρά όλους τους διψήφιους αριθμούς

Κεφάλαιο 1

των οποίων ένα τουλάχιστον ψηφίο είναι το 8.

- 20 α.** Να βρείτε όλους τους τριψήφιους αριθμούς που προκύπτουν από τα ψηφία 1, 5, 8, αν κάθε ψηφίο χρησιμοποιηθεί μία μόνο φορά.

β. Να βρείτε ποιος από τους παραπάνω αριθμούς είναι ο μικρότερος και ποιος ο μεγαλύτερος.

γ. Να διατάξετε σε φθίνουσα σειρά τους αριθμούς που βρήκατε.

- 21 α.** Να γράψετε όλους τους τριψήφιους αριθμούς που προκύπτουν από την εναλλαγή των ψηφίων του αριθμού 846.

β. Να βρείτε ποιος από τους παραπάνω αριθμούς είναι ο μικρότερος και ποιος ο μεγαλύτερος.

γ. Να διατάξετε τους παραπάνω αριθμούς σε αύξουσα και φθίνουσα σειρά.

- 22 α.** Δίνεται ο αριθμός 857.234. Να τον συγκρίνετε με τον αριθμό που θα προκύψει, αν εναλλάξετε το ψηφίο των χιλιάδων με αυτό των μονάδων.

β. Δίνεται ο αριθμός 4.152.076. Να τον συγκρίνετε με τον αριθμό που θα προκύψει, αν εναλλάξετε το ψηφίο των δεκάδων χιλιάδων με αυτό των δεκάδων.

γ. Δίνεται ο αριθμός 5.098.022. Να τον συγκρίνετε με τον αριθμό που θα προκύψει, αν εναλλάξετε το ψηφίο των εκατοντάδων χιλιάδων με αυτό των εκατοντάδων.

Στρογγυλοποίηση

- 23** Να στρογγυλοποιήσετε τον αριθμό 48.962 στην πλησιέστερη:

α. δεκάδα **β.** εκατοντάδα
γ. χιλιάδα **δ.** δεκάδα χιλιάδων

- 24** Να στρογγυλοποιήσετε τους αριθμούς:

27.534, 56.254, 76.397, 99.952
στην πλησιέστερη:

α. δεκάδα **β.** εκατοντάδα
γ. χιλιάδα

- 25** Να στρογγυλοποιήσετε τον αριθμό:

α. 7.864 στην πλησιέστερη δεκάδα,
β. 97.156 στην πλησιέστερη εκατοντάδα,
γ. 79.658 στην πλησιέστερη χιλιάδα,
δ. 299.589 στην πλησιέστερη χιλιάδα.

- 26** Να βρείτε όλους τους διψήφιους φυσικούς αριθμούς που, όταν στρογ-

γυλοποιηθούν στην πλησιέστερη δεκάδα, γίνονται 100.

- 27** Να στρογγυλοποιήσετε στην πλησιέστερη δεκάδα όσους από τους παρακάτω φυσικούς επιτρέπεται.

α. Απόσταση: 138 km
β. Ταχυδρομικός κώδικας: 15342
γ. Βάρος: 20.501 tn
δ. Αριθμός τηλεφώνου: 6016795
ε. Τηλεφωνικός κωδικός χώρας: 0044
στ. Αριθμός ταυτότητας: K 325678
ζ. Αριθμός πιστωτικής κάρτας: 6789500052

η. Ταχύτητα: 143 Km/s
θ. Ύψος όρους: 1.123 m
ι. Βάρος ασθενούς: 103 Kg
ια. Αντοχή μηχανήματος αξονικής τομογραφίας: 110 Kg

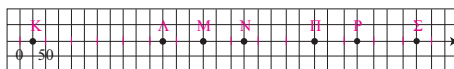
Τοποθέτηση αριθμών σε άξονα

28 Να τοποθετήσετε σε άξονα με κατάλληλη μονάδα τους αριθμούς:

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32 και 40

29 Να κατασκευάσετε άξονα κατάλληλης μονάδας και να τοποθετήσετε σε αυτόν όλους τους άρτιους αριθμούς από το 10 έως και το 30.

30 Να βρείτε τους αριθμούς που αντιστοιχούν στα σημεία Κ, Λ, Μ, Ν, Π, Ρ, Σ του παρακάτω άξονα:



Θέματα με απαιτήσεις

31 Ποιοι είναι οι φυσικοί αριθμοί που, αν τους στρογγυλοποιήσουμε στην πλησιέστερη δεκάδα, παίρνουμε 350.

32 Ο Νίκος έχει αποταμιεύσει 1.3__7 € που, όταν στρογγυλοποιηθούν στην πλησιέστερη δεκάδα, γίνονται 1.360 €. Ένα ταξίδι στην Κούβα στοιχίζει 1.400 €, αν στρογγυλοποιηθεί στην πλησιέστερη εκατοντάδα. Υπάρχει περίπτωση να του φτάσουν τα χρή-

ματα που έχει αποταμιεύσει, για να πραγματοποιήσει το ταξίδι;

33 Από ένα φυλλάδιο με 50 ασκήσεις ο Μαθηματικός ζήτησε από τους μαθητές του να λύσουν για το επόμενο μάθημα τις ασκήσεις από τη 2 μέχρι και τη 10, καθώς και τις ασκήσεις ανάμεσα στην 30 και την 37. Πόσες ασκήσεις πρέπει να λύσουν συνολικά οι μαθητές;

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

Ερωτήσεις Σωστού – Λάθους

34 Να χαρακτηρίσετε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις.

- α.** Όλοι οι φυσικοί αριθμοί έχουν έναν προηγούμενο και έναν επόμενο φυσικό αριθμό.
- β.** Οι φυσικοί αριθμοί είναι άπειροι.
- γ.** Από την 20ή σελίδα ενός βιβλίου μέχρι και την 30ή είναι 11 σελίδες.
- δ.** Ο αριθμός 153 με εναλλαγή ψηφίων μπορεί να γίνει άρτιος.
- ε.** Αν ένας αριθμός (εκτός από το μηδέν) είναι άρτιος, τότε ο προηγούμενός του και ο επόμενός του είναι περιττός.
- στ.** Οι άρτιοι και οι περιττοί μπορούν να τοποθετηθούν στον ίδιο άξονα αριθμών.
- ζ.** Αν σήμερα είναι Δευτέρα, μετά από 30 ημέρες θα είναι Τετάρτη.
- η.** Όταν κάνουμε μία εβδομάδα διακοπές σε ένα ξενοδοχείο, τότε κάνουμε επτά διανυκτερεύσεις.

Ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού

35 Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά με ένα από τα σύμβολα $<$, $>$, $=$.

α. $78 \dots 82$ **β.** $26.563 \dots 26.536$ **γ.** $1.130 \dots 1130$ **δ.** $1.307 \dots 13.007$

36 Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, όπως στο παράδειγμα:

$$8 \cdot \boxed{10.000} + 4 \cdot \boxed{1.000} + 2 \cdot \boxed{100} + 0 \cdot \boxed{10} + 3 \cdot \boxed{1} = 84.203$$

α. $4 \cdot \boxed{} + 2 \cdot \boxed{} + 0 \cdot \boxed{} + 5 \cdot \boxed{} + 6 \cdot \boxed{} = 42.056$

β. $9 \cdot \boxed{} + 5 \cdot \boxed{} + 7 \cdot \boxed{} + 3 \cdot \boxed{} + 1 \cdot \boxed{} = 95.731$

γ. $7 \cdot \boxed{} + 0 \cdot \boxed{} + 0 \cdot \boxed{} + 5 \cdot \boxed{} + 8 \cdot \boxed{} = 70.058$

δ. $6 \cdot \boxed{} + 1 \cdot \boxed{} + 1 \cdot \boxed{} + 0 \cdot \boxed{} + 0 \cdot \boxed{} + 8 \cdot \boxed{} = 611.008$

ε. $9 \cdot \boxed{} + 2 \cdot \boxed{} + 8 \cdot \boxed{} + 0 \cdot \boxed{} + 2 \cdot \boxed{} + 0 \cdot \boxed{} = 928.020$

37 Αν στρογγυλοποιηθεί ο αριθμός $32.\boxed{}\boxed{}5$ στην πλησιέστερη δεκάδα, δίνει τον αριθμό 33.000 και ο αριθμός $2\boxed{}.\boxed{}86$ στην πλησιέστερη χιλιάδα, γίνεται 29.000. Ποιοι είναι οι αριθμοί;

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

38 Στον πίνακα που ακολουθεί να αντιστοιχίσετε κάθε αριθμό της 2ης στήλης με έναν αριθμό της 1ης και της 3ης στήλης.

Προηγούμενος	Φυσικός αριθμός	Επόμενος
4	0	78
76	53	6
Δεν έχει	77	54
52	5	1

ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΔΙΑΤΑΞΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗ

Θέμα Α

- A.1** Ποιοι φυσικοί αριθμοί ονομάζονται άρτιοι και ποιοι περιττοί;
- A.2** Να γράψετε τους άρτιους που βρίσκονται ανάμεσα στους αριθμούς 21 και 35 και τους περιττούς που βρίσκονται στην τέταρτη δεκάδα των αριθμών.
- A.3** Να χαρακτηρίσετε με Σωστό ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις.
- α.** Υπάρχει φυσικός αριθμός που είναι μεγαλύτερος από όλους τους άλλους.
 - β.** Στον αριθμό 3.756.801 το ψηφίο 5 δηλώνει τις χιλιάδες.
 - γ.** Ο μεγαλύτερος διψήφιος φυσικός αριθμός είναι ο 99.
 - δ.** Ανάμεσα στο 99 και το 101 υπάρχει μόνο ένας φυσικός αριθμός.
 - ε.** Ο μικρότερος τετραψήφιος αριθμός με διαφορετικά μεταξύ τους ψηφία είναι ο 1.234.

Θέμα Β

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

Αριθμός	Άρτιος/Περιττός	Επόμενος φυσικός	Προηγούμενος φυσικός	Στρογγυλοποίηση στη δεκάδα
327				
1.032				
78.357				
320.096				

Θέμα Γ

Δίνονται οι αριθμοί:

671.501, 863.106 και 769.912

- Γ.1** Να διατάξετε τους αριθμούς σε φθίνουσα σειρά.
- Γ.2** Να εναλλάξετε σε όλους τους αριθμούς τις εκατοντάδες χιλιάδες με τις εκατοντάδες και να τους διατάξετε σε αύξουσα σειρά.

Γ.3 Να στρογγυλοποιήσετε τους αρχικούς αριθμούς στην πλησιέστερη χιλιάδα και, στη συνέχεια, να βρείτε τον μικρότερο και τον μεγαλύτερο.

Θέμα Δ

- Δ.1** Να βρείτε όλους τους τριψήφιους αριθμούς που προκύπτουν από τα ψηφία 2, 7, 8, αν κάθε ψηφίο χρησιμοποιηθεί μία μόνο φορά.
- Δ.2** Να ονομάσετε τους παραπάνω αριθμούς στη φυσική τους γλώσσα και να τους διαχωρίσετε σε άρτιους και περιττούς.
- Δ.3** Να βάλετε σε φθίνουσα σειρά τους αριθμούς που βρήκατε.
- Δ.4** Να βρείτε πόσοι φυσικοί αριθμοί υπάρχουν ανάμεσα στον μικρότερο περιττό και τον μεγαλύτερο άρτιο αριθμό που βρήκατε στο ερώτημα Δ.2.

ΘΕΩΡΙΑ ΣΕ ΜΟΡΦΗ ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ – ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

1.

- α. Τι ονομάζεται πρόσθεση;
β. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται προσθετέοι;
γ. Τι ονομάζεται άθροισμα;

Απάντηση

α. Η πρόσθεση είναι μία πράξη με την οποία από δύο φυσικούς αριθμούς βρίσκουμε έναν τρίτο. Το σύμβολο της πράξης αυτής είναι το «+». Σχηματικά:

$$\alpha + \beta = \gamma$$

β. Στην πράξη $\alpha + \beta = \gamma$, οι αριθμοί α , β ονομάζονται **προσθετέοι**.

γ. Στην πράξη $\alpha + \beta = \gamma$, ο αριθμός γ ονομάζεται **άθροισμα** των αριθμών α και β .

Παράδειγμα

Στην πρόσθεση $5 + 7 = 12$, οι αριθμοί 5 και 7 ονομάζονται προσθετέοι και ο αριθμός 12 ονομάζεται άθροισμα των αριθμών αυτών:

$$\begin{array}{ccc} 5 & + & 7 = 12 \\ \uparrow & & \uparrow \quad \uparrow \\ \boxed{\text{προσθετέοι}} & & \boxed{\text{άθροισμα}} \end{array}$$

2.

Ποιες είναι οι ιδιότητες της πρόσθεσης;

Απάντηση

α. Το **άθροισμα** ενός φυσικού αριθμού με το μηδέν ισούται με τον ίδιο τον αριθμό:

$$\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$$

Δηλαδή, αν ο αριθμός 0 προστεθεί σε έναν αριθμό α , **δεν τον μεταβάλλει**.

β. **Αντιμεταθετική ιδιότητα** (Μπορούμε να αλλάζουμε τη σειρά των δύο προσθετέων ενός αθροίσματος):

$$\alpha + \beta = \beta + \alpha$$

Δηλαδή, το άθροισμα δεν μεταβάλλεται, αν αλλάξουμε τη θέση των προσθετέων.

γ. **Προσεταιριστική ιδιότητα** (Αν αλλάξουμε τη σειρά με την οποία προσθέτουμε τρεις φυσικούς αριθμούς, το άθροισμά τους παραμένει αμετάβλητο):

$$\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$$

Παραδείγματα

α. $3 + 0 = 0 + 3 = 3$

β. $2 + 3 = 3 + 2$

Κεφάλαιο 1

γ. Είναι $6 + (4 + 5) = 6 + 9 = 15$ και $(6 + 4) + 5 = 10 + 5 = 15$. Άρα:
 $6 + (4 + 5) = (6 + 4) + 5$

Αξίζει να προσέξουμε

- α. Ο αριθμός 0 ονομάζεται **ουδέτερο στοιχείο** της πρόσθεσης.
- β. Όταν προσθέτουμε φυσικούς αριθμούς, το άθροισμα είναι πάντα φυσικός αριθμός.

3.

- α. Τι ονομάζεται **αφαίρεση**;
- β. Ποιος αριθμός ονομάζεται **μειωτέος** και ποιος **αφαιρετέος**;
- γ. Τι ονομάζεται **διαφορά**;

Απάντηση

- α. Η **αφαίρεση** είναι μία πράξη με την οποία από δύο φυσικούς αριθμούς βρίσκουμε έναν τρίτο. Το σύμβολο της πράξης αυτής είναι το «-». Σχηματικά:

$$\alpha - \beta = \gamma$$

- β. Στην πράξη $\alpha - \beta = \gamma$, ο αριθμός **α** ονομάζεται **μειωτέος** και ο **β** **αφαιρετέος**.
- γ. Στην πράξη $\alpha - \beta = \gamma$, ο αριθμός **γ** ονομάζεται **διαφορά** των αριθμών α και β.

Παράδειγμα

Στην αφαίρεση $12 - 5 = 7$, ο αριθμός 12 είναι ο μειωτέος, ο αριθμός 5 ο αφαιρετέος και ο αριθμός 7 είναι η διαφορά των αριθμών αυτών:

μειωτέος				διαφορά
↓				↓
12	-	5	=	7
		↑		
		αφαιρετέος		

Αξίζει να προσέξουμε

- α. Συνήθως, χρησιμοποιούμε το σύμβολο **Μ** για τον **μειωτέο**, το σύμβολο **Α** για τον **αφαιρετέο** και το σύμβολο **Δ** για τη **διαφορά**. Μπορούμε λοιπόν να γράψουμε ότι:
Αφαίρεση είναι η πράξη με την οποία, όταν δίνονται δύο αριθμοί, **Μ** (**Μειωτέος**) και **Α** (**Αφαιρετέος**) βρίσκουμε έναν αριθμό **Δ** (**Διαφορά**), ο οποίος, όταν προστεθεί στο Α, δίνει το Μ. Σχηματικά:

$$M = A + \Delta, \text{ τότε } \Delta = M - A$$

- β.** Στους φυσικούς αριθμούς ο αφαιρετέος A πρέπει να είναι πάντα μικρότερος ή ίσος του μειωτέου M ($A \leq M$). Σε αντίθετη περίπτωση η πράξη της αφαίρεσης δεν είναι δυνατόν να εκτελεστεί.
- γ.** Η αφαίρεση του μηδενός από έναν φυσικό αριθμό a ισούται πάντα με τον ίδιο αριθμό. Σχηματικά:

$$a - 0 = a$$

Για παράδειγμα, $9 - 0 = 9$

- δ.** Αν από έναν αριθμό a αφαιρέσουμε τον εαυτό του, τότε το αποτέλεσμα είναι πάντα μηδέν. Σχηματικά:

$$a - a = 0$$

Για παράδειγμα, $7 - 7 = 0$

4.

- α.** Τι ονομάζεται πολλαπλασιασμός;
β. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται παράγοντες;
γ. Τι ονομάζεται γινόμενο;

Απάντηση

- α.** Ο πολλαπλασιασμός είναι μία πράξη με την οποία από δύο φυσικούς αριθμούς βρίσκουμε έναν τρίτο. Το σύμβολο της πράξης αυτής είναι το « $\cdot$ ». Σχηματικά:

$$a \cdot \beta = \gamma$$

- β.** Στην πράξη $a \cdot \beta = \gamma$, οι αριθμοί a , β ονομάζονται **παράγοντες**.
γ. Στην πράξη $a \cdot \beta = \gamma$, ο αριθμός γ ονομάζεται **γινόμενο** των αριθμών a και β .

Παράδειγμα

Στον πολλαπλασιασμό $9 \cdot 2 = 18$, οι αριθμοί 9 και 2 ονομάζονται παράγοντες και ο αριθμός 18 ονομάζεται γινόμενο των αριθμών αυτών:

$$\begin{array}{ccccccc}
 9 & \cdot & 2 & = & 18 \\
 \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 \boxed{\text{παράγοντες}} & & & & \boxed{\text{γινόμενο}}
 \end{array}$$

5.

- Ποιες είναι οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού;**

Απάντηση

- α.** Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού με τη μονάδα ισούται με τον ίδιο τον αριθμό:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

Κεφάλαιο 1

- β. Αντιμεταθετική ιδιότητα** (Μπορούμε να αλλάζουμε τη σειρά των παραγόντων ενός γινομένου):

$$\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$$

- γ. Προσεταιριστική ιδιότητα** (Αν αλλάζουμε τη σειρά με την οποία πολλαπλασιάζουμε τρεις φυσικούς αριθμούς, το γινόμενο τους παραμένει αμετάβλητο):

$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma$$

- δ. Επιμεριστική ιδιότητα** του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση:

$$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$$

- ε. Επιμεριστική ιδιότητα** του πολλαπλασιασμού ως προς την αφαίρεση:

$$\alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$$

- στ.** Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού επί το μηδέν ισούται με το μηδέν:

$$\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$$

Παραδείγματα

α. $3 \cdot 1 = 1 \cdot 3 = 3$

β. $2 \cdot 3 = 6$ και $3 \cdot 2 = 6$ άρα $2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$

γ. $6 \cdot (4 \cdot 5) = 6 \cdot 20 = 120$ και $(6 \cdot 4) \cdot 5 = 24 \cdot 5 = 120$, άρα $6 \cdot (4 \cdot 5) = (6 \cdot 4) \cdot 5$

δ. $7 \cdot (2 + 3) = 7 \cdot 5 = 35$ και $7 \cdot 2 + 7 \cdot 3 = 14 + 21 = 35$, άρα $7 \cdot (2 + 3) = 7 \cdot 2 + 7 \cdot 3$

ε. $6 \cdot (9 - 4) = 6 \cdot 5 = 30$ και $6 \cdot 9 - 6 \cdot 4 = 54 - 24 = 30$, άρα $6 \cdot (9 - 4) = 6 \cdot 9 - 6 \cdot 4$

στ. $2019 \cdot 0 = 0 \cdot 2019 = 0$

Αξίζει να προσέξουμε

Η επιμεριστική ιδιότητα ισχύει και για περισσότερους αριθμούς. Για παράδειγμα, γράφουμε:

$$\alpha \cdot (\beta + \gamma + \delta) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma + \alpha \cdot \delta$$

- 6. Ποια παράσταση ονομάζεται αριθμητική και τι ονομάζουμε αριθμητική τιμή παράστασης;**

Απάντηση

- Μια σειρά αριθμών μεταξύ των οποίων σημειώνονται οι πράξεις της πρόσθεσης, της αφαίρεσης, του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης ονομάζεται **αριθμητική παράσταση**.
- Το αποτέλεσμα που βρίσκουμε, αν κάνουμε πράξεις σε μια αριθμητική παράσταση, ονομάζεται **αριθμητική τιμή**.