

Φίλη μαθήτριά, φίλε μαθητή

Η κατανόηση και η αφομοίωση της ύλης της Α΄ Γυμνασίου αποτελεί το πρώτο και σημαντικότερο βήμα του ταξιδιού στη συναρπαστική χώρα των Μαθηματικών. Τα Μαθηματικά μπορούν να γίνουν ένα πραγματικά εύκολο μάθημα, αν εμπεδωθούν σωστά από την Α΄ Γυμνασίου.

Το βιβλίο αυτό έχει γραφεί κατά τέτοιο τρόπο, ώστε κάθε μαθητής να ξεκινά από τη θεωρία και τις βασικές εφαρμογές της, να συνεχίζει με τη λύση ασκήσεων, η δυσκολία των οποίων προοδευτικά αυξάνεται, και να φτάνει σταδιακά στο επίπεδο να λύνει σύνθετα θέματα.

Κάθε ενότητα του βιβλίου περιέχει:

- βασική θεωρία και εφαρμογές της,
- λυμένες ασκήσεις,
- ερωτήσεις κατανόησης,
- πολλές ασκήσεις όλων των επιπέδων δυσκολίας,
- συνδυαστικά θέματα,
- θέματα για δυνατούς λύτες,
- κριτήριο αξιολόγησης.

Επιπλέον στο τέλος του βιβλίου υπάρχουν τόσο οι απαντήσεις των θεμάτων αυτού του βιβλίου όσο και οι **αναλυτικές λύσεις όλων των δραστηριοτήτων - ερωτήσεων - ασκήσεων - προβλημάτων του σχολικού βιβλίου.**

Θα ήθελα τέλος να ευχαριστήσω τον συνάδελφο Δημήτρη Τσάκο για την επιμέλεια του βιβλίου και τις εύστοχες παρατηρήσεις του.

Βασίλης Γ. Παπαδάκης

Περιεχόμενα

| | |
|--|-----|
| 1. Φυσικοί αριθμοί - Διάταξη φυσικών - Στρογγυλοποίηση | 7 |
| 2. Πρόσθεση, αφαίρεση και πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών | 18 |
| 3. Δυνάμεις φυσικών αριθμών | 31 |
| 4. Ευκλείδεια διαίρεση - Διαιρετότητα | 38 |
| 5. Χαρακτήρες διαιρετότητας - ΜΚΔ - ΕΚΠ Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων | 47 |
| 6. Επανάληψη στο κεφάλαιο: Φυσικοί αριθμοί | 59 |
| 7. Η έννοια του κλάσματος | 61 |
| 8. Ισοδύναμα κλάσματα | 71 |
| 9. Σύγκριση κλασμάτων | 81 |
| 10. Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων | 90 |
| 11. Πολλαπλασιασμός κλασμάτων | 100 |
| 12. Διαίρεση κλασμάτων | 111 |
| 13. Επανάληψη στο κεφάλαιο: Κλάσματα | 120 |
| 14. Δεκαδικά κλάσματα - Δεκαδικοί αριθμοί Διάταξη δεκαδικών αριθμών - Στρογγυλοποίηση | 123 |
| 15. Πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς - Δυνάμεις με βάση δεκαδικό αριθμό | 135 |
| 16. Υπολογισμοί με τη βοήθεια υπολογιστή τσέπης | 145 |
| 17. Τυποποιημένη μορφή μεγάλων αριθμών | 147 |
| 18. Μονάδες μέτρησης (Α): Μήκος - Εμβαδόν - Όγκος | 153 |
| 19. Μονάδες μέτρησης (Β): Χρόνος - Μάζα | 167 |
| 20. Επανάληψη στο κεφάλαιο: Δεκαδικοί αριθμοί | 176 |
| 21. Η έννοια της εξίσωσης Οι εξισώσεις $a + x = \beta$, $x - a = \beta$, $a - x = \beta$, $a \cdot x = \beta$, $a : x = \beta$, $x : a = \beta$ | 179 |
| 22. Επίλυση προβλημάτων - Παραδείγματα επίλυσης προβλημάτων | 193 |
| 23. Επανάληψη στο κεφάλαιο: Εξισώσεις και προβλήματα | 198 |
| 24. Ποσοστά | 201 |
| 25. Προβλήματα με ποσοστά | 212 |
| 26. Επανάληψη στο κεφάλαιο: Ποσοστά | 219 |

| | |
|---|-----|
| 27. Παράσταση σημείων στο επίπεδο | 221 |
| 28. Λόγος δύο αριθμών - Αναλογία | 228 |
| 29. Ανάλογα ποσά - Ιδιότητες ανάλογων ποσών | 237 |
| 30. Γραφική παράσταση σχέσης αναλογίας | 247 |
| 31. Προβλήματα αναλογιών | 254 |
| 32. Αντιστρόφως ανάλογα ποσά | 262 |
| 33. Επανάληψη στο κεφάλαιο: Ανάλογα ποσά Αντιστρόφως ανάλογα ποσά | 268 |
| 34. Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί (Ρητοί αριθμοί) Η ευθεία των ρητών - Τετμημένη σημείου | 271 |
| 35. Απόλυτη τιμή ρητού - Αντίθετοι ρητοί - Σύγκριση ρητών | 277 |
| 36. Πρόσθεση ρητών αριθμών | 286 |
| 37. Αφαίρεση ρητών αριθμών | 292 |
| 38. Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών | 299 |
| 39. Διαίρεση ρητών αριθμών | 311 |
| 40. Δεκαδική μορφή ρητών αριθμών | 319 |
| 41. Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό | 323 |
| 42. Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο | 333 |
| 43. Τυποποιημένη μορφή μεγάλων και μικρών αριθμών | 340 |
| 44. Επανάληψη στο κεφάλαιο: Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί | 345 |
| 45. Σημείο - Ευθύγραμμο τμήμα - Ευθεία - Ημιευθεία Επίπεδο - Ημιεπίπεδο | 347 |
| 46. Γωνία - Γραμμή - Επίπεδα σχήματα Ευθύγραμμο σχήματα - Ίσα σχήματα | 355 |
| 47. Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα ευθύγραμμων τμημάτων Απόσταση σημείων - Μέσο ευθύγραμμου τμήματος | 362 |
| 48. Πρόσθεση και αφαίρεση ευθύγραμμων τμημάτων | 369 |
| 49. Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα γωνιών - Διχοτόμος γωνίας | 376 |
| 50. Είδη γωνιών - Κάθετες ευθείες | 383 |
| 51. Εφεξής και διαδοχικές γωνίες - Άθροισμα γωνιών | 389 |
| 52. Παραπληρωματικές και συμπληρωματικές γωνίες Κατακορυφήν γωνίες | 395 |

| | | |
|------------|---|-----|
| 53. | Θέσεις ευθειών στο επίπεδο | 402 |
| 54. | Απόσταση σημείου από ευθεία - Απόσταση παραλλήλων. | 407 |
| 55. | Κύκλος και στοιχεία του κύκλου. | 413 |
| 56. | Επίκεντρη γωνία - Σχέση επίκεντρης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου Μέτρηση τόξου | 421 |
| 57. | Θέσεις ευθείας και κύκλου. | 428 |
| 58. | Επανάληψη στο κεφάλαιο: Βασικές γεωμετρικές έννοιες | 434 |
| 59. | Συμμετρία ως προς άξονα | 437 |
| 60. | Άξονας συμμετρίας | 444 |
| 61. | Μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος | 448 |
| 62. | Συμμετρία ως προς σημείο | 457 |
| 63. | Κέντρο συμμετρίας | 463 |
| 64. | Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μια άλλη ευθεία | 468 |
| 65. | Επανάληψη στο κεφάλαιο: Συμμετρία | 478 |
| 66. | Στοιχεία τριγώνου - Είδη τριγώνων | 481 |
| 67. | Άθροισμα γωνιών τριγώνου - Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου | 487 |
| 68. | Παραλληλόγραμμο - Ορθογώνιο - Ρόμβος - Τετράγωνο Τραπεζίο - Ισοσκελές τραπέζιο | 499 |
| 69. | Ιδιότητες παραλληλογράμμου - Ορθογωνίου - Ρόμβου - Τετραγώνου Τραπεζίου - Ισοσκελούς τραπεζίου | 503 |
| 70. | Επανάληψη στο κεφάλαιο: Τρίγωνα - Παραλληλόγραμμα - Τραπεζία | 514 |
| 71. | Γενικά θέματα σε όλη την ύλη για τις εξετάσεις | 517 |
| | <i>Απαντήσεις - Υποδείξεις</i> | 531 |
| | <i>Απαντήσεις σχολικού βιβλίου</i> | 643 |

1

Φυσικοί αριθμοί - Διάταξη φυσικών Στρογγυλοποίηση

Βασική θεωρία και εφαρμογές

1.1 Φυσικοί αριθμοί - Δεκαδική τάξη ψηφίων - Δεκαδικό ανάπτυγμα

- Οι αριθμοί $0, 1, 2, 3, 4, \dots, 99, 100, 101, \dots, 999, 1.000, \dots$ ονομάζονται **φυσικοί αριθμοί**.
- Κάθε φυσικός αριθμός έχει έναν **επόμενο** και έναν **προηγούμενο** φυσικό αριθμό, εκτός από το 0 που έχει μόνο επόμενο, το 1 .
- Μπορούμε να σχηματίσουμε απεριόριστο πλήθος φυσικών αριθμών, χρησιμοποιώντας μόνο τα **δέκα ψηφία**:

$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

- Σε έναν φυσικό αριθμό η αξία κάθε ψηφίου καθορίζεται από τη θέση που κατέχει, δηλαδή τη **δεκαδική τάξη** του. Η δεκαδική τάξη ενός ψηφίου μπορεί να είναι μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες, χιλιάδες, δεκάδες χιλιάδες, εκατοντάδες χιλιάδες, εκατομμύρια κ.λπ.

Εφαρμογή

Δίνεται ο αριθμός **3.586.509**.

- α) Τι δηλώνει κάθε ψηφίο αυτού του αριθμού ανάλογα με τη θέση του;
- β) Πώς διαβάζεται ο αριθμός αυτός;
- γ) Να γράψετε τον προηγούμενο και τον επόμενο αυτού του φυσικού αριθμού.
- δ) Να γράψετε το δεκαδικό ανάπτυγμα του αριθμού.

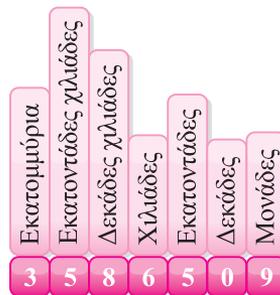
Λύση

α) Η αξία των ψηφίων του αριθμού 3.586.509 φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

β) Ο αριθμός 3.586.509 διαβάζεται ως εξής:

«τρία εκατομμύρια πεντακόσιες ογδόντα έξι χιλιάδες πεντακόσια εννέα»

γ) Ο προηγούμενος και ο επόμενος του παραπάνω φυσικού αριθμού είναι αντίστοιχα:



δ) Το δεκαδικό ανάπτυγμα το βρίσκουμε ως εξής:

$$\begin{aligned} 3.586.509 &= 3 \text{ (εκατομμύρια)} + 5 \begin{pmatrix} \text{εκατοντάδες} \\ \text{χιλιάδες} \end{pmatrix} + 8 \begin{pmatrix} \text{δεκάδες} \\ \text{χιλιάδες} \end{pmatrix} + \\ &+ 6 \text{ (χιλιάδες)} + 5 \text{ (εκατοντάδες)} + 0 \text{ (δεκάδες)} + 9 \text{ (μονάδες)} = \\ &= 3 \cdot 1.000.000 + 5 \cdot 100.000 + 8 \cdot 10.000 + 6 \cdot 1.000 + 5 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 9 \cdot 1 \end{aligned}$$

1.2 Άρτιοι και περιττοί φυσικοί αριθμοί

- Άρτιοι ή ζυγοί λέγονται οι φυσικοί αριθμοί που διαιρούνται με το 2. Οι φυσικοί αριθμοί που τελειώνουν σε 0, 2, 4, 6 ή 8 είναι άρτιοι.
- Περιττοί ή μονοί λέγονται οι φυσικοί αριθμοί που δεν διαιρούνται με το 2. Οι φυσικοί αριθμοί που τελειώνουν σε 1, 3, 5, 7 ή 9 είναι περιττοί.

Εφαρμογή

α) Να γράψετε όλους τους μονοψήφιους άρτιους φυσικούς αριθμούς και όλους τους μονοψήφιους περιττούς φυσικούς αριθμούς.

β) Να γράψετε τους τρεις πρώτους τριψήφιους περιττούς αριθμούς και τους τρεις πρώτους τετραψήφιους άρτιους αριθμούς.

γ) Δίνονται οι αριθμοί:

120, 235, 547, 602, 1.024, 4.711, 3.518, 5.893, 10.389, 33.746

Ποιοι από τους παραπάνω αριθμούς είναι άρτιοι και ποιοι περιττοί;

Λύση

α) Οι μονοψήφιοι άρτιοι φυσικοί αριθμοί είναι: 0, 2, 4, 6, 8

Οι μονοψήφιοι περιττοί φυσικοί αριθμοί είναι: 1, 3, 5, 7, 9

β) Οι τρεις πρώτοι τριψήφιοι περιττοί αριθμοί είναι οι: 101, 103, 105

Οι τρεις πρώτοι τετραγήφιοι άρτιοι αριθμοί είναι οι: 1.000, 1.002, 1.004

γ) Άρτιοι είναι οι αριθμοί: 120, 602, 1.024, 3.518, 33.746

Περιττοί είναι οι αριθμοί: 235, 547, 4.711, 5.893, 10.389

1.3 Πλήθος διαδοχικών φυσικών αριθμών

- Το πλήθος των διαδοχικών φυσικών αριθμών που υπάρχουν **από** τον αριθμό a **μέχρι** και τον αριθμό b είναι ίσο με τη διαφορά τους $b - a$ **αυξημένη** κατά 1.
- Το πλήθος των διαδοχικών φυσικών αριθμών που υπάρχουν **ανάμεσα** στους αριθμούς a και b είναι ίσο με τη διαφορά τους $b - a$ **μειωμένη** κατά 1.

Εφαρμογή

α) **Να γράψετε τους φυσικούς αριθμούς από το 5 μέχρι και το 15. Πόσοι είναι αυτοί οι αριθμοί;**

β) **Να γράψετε τους φυσικούς αριθμούς που είναι ανάμεσα στο 5 και στο 15. Πόσοι είναι αυτοί οι αριθμοί;**

Λύση

α) Γράφουμε τους αριθμούς από το 5 μέχρι και το 15:

5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15

Αν τους μετρήσουμε, βρίσκουμε ότι είναι 11 αριθμοί. Ένα συνηθισμένο λάθος είναι να πούμε ότι το πλήθος των παραπάνω αριθμών είναι $15 - 5 = 10$.

Το σωστό είναι να πούμε ότι το πλήθος τους είναι:

$$15 - 5 + 1 = 11$$

β) Γράφουμε τους αριθμούς που είναι ανάμεσα στο 5 και στο 15:

6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14

Το πλήθος τους είναι $15 - 5 - 1 = 9$.

1.4 Διάταξη φυσικών αριθμών

Για να συγκρίνουμε (διατάξουμε) δύο αριθμούς χρησιμοποιούμε τα παρακάτω σύμβολα:

- το $=$ που σημαίνει «ίσος με»,
- το $<$ που σημαίνει «μικρότερος από»,
- το $>$ που σημαίνει «μεγαλύτερος από».

Μπορούμε πάντα, με τη βοήθεια των παραπάνω συμβόλων, να συγκρίνουμε δύο φυσικούς αριθμούς μεταξύ τους. Επομένως, μπορούμε να διατάξουμε τους φυσικούς αριθμούς από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο, δηλαδή όπου λέμε **κατά αύξουσα σειρά μεγέθους**.

Εφαρμογή

Να συγκρίνετε τους παρακάτω αριθμούς:

α) 1.105 και 978

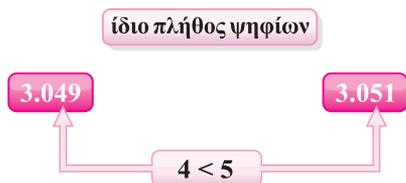
β) 3.049 και 3.051

Λύση

α) Ο αριθμός 1.105 έχει 4 ψηφία, ενώ ο αριθμός 978 έχει 3 ψηφία. Άρα ισχύει:

$$1.105 > 978$$

β) Οι αριθμοί 3.049 και 3.051 έχουν ίδιο το ψηφίο των χιλιάδων (3) και ίδιο το ψηφίο των εκατοντάδων (0). Επομένως για να τους συγκρίνουμε, θα συγκρίνουμε τα ψηφία των δεκάδων τους.



Αν δύο φυσικοί αριθμοί δεν έχουν το ίδιο πλήθος ψηφίων, μεγαλύτερος είναι εκείνος που έχει τα πιο πολλά ψηφία.

Για να συγκρίνουμε δύο φυσικούς αριθμούς που έχουν το ίδιο πλήθος ψηφίων, συγκρίνουμε τα ψηφία τους από αριστερά προς τα δεξιά.

Άρα ισχύει $3.049 < 3.051$.

1.5 Αντιστοίχιση φυσικών αριθμών με σημεία ενός άξονα

Μπορούμε να αντιστοιχίσουμε τους φυσικούς αριθμούς με τα σημεία μιας ευθείας (άξονα), ως εξής:

- Επιλέγουμε αυθαίρετα ένα σημείο O της ευθείας, στο οποίο αντιστοιχίζουμε τον αριθμό 0. Το σημείο O είναι η **αρχή** του άξονα.
- Δεξιά από το O επιλέγουμε αυθαίρετα ένα δεύτερο σημείο A . Το OA αποτελεί τη **μονάδα μέτρησης** και με τη βοήθειά του μπορούμε να τοποθετήσουμε στον άξονα όλους τους φυσικούς αριθμούς.

Εφαρμογή

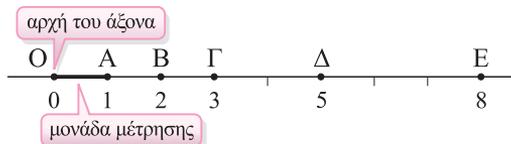
Να τοποθετήσετε σε άξονα, με κατάλληλη μονάδα, τους αριθμούς:

α) 0, 1, 2, 3, 5, 8

β) 0, 50, 100, 200, 350

Λύση

α) Σε ένα τυχαίο σημείο O του άξονα τοποθετούμε τον αριθμό 0 και σε ένα σημείο A , δεξιά του O , τοποθετούμε τον αριθμό 1. Με μονάδα μέτρησης το



γ) Θέλουμε να στρογγυλοποιήσουμε τον αριθμό 295.847 στο ψηφίο των δεκάδων χιλιάδων, δηλαδή στο ψηφίο 9. Το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης (των χιλιάδων) είναι το 5. Άρα πρέπει το 9 να αυξηθεί κατά 1. Αυτό σημαίνει ότι το 9 θα γίνει 0 και θα αυξηθεί κατά 1 το ψηφίο 2, που αντιστοιχεί στις εκατοντάδες χιλιάδες. Δηλαδή:

295.847 → 300.000

Θέματα προς απάντηση

Η έννοια του φυσικού αριθμού

- 1.7** Να γράψετε σε φυσική γλώσσα τους αριθμούς:
27, 64, 95, 301, 518, 1.010, 8.532
2.050, 251.347, 40.803
- 1.8** Να γράψετε με ψηφία τους αριθμούς:
α) τριάντα τέσσερα, β) εβδομήντα επτά,
γ) εκατόν πέντε,
δ) πεντακόσια είκοσι τρία,
ε) επτακόσια επτά,
στ) εννιακόσια εννέα.
- 1.9** Να γράψετε το δεκαδικό ανάπτυγμα των παρακάτω αριθμών:
α) 15 β) 54 γ) 106
δ) 376 ε) 717 στ) 1.020
ζ) 43.231 η) 135.048
- 1.10** Να βρείτε την τάξη του υπογραμμισμένου ψηφίου στους παρακάτω αριθμούς:
α) 13 β) 256 γ) 346
δ) 707 ε) 83004 στ) 5137852
ζ) 112047863 η) 5743093131
- 1.11** Δίνονται οι παρακάτω αριθμοί στην αναπτυγμένη μορφή:
α) $5 \cdot 10 + 2$ β) $6 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 5$
γ) $3 \cdot 100 + 1$ δ) $5 \cdot 100 + 3 \cdot 10$
ε) $7 \cdot 1.000 + 8 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 3$
- Να τους γράψετε στη δεκαδική τους μορφή και να τους διαβάσετε.
- 1.12** Να γράψετε:
α) τους τρεις προηγούμενους αριθμούς του 1.002,
β) τους τρεις επόμενους αριθμούς του 12.998.
- 1.13** Δίνεται ο αριθμός 37.506.842.
α) Τι δηλώνει, ανάλογα με τη θέση του, κάθε ψηφίο του αριθμού αυτού;
β) Πώς διαβάζεται ο αριθμός αυτός;
γ) Να γράψετε το δεκαδικό ανάπτυγμα του αριθμού αυτού.
- 1.14** Δίνεται ο αριθμός 123. Να προσθέσετε μηδενικά στο τέλος αυτού του αριθμού, ώστε το ψηφίο 3 να βρίσκεται στην τάξη:
α) των δεκάδων, β) των χιλιάδων,
γ) των εκατοντάδων χιλιάδων,
δ) των δεκάδων εκατομμυρίων.
- 1.15** Να γράψετε δίπλα δίπλα και συνεχόμενα τους αριθμούς από το 20 μέχρι και το 23.
α) Πόσα ψηφία έχει ο αριθμός που γράψατε;
β) Να γράψετε σε φυσική γλώσσα τον παραπάνω αριθμό.
γ) Τι δηλώνει το ψηφίο 2 σε καθεμία από τις θέσεις που βρίσκεται;

Πλήθος διαδοχικών φυσικών αριθμών

1.16 Να βρείτε πόσοι αριθμοί υπάρχουν:

- α) από τον αριθμό 20 μέχρι και τον αριθμό 30,
- β) από τον αριθμό 45 μέχρι και τον αριθμό 65,
- γ) από τον αριθμό 100 μέχρι και τον αριθμό 200.

1.17 Να βρείτε πόσοι αριθμοί υπάρχουν:

- α) ανάμεσα στον αριθμό 30 και στον αριθμό 50,
- β) ανάμεσα στον αριθμό 75 και στον αριθμό 85,
- γ) ανάμεσα στον αριθμό 250 και στον αριθμό 350.

1.18 Ένας εργάτης δούλεψε σε ένα χωράφι από

τις 8 Ιανουαρίου μέχρι και τις 22 Ιανουαρίου. Πόσες ημέρες δούλεψε ο εργάτης;

1.19 Η ύλη ενός διαγωνίσματος στην Ιστορία είναι από τη σελίδα 32 μέχρι και τη σελίδα 59, καθώς και οι σελίδες που βρίσκονται μεταξύ των σελίδων 75 και 108. Να βρείτε πόσες σελίδες συνολικά είναι η ύλη του διαγωνίσματος.

1.20 Να βρείτε πόσοι είναι:

- α) όλοι οι διψήφιοι αριθμοί,
- β) όλοι οι τριψήφιοι αριθμοί.

Διάταξη φυσικών αριθμών

1.21 Να συγκρίνετε τους αριθμούς:

- α) 36 και 41
- β) 101 και 99
- γ) 235 και 236
- δ) 314 και 704
- ε) 12.375 και 12.348
- στ) 200.189 και 200.200

1.22 Να συμπληρώσετε το κατάλληλο σύμβολο (<, >, =) σε καθένα από τα παρακάτω κενά:

- α) τριακόσια τέσσερα ... 298
- β) χίλια εκατόν ένα ... 1.099
- γ) δύο χιλιάδες ογδόντα τέσσερα ... 2.804
- δ) εβδομήντα χιλιάδες οκτακόσια τρία ... 70.803
- ε) εννιά χιλιάδες ενενήντα ... 9.900
- στ) είκοσι χιλιάδες δώδεκα ... 2.012

1.23 Να βάλετε σε αύξουσα σειρά τους αριθμούς:

- α) 19, 11, 91, 99 και 9
- β) 6.832, 738, 105, 736, 2.204 και 909

1.24 Να βάλετε σε φθίνουσα σειρά τους αριθμούς:

- α) 21, 13, 32, 12, 23 και 31
- β) 1.204, 2.041, 4.120, 1.042, 2.401 και 4.021

1.25 Δίνονται οι επόμενοι αριθμοί:

- εκατόν δέκα χιλιάδες δέκα
- εκατόν εννέα χιλιάδες ενενήντα εννέα

- εκατόν μία χιλιάδες εκατό
- ενενήντα εννέα χιλιάδες εννιακόσια ενενήντα
- εκατόν έντεκα χιλιάδες ένα
- εκατόν δέκα χιλιάδες εκατόν ένα

Να γράψετε τους αριθμούς αυτούς με ψηφία και σε αύξουσα σειρά.

1.26 Να γράψετε τους φυσικούς αριθμούς που είναι:

- α) μεγαλύτεροι του 197 και μικρότεροι του 205,
- β) μεγαλύτεροι του 536 και μικρότεροι ή ίσοι του 542,
- γ) μεγαλύτεροι ή ίσοι του 995 και μικρότεροι του 1.002,
- δ) μεγαλύτεροι ή ίσοι του 1.999 και μικρότεροι ή ίσοι του 2.008.

1.27 Να γράψετε ποιες τιμές μπορεί να πάρει ο φυσικός αριθμός n για τον οποίο ισχύει:

- α) $3 < n \leq 8$
- β) $7 \leq n < 15$
- γ) $19 \leq n \leq 23$
- δ) $99 < n < 105$
- ε) $n \leq 5$
- στ) $n < 2$
- ζ) $12 \leq n \leq 12$
- η) $15 < n < 16$

1.28 Να γράψετε όλους τους τριψήφιους αριθμούς,

Οι απαντήσεις βρίσκονται στο τέλος του βιβλίου.

χρησιμοποιώντας τα ψηφία 3, 0 και 8, από μία φορά το καθένα. Στη συνέχεια να βάλετε σε φθίνουσα σειρά τους αριθμούς που γράψατε.

1.29 Να γράψετε σε φθίνουσα σειρά όλους τους διψήφιους αριθμούς που είναι μεγαλύτεροι του 50 και το ψηφίο των δεκάδων είναι μικρότερο από το ψηφίο των μονάδων.

1.30 Να γράψετε σε φθίνουσα σειρά όλους τους διψήφιους αριθμούς, των οποίων ένα τουλάχιστον ψηφίο είναι το 4.

1.31 Χρησιμοποιώντας τα ψηφία 1 και 2, όσες φορές θέλετε το καθένα, να σχηματίσετε όλους τους τριψήφιους αριθμούς που προκύπτουν και να τους διατάξετε σε φθίνουσα σειρά.

Άρτιοι - Περιττοί αριθμοί

1.32 Να βρείτε ποιοι από τους παρακάτω αριθμούς είναι άρτιοι και ποιοι περιττοί:

- α) 21 β) 34 γ) 135
δ) 1.230 ε) 5.402 στ) 10.499

1.33 Να γράψετε:

- α) τους άρτιους αριθμούς που βρίσκονται μεταξύ των αριθμών 251 και 267,
β) τους περιττούς αριθμούς που βρίσκονται μεταξύ των αριθμών 580 και 596.

1.34 Να γράψετε:

- α) τους άρτιους αριθμούς από το 14 μέχρι και το 22,
β) τους περιττούς αριθμούς από το 37 μέχρι και το 45.

1.35 Να γράψετε:

- α) τους διψήφιους άρτιους που είναι μεγαλύτεροι του 83,
β) τους πρώτους 7 τριψήφιους περιττούς.

1.36 Να γράψετε:

- α) τους άρτιους αριθμούς που είναι μεγαλύτεροι του 42 και μικρότεροι ή ίσοι του 58,

- β) τους περιττούς αριθμούς που είναι μεγαλύτεροι ή ίσοι του 343 και μικρότεροι του 355.

1.37 Να γράψετε όλους τους διψήφιους φυσικούς αριθμούς, των οποίων τα ψηφία είναι άρτιοι αριθμοί, διαφορετικοί μεταξύ τους, και να τους διατάξετε σε αύξουσα σειρά.

1.38 Να γράψετε σε αύξουσα σειρά όλους τους τριψήφιους περιττούς αριθμούς, των οποίων τα ψηφία είναι διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί, τοποθετημένοι είτε σε αύξουσα είτε σε φθίνουσα σειρά.

1.39 Χρησιμοποιώντας τα ψηφία 4, 1 και 7, από μία φορά το καθένα, να γράψετε όλους τους διαφορετικούς τριψήφιους αριθμούς που μπορείτε.

- α) Να βρείτε τον μικρότερο και τον μεγαλύτερο από αυτούς τους αριθμούς και να τους γράψετε σε φυσική γλώσσα.
β) Ποιοι από τους αριθμούς που γράψατε είναι άρτιοι και ποιοι περιττοί;
γ) Να βάλετε όλους τους παραπάνω αριθμούς σε αύξουσα σειρά, δηλαδή από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο.

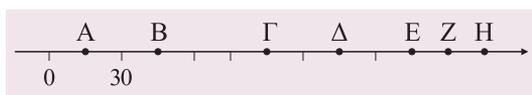
Αντιστοίχιση φυσικών αριθμών με σημεία ενός άξονα

1.40 Σε άξονα με κατάλληλη μονάδα να τοποθετήσετε τους αριθμούς 1, 2, 3, 7, 9 και 11.

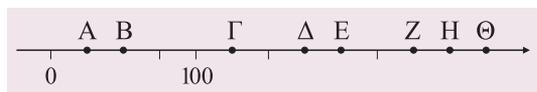
1.41 Να τοποθετήσετε σε άξονα με κατάλληλη μονάδα τους αριθμούς 5, 10, 20, 35, 50 και 55.

1.42 Να βρείτε τους αριθμούς που αντιστοιχούν

στα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ και Η του παρακάτω άξονα:



1.43 Να βρείτε τους αριθμούς που αντιστοιχούν στα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η και Θ του παρακάτω άξονα:



1.44 Να κατασκευάσετε έναν άξονα με αρχή Ο και μονάδα μέτρησης ΟΑ, που έχει μήκος 5 mm. Να σημειώσετε πάνω στον άξονα τα σημεία Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η και Θ που απέχουν από το σημείο Ο αποστάσεις 1 cm, 25 mm, 35 mm, 5 cm, 7 cm, 85 mm και 10 cm αντίστοιχα. Στη συνέχεια να βρείτε τους αριθμούς που αντιστοιχούν στα παραπάνω σημεία.

Στρογγυλοποίηση φυσικών αριθμών

1.45 Να στρογγυλοποιήσετε τους παρακάτω αριθμούς στην πλησιέστερη δεκάδα:

- α) 32 β) 81 γ) 603 δ) 396
ε) 822 στ) 986 ζ) 522 η) 863

1.46 Να στρογγυλοποιήσετε τους παρακάτω αριθμούς στην πλησιέστερη εκατοντάδα:

- α) 86 β) 248 γ) 395 δ) 837
ε) 4.153 στ) 5.585 ζ) 8.008 η) 6.915

1.47 Να στρογγυλοποιήσετε τους παρακάτω αριθμούς στην πλησιέστερη χιλιάδα:

- α) 1.054 β) 2.543 γ) 7.802
δ) 26.382 ε) 49.540 στ) 299.803

1.48 Να στρογγυλοποιήσετε στην πλησιέστερη δεκάδα όσους από τους επόμενους φυσικούς επιτρέπεται:

- α) απόσταση 138 Km,
β) ταχυδρομικός κώδικας 15342,
γ) βάρος 20.501 t,
δ) τηλεφωνικός κωδικός χώρας 0044,
ε) αριθμός ταυτότητας Κ 325678,
στ) αριθμός πιστωτικής κάρτας 6789500052,
ζ) ταχύτητα 143 Km/s,
η) ύψος όρους 1.123 m,
θ) βάρος ασθενούς 103 Kg.

1.49 Να στρογγυλοποιήσετε τον αριθμό 129.543 στην πλησιέστερη:

- α) δεκάδα, β) εκατοντάδα,
γ) χιλιάδα, δ) δεκάδα χιλιάδων,
ε) εκατοντάδα χιλιάδων.

1.50 Να βρείτε τους διψήφιους φυσικούς αριθμούς που όταν τους στρογγυλοποιήσουμε στην πλησιέστερη δεκάδα γίνονται ίσοι με 100.

1.51 Να γράψετε όλους τους φυσικούς αριθμούς που όταν τους στρογγυλοποιήσουμε στην πλησιέστερη δεκάδα γίνονται ίσοι με 250.

1.52 Να γράψετε τους περιττούς αριθμούς που είναι ανάμεσα στους αριθμούς 1.498 και 1.506. Στη συνέχεια να στρογγυλοποιήσετε τους αριθμούς που γράψατε στην πλησιέστερη:

- α) δεκάδα, β) εκατοντάδα, γ) χιλιάδα.

1.53 α) Χρησιμοποιώντας τα ψηφία 5, 2 και 7, από μία φορά το καθένα, να γράψετε όλους τους τριψήφιους αριθμούς που μπορείτε.

β) Να βάλετε τους παραπάνω αριθμούς σε αύξουσα σειρά.

γ) Όσοι από τους παραπάνω αριθμούς είναι άρτιοι, να τους στρογγυλοποιήσετε στην πλησιέστερη εκατοντάδα.

δ) Όσοι από τους παραπάνω αριθμούς είναι περιττοί, να τους στρογγυλοποιήσετε στην πλησιέστερη δεκάδα.

1.54 Χρησιμοποιώντας τα ψηφία 3, 1, 5 και 8, από μία φορά το καθένα, να σχηματίσετε τον μικρότερο και τον μεγαλύτερο τετραψήφιο αριθμό που μπορείτε. Στη συνέχεια να στρογγυλοποιήσετε τους δύο αυτούς αριθμούς στην πλησιέστερη:

- α) δεκάδα, β) εκατοντάδα,
γ) χιλιάδα.

Ερωτήσεις τύπου Σωστό - Λάθος

1.55 Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:

- α) Ο αριθμός 24.687 είναι άρτιος. Σ Λ
- β) Ο μικρότερος φυσικός αριθμός είναι το 1. Σ Λ
- γ) Αν ένας φυσικός αριθμός είναι περιττός, τότε ο επόμενός του είναι άρτιος. Σ Λ
- δ) Αν ένας αριθμός είναι άρτιος, τότε και ο μεθεπόμενός του είναι άρτιος. Σ Λ
- ε) Υπάρχει φυσικός αριθμός που είναι μεγαλύτερος από όλους τους φυσικούς αριθμούς. Σ Λ
- στ) Ισχύει ότι $256 < 0256$. Σ Λ
- ζ) Δεν υπάρχει φυσικός αριθμός μεταξύ του 19 και του 20. Σ Λ
- η) Δεν υπάρχει περιττός αριθμός μεταξύ του 9 και του 11. Σ Λ
- θ) Ανάμεσα στους αριθμούς 19 και 22 υπάρχει ένας άρτιος και ένας περιττός αριθμός. Σ Λ

Ερωτήσεις τύπου πολλαπλής επιλογής

1.56 Σε καθεμία από τις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

- α) Ο αριθμός 123456 στη θέση των χιλιάδων έχει το ψηφίο:
A: 1 B: 2 Γ: 3 Δ: 4
- β) Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς έχει το 2 στη θέση των δεκάδων χιλιάδων;
A: 732.851 B: 521.004 Γ: 300.200 Δ: 245.600
- γ) Ο αριθμός 134579357 έχει άρτιο ψηφίο στη θέση των:
A: εκατοντάδων B: εκατοντάδων χιλιάδων
Γ: εκατομμυρίων Δ: δεκάδων εκατομμυρίων
- δ) Ο αριθμός πενήντα χιλιάδες διακόσια σαράντα πέντε έχει το 0 (μηδέν) στη θέση των:
A: μονάδων B: δεκάδων
Γ: εκατοντάδων Δ: χιλιάδων
- ε) Πόσοι φυσικοί αριθμοί υπάρχουν από τον αριθμό 30 μέχρι και τον αριθμό 50;
A: 19 B: 20 Γ: 21 Δ: 50
- στ) Πόσοι φυσικοί αριθμοί υπάρχουν ανάμεσα στο 170 και στο 190;
A: 19 B: 20 Γ: 21 Δ: 190
- ζ) Αν γράψουμε τους αριθμούς από το 1 μέχρι το 90, πόσους άρτιους αριθμούς έχουμε γράψει;
A: 90 B: 45 Γ: 44 Δ: 46
- η) Αν γράψουμε τους αριθμούς από το 1 μέχρι το 31, πόσους περιττούς αριθμούς έχουμε γράψει;
A: 31 B: 14 Γ: 15 Δ: 16

Ελέγγω τις γνώσεις μου στη θεωρία

- 1.57** α) Να γράψετε 10 φυσικούς αριθμούς.
β) Να συμπληρώσετε τα κενά στην παρακάτω πρόταση:
«Κάθε αριθμός έχει έναν επόμενο και έναν φυσικό αριθμό, εκτός από το 0 που έχει μόνο, το»

- γ) Ποιοι αριθμοί λέγονται άρτιοι και ποιοι περιττοί;
- δ) Να γράψετε τη δεκαδική τάξη κάθε ψηφίου ενός επταψηφίου φυσικού αριθμού.
- ε) Τι σημαίνουν τα σύμβολα =, <, >;
- στ) Τι σημαίνει ότι μπορούμε να διατάξουμε τους φυσικούς αριθμούς σε αύξουσα σειρά μεγέθους;
- ζ) Ποια διαδικασία ονομάζεται στρογγυλοποίηση;
- η) Πώς εργαζόμαστε για να στρογγυλοποιήσουμε έναν φυσικό αριθμό;

Κριτήριο αξιολόγησης

Θέμα 1ο

- α) Ποιοι φυσικοί αριθμοί λέγονται άρτιοι και ποιοι λέγονται περιττοί;
- β) Ποιοι από τους παρακάτω αριθμούς είναι άρτιοι και ποιοι περιττοί;
32, 57, 126, 254, 1.907, 8.548, 10.000, 125.449, 1.101.111
- γ) Να γράψετε τους 9 μικρότερους τριψήφιους περιττούς αριθμούς.

Θέμα 2ο

- α) Να γράψετε δίπλα δίπλα και συνεχόμενα τους αριθμούς από το 31 μέχρι και το 34, ώστε να σχηματιστεί ένας οκταψήφιος αριθμός.
- β) Πώς διαβάζεται αυτός ο αριθμός;
- γ) Να γράψετε την αξία που έχει το ψηφίο 3 σε καθεμία από τις θέσεις που βρίσκεται.

Θέμα 3ο

Να στρογγυλοποιήσετε τους παρακάτω αριθμούς στη ζητούμενη τάξη.

| Αριθμός | Δεκάδες | Εκατοντάδες | Χιλιάδες | Δεκάδες χιλιάδες | Εκατοντάδες χιλιάδες |
|---------|---------|-------------|----------|------------------|----------------------|
| 735.928 | | | | | |
| 174.605 | | | | | |
| 259.947 | | | | | |
| 554.798 | | | | | |
| 399.702 | | | | | |

Θέμα 4ο

Χρησιμοποιώντας τα ψηφία 5, 3 και 6, από μία φορά το καθένα, να γράψετε όλους τους διαφορετικούς τριψήφιους αριθμούς που υπάρχουν.

- α) Να βρείτε τον μικρότερο και τον μεγαλύτερο από τους παραπάνω αριθμούς και να τους γράψετε σε φυσική γλώσσα.
- β) Ποιοι από τους παραπάνω αριθμούς είναι άρτιοι και ποιοι είναι περιττοί;
- γ) Να τοποθετήσετε τους παραπάνω αριθμούς σε φθίνουσα σειρά.
- δ) Να στρογγυλοποιήσετε τους παραπάνω αριθμούς στην πλησιέστερη δεκάδα.

2

Πρόσθεση, αφαίρεση και πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών

Βασική θεωρία και εφαρμογές

2.1 Πρόσθεση - Ιδιότητες της πρόσθεσης

- Στην πρόσθεση $a + b = \gamma$, οι αριθμοί a και b λέγονται **προσθετέοι** και ο αριθμός γ λέγεται **άθροισμα**.
- Το μηδέν (0), όταν προστεθεί σε έναν φυσικό αριθμό a , δεν τον μεταβάλλει. Δηλαδή:

$$a + b = \gamma$$

$$a + 0 = a \quad \text{ή} \quad 0 + a = a$$

- **Αντιμεταθετική ιδιότητα**
Μπορούμε να αλλάζουμε τη σειρά των δύο προσθετέων ενός αθροίσματος. Δηλαδή ισχύει:

$$a + b = b + a$$

- **Προσεταιριστική ιδιότητα**
Μπορούμε να αντικαταστήσουμε προσθετέους με το άθροισμά τους ή να αναλύσουμε έναν προσθετέο σε άθροισμα. Δηλαδή ισχύει:

$$(a + b) + \gamma = a + (b + \gamma)$$

Εφαρμογή

- α) Να βρείτε το άθροισμα των αριθμών 38 και 46.
- β) Να υπολογίσετε τα αθροίσματα $12 + 0$ και $0 + 15$.
- γ) Να υπολογίσετε τα αθροίσματα $17 + 23$ και $23 + 17$. Ποια ιδιότητα της πρόσθεσης επαληθεύεται;
- δ) Να υπολογίσετε τα αθροίσματα $(14 + 16) + 20$ και $14 + (16 + 20)$. Ποια ιδιότητα της πρόσθεσης επαληθεύεται;

Λύση

α) Κάνουμε την πρόσθεση $38 + 46 = 84$. Στη διπλανή πρόσθεση:

- οι αριθμοί 38 και 46 λέγονται **προσθετέοι**,
- ο αριθμός 84 λέγεται **άθροισμα**.

β) Το 0 όταν προστεθεί σε έναν φυσικό αριθμό δεν τον μεταβάλλει. Δηλαδή ισχύει ότι:

$$12 + 0 = 12 \quad \text{και} \quad 0 + 15 = 15$$

γ) Παρατηρούμε ότι $17 + 23 = 40$ και $23 + 17 = 40$. Δηλαδή ισχύει ότι:

$$23 + 17 = 17 + 23$$

Επαληθεύεται η αντιμεταθετική ιδιότητα της πρόσθεσης.

δ) Παρατηρούμε ότι:

- $(14 + 16) + 20 = 30 + 20 = 50$
- $14 + (16 + 20) = 14 + 36 = 50$

Δηλαδή ισχύει ότι $(14 + 16) + 20 = 14 + (16 + 20)$.

Επαληθεύεται η προσεταιριστική ιδιότητα της πρόσθεσης.

2.2 Αφαίρεση - Ιδιότητες της αφαίρεσης

- **Αφαίρεση** είναι η πράξη με την οποία, όταν δίνονται δύο αριθμοί **M (μειωτέος)** και **A (αφαιρετέος)**, βρίσκουμε έναν αριθμό **Δ (διαφορά)**, ο οποίος όταν προστεθεί στον **A**, δίνει τον **M**. Δηλαδή ισχύει $M = A + \Delta$, όμως γράφουμε:

$$M - A = \Delta$$

- Η ισότητα $M = A + \Delta$ μάς δίνει έναν τρόπο να επαληθεύσουμε την αφαίρεση: Αν προσθέσουμε τον αφαιρετέο και τη διαφορά, βρίσκουμε τον μειωτέο.
- Στους **φυσικούς αριθμούς** ο αφαιρετέος (A) πρέπει να είναι μικρότερος ή ίσος του μειωτέου (M). Αν ο αφαιρετέος (A) είναι μεγαλύτερος του μειωτέου (M), η αφαίρεση δεν μπορεί να γίνει στους φυσικούς αριθμούς.
- Το μηδέν (0), όταν αφαιρεθεί από έναν φυσικό αριθμό a , δεν τον μεταβάλλει. Δηλαδή:

$$a - 0 = a$$

- Αν αφαιρέσουμε έναν φυσικό αριθμό από τον εαυτό του, το αποτέλεσμα είναι μηδέν (0). Δηλαδή:

$$a - a = 0$$

Εφαρμογή

- α) Να κάνετε την αφαίρεση $42 - 18$. Πώς μπορούμε να κάνουμε επαλήθευση αυτής της αφαίρεσης;
- β) Να κάνετε την αφαίρεση $18 - 42$ στους φυσικούς αριθμούς.
- γ) Να κάνετε τις αφαιρέσεις $42 - 0$, $18 - 18$ και $0 - 0$.

Λύση

α) Είναι $42 - 18 = 24$. Στην αφαίρεση αυτή:

- ο αριθμός 42 είναι ο **μειωτέος**,
- ο αριθμός 18 είναι ο **αφαιρετέος**,
- ο αριθμός 24 είναι η **διαφορά**.

Η επαλήθευση της αφαίρεσης μπορεί να γίνει ως εξής:

Αν προσθέσουμε τον αφαιρετέο και τη διαφορά, πρέπει να βρούμε τον μειωτέο. Πράγματι $18 + 24 = 42$.

β) Στην αφαίρεση $18 - 42$, ο αφαιρετέος (42) είναι μεγαλύτερος από τον μειωτέο (18). Έτσι η αφαίρεση $18 - 42$ δεν μπορεί να γίνει στους φυσικούς αριθμούς.

γ) Έχουμε $42 - 0 = 42$, $18 - 18 = 0$ και $0 - 0 = 0$.

2.3 Πολλαπλασιασμός - Ιδιότητες του πολλαπλασιασμού

- Στον πολλαπλασιασμό $a \cdot b = \gamma$, οι αριθμοί a και b λέγονται **παράγοντες** και ο αριθμός γ λέγεται **γινόμενο**.
- Το ένα (1), όταν πολλαπλασιαστεί με έναν φυσικό αριθμό a , δεν τον μεταβάλλει. Δηλαδή:

$$a \cdot b = \gamma$$

$$a \cdot 1 = a \quad \text{ή} \quad 1 \cdot a = a$$

- Το γινόμενο οποιουδήποτε φυσικού αριθμού a με το μηδέν (0) είναι ίσο με μηδέν (0). Δηλαδή:

$$a \cdot 0 = 0 \quad \text{ή} \quad 0 \cdot a = 0$$

- **Αντιμεταθετική ιδιότητα**

Σε ένα γινόμενο μπορούμε να αλλάζουμε τη σειρά των παραγόντων. Δηλαδή:

$$a \cdot b = b \cdot a$$

- **Προσεταιριστική ιδιότητα**

Σε ένα γινόμενο μπορούμε να αντικαταστήσουμε παράγοντες με το γινόμενό τους ή να αναλύσουμε έναν παράγοντα σε γινόμενο. Δηλαδή:

$$a \cdot (b \cdot \gamma) = (a \cdot b) \cdot \gamma$$

Εφαρμογή

- α) Να βρείτε το γινόμενο των αριθμών 14 και 32.
β) Να κάνετε τους πολλαπλασιασμούς $45 \cdot 1$ και $1 \cdot 128$.
γ) Να κάνετε τους πολλαπλασιασμούς $578 \cdot 0$ και $0 \cdot 12.693$.
δ) Να υπολογίσετε τα γινόμενα $4 \cdot 15$ και $15 \cdot 4$. Ποια ιδιότητα του πολλαπλασιασμού επαληθεύεται;
ε) Να υπολογίσετε τα γινόμενα $2 \cdot (5 \cdot 8)$ και $(2 \cdot 5) \cdot 8$. Ποια ιδιότητα του πολλαπλασιασμού επαληθεύεται;

Λύση

α) Κάνουμε τον πολλαπλασιασμό:

$$14 \cdot 32 = 448$$

| |
|-------------|
| 14 |
| $\times 32$ |
| 28 |
| $+ 42$ |
| 448 |

Στον παραπάνω πολλαπλασιασμό:

- οι αριθμοί 14 και 32 λέγονται **παράγοντες**,
 - ο αριθμός 448 λέγεται **γινόμενο**.
- β) Το 1 όταν πολλαπλασιαστεί με έναν φυσικό αριθμό δεν τον μεταβάλλει. Δηλαδή είναι:

$$45 \cdot 1 = 45 \quad \text{και} \quad 1 \cdot 128 = 128$$

γ) Το γινόμενο οποιουδήποτε φυσικού αριθμού με το 0 ισούται με 0. Δηλαδή είναι:

$$578 \cdot 0 = 0 \quad \text{και} \quad 0 \cdot 12.693 = 0$$

δ) Παρατηρούμε ότι $4 \cdot 15 = 60$ και $15 \cdot 4 = 60$. Δηλαδή ισχύει ότι $4 \cdot 15 = 15 \cdot 4$. Επαληθεύεται η αντιμεταθετική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού.

ε) Παρατηρούμε ότι:

- $2 \cdot (5 \cdot 8) = 2 \cdot 40 = 80$
- $(2 \cdot 5) \cdot 8 = 10 \cdot 8 = 80$

Δηλαδή ισχύει ότι $2 \cdot (5 \cdot 8) = (2 \cdot 5) \cdot 8$. Επαληθεύεται η προσεταιριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού.

2.4 Προτεραιότητα των πράξεων

- Στις αριθμητικές παραστάσεις που εμφανίζονται πολλαπλασιασμοί, προσθέσεις και αφαιρέσεις, κάνουμε πρώτα τους πολλαπλασιασμούς και μετά τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις, με τη σειρά που εμφανίζονται.
- Αν στην αριθμητική παράσταση υπάρχουν και παρενθέσεις, πρώτα κάνουμε τις πράξεις μέσα στις παρενθέσεις και μετά τις υπόλοιπες πράξεις, με τη σειρά που αναφέρεται παραπάνω.

Εφαρμογή

Να γίνουν οι πράξεις στην παρακάτω αριθμητική παράσταση:

$$3 \cdot (24 - 7 \cdot 2) + 2 \cdot [9 \cdot (14 - 3 \cdot 4) - (7 - 4) \cdot (13 - 9)]$$

Λύση

Ακολουθώντας την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

$$\begin{aligned} & 3 \cdot (24 - 7 \cdot 2) + 2 \cdot [9 \cdot (14 - 3 \cdot 4) - (7 - 4) \cdot (13 - 9)] = \\ & = 3 \cdot (24 - 14) + 2 \cdot [9 \cdot (14 - 12) - 3 \cdot 4] = 3 \cdot 10 + 2 \cdot (9 \cdot 2 - 12) = \\ & = 30 + 2 \cdot (18 - 12) = 30 + 2 \cdot 6 = 30 + 12 = 42 \end{aligned}$$

2.5 Πολλαπλασιασμός φυσικού αριθμού με το 10, το 100, το 1.000 κ.ο.κ.

Για να πολλαπλασιάσουμε έναν φυσικό αριθμό με το 10, το 100, το 1.000 κ.ο.κ., αρκεί στο τέλος του αριθμού να προσθέσουμε αντίστοιχα ένα 0, δύο 0, τρία 0 κ.ο.κ., δηλαδή όσα μηδενικά έχει και ο παράγοντας 10, 100, 1.000 κ.ο.κ.

Εφαρμογή

Να υπολογίσετε τα γινόμενα:

α) $12 \cdot 10$

β) $345 \cdot 100$

γ) $480 \cdot 1.000$

δ) $9 \cdot 10.000$

Λύση

α) $12 \cdot 10 = 120$

β) $345 \cdot 100 = 34.500$

γ) $480 \cdot 1.000 = 480.000$

δ) $9 \cdot 10.000 = 90.000$

2.6 Επιμεριστική ιδιότητα

- Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση:

$$a \cdot (\beta + \gamma) = a \cdot \beta + a \cdot \gamma$$

- Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την αφαίρεση:

$$a \cdot (\beta - \gamma) = a \cdot \beta - a \cdot \gamma$$

Εφαρμογή

α) Να γίνουν οι πράξεις:

i) $28 \cdot 7 + 28 \cdot 3$

ii) $36 \cdot 19 - 36 \cdot 9$

β) Να γράψετε σε πιο απλή μορφή την παράσταση:

$$A = 3 \cdot x + 5 \cdot x + x - 2 \cdot x$$

α) i) 1ος τρόπος

Εκτελούμε τις πράξεις σύμφωνα με την προτεραιότητα των πράξεων (πρώτα οι πολλαπλασιασμοί, μετά οι προσθέσεις και οι αφαιρέσεις):

$$28 \cdot 7 + 28 \cdot 3 = 196 + 84 = 280$$

2ος τρόπος

Εκμεταλλευόμαστε την επιμεριστική ιδιότητα:

$$28 \cdot 7 + 28 \cdot 3 = 28 \cdot (7 + 3) = 28 \cdot 10 = 280$$

ii) 1ος τρόπος

Εκτελούμε τις πράξεις σύμφωνα με την προτεραιότητα των πράξεων:

$$36 \cdot 19 - 36 \cdot 9 = 684 - 324 = 360$$

2ος τρόπος

Εκμεταλλευόμαστε την επιμεριστική ιδιότητα:

$$36 \cdot 19 - 36 \cdot 9 = 36 \cdot (19 - 9) = 36 \cdot 10 = 360$$

β) Η παράσταση γράφεται:

$$A = 3 \cdot x + 5 \cdot x + 1 \cdot x - 2 \cdot x = x \cdot (3 + 5 + 1 - 2) = x \cdot 7 = 7 \cdot x$$

2.7 Βασικά τεχνάσματα για πιο εύκολους υπολογισμούς

Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού, να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

α) $32 + 76 + 119 + 24 + 68 + 31$

β) $4 \cdot 32 \cdot 50$

γ) $24 \cdot 99$

δ) $32 \cdot 101$

Λύση

α) Εκμεταλλευόμαστε την αντιμεταθετική και την προσεταιριστική ιδιότητα της πρόσθεσης:

$$\begin{aligned} 32 + 76 + 119 + 24 + 68 + 31 &= (32 + 68) + (76 + 24) + (119 + 31) = \\ &= 100 + 100 + 150 = 350 \end{aligned}$$

β) Εκμεταλλευόμαστε την αντιμεταθετική και την προσεταιριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού:

$$4 \cdot 32 \cdot 50 = (4 \cdot 50) \cdot 32 = 200 \cdot 32 = 6.400$$

γ) Εκμεταλλευόμαστε την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την αφαίρεση:

$$24 \cdot 99 = 24 \cdot (100 - 1) = 24 \cdot 100 - 24 \cdot 1 = 2.400 - 24 = 2.376$$

δ) Εκμεταλλευόμαστε την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση:

$$32 \cdot 101 = 32 \cdot (100 + 1) = 32 \cdot 100 + 32 \cdot 1 = 3.200 + 32 = 3.232$$

2.8 Χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας σε παραστάσεις με αριθμούς και γράμματα
 Δίνονται φυσικοί αριθμοί α και β για τους οποίους ισχύει ότι $\alpha + \beta = 50$. Να υπολογίσετε την παράσταση:

$$A = 2 \cdot (\alpha + 5) + 6 \cdot (\alpha - 1) + 9 \cdot (\beta + 4) - \beta$$

Λύση

Εκτελούμε τις πράξεις, οπότε έχουμε:

$$\begin{aligned} A &= 2 \cdot (\alpha + 5) + 6 \cdot (\alpha - 1) + 9 \cdot (\beta + 4) - \beta = \\ &= 2 \cdot \alpha + 2 \cdot 5 + 6 \cdot \alpha - 6 \cdot 1 + 9 \cdot \beta + 9 \cdot 4 - \beta = \\ &= 2 \cdot \alpha + 6 \cdot \alpha + 9 \cdot \beta - \beta + 2 \cdot 5 - 6 \cdot 1 + 9 \cdot 4 = \\ &= 2 \cdot \alpha + 6 \cdot \alpha + 9 \cdot \beta - 1 \cdot \beta + 10 - 6 + 36 = \alpha \cdot (2 + 6) + \beta \cdot (9 - 1) + 40 = \\ &= \alpha \cdot 8 + \beta \cdot 8 + 40 = 8 \cdot (\alpha + \beta) + 40 = 8 \cdot 50 + 40 = 400 + 40 = 440 \end{aligned}$$

Θέματα προς απάντηση

Πρόσθεση

2.9 Να υπολογίσετε τα επόμενα αθροίσματα:

α)
$$\begin{array}{r} 94 \\ 37 \\ \hline + 98 \end{array}$$

β)
$$\begin{array}{r} 123 \\ 76 \\ \hline + 84 \end{array}$$

γ)
$$\begin{array}{r} 256 \\ 831 \\ \hline + 728 \end{array}$$

δ)
$$\begin{array}{r} 145 \\ 678 \\ \hline + 203 \end{array}$$

ε)
$$\begin{array}{r} 5.742 \\ 3.189 \\ \hline + 518 \end{array}$$

στ)
$$\begin{array}{r} 735 \\ 3.186 \\ 8.397 \\ \hline + 12.603 \end{array}$$

2.10 Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες της πρόσθεσης, να υπολογίσετε τα αθροίσματα:

- α) $29 + 27 + 21 + 33$
 β) $624 + 528 + 672 + 736$
 γ) $1.750 + 840 + 1.250 + 160$
 δ) $2.184 + 1.052 + 948 + 816$

2.11 Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες της πρόσθεσης, να υπολογίσετε τα παρακάτω αθροίσματα:

- α) $15 + 24 + 32 + 26 + 35 + 18$
 β) $43 + 59 + 76 + 54 + 31 + 27$
 γ) $152 + 136 + 245 + 148 + 164 + 55$
 δ) $248 + 351 + 193 + 149 + 212 + 307$

2.12 Να γράψετε επτά διαδοχικούς αριθμούς, ώστε ο μεσαίος να είναι το 1.000. Ποιο είναι το άθροισμα αυτών των αριθμών;

2.13 Αν $x = 23 + 14 + 27$, $y = 32 + 29 + 18$ και $\omega = 35 + 26 + 75$, να υπολογίσετε το άθροισμα $x + y + \omega$.

2.14 Να αντικαταστήσετε τα τετράγωνα με κατάλληλα ψηφία:

$$\begin{array}{r} \square 5 \\ + 18 \\ \hline 5 \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \square 1 \\ + \square 1 \square \\ \hline 5 0 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \square 3 5 \\ + \square 6 \square \square \\ \hline 1 5 7 9 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square 1 7 \\ + \square \square \square \\ \hline 3 6 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 3 \square \\ + \square \square 8 \\ \hline 1 2 0 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square \square 3 8 \\ + 7 \square \square \\ \hline 3 2 0 0 \end{array}$$

Αφαίρεση

2.15 Να υπολογίσετε τις διαφορές:

- α) $375 - 218$ β) $146 - 98$
 γ) $785 - 519$ δ) $1.359 - 913$
 ε) $7.160 - 3.295$ στ) $12.371 - 952$

2.16 Να κάνετε όσες από τις επόμενες αφαιρέσεις μπορούν να γίνουν στους φυσικούς αριθμούς:

- α) $61 - 59$ β) $138 - 141$
 γ) $2.997 - 3.001$ δ) $5.001 - 4.900$
 ε) $12.345 - 12.339$ στ) $25.738 - 25.743$

2.17 Να κάνετε τις πράξεις:

- α) $12 + 15 - 7$ β) $24 + 36 - 20$
 γ) $49 - 25 + 16$ δ) $61 - 37 - 16$
 ε) $100 - 85 + 15$ στ) $120 - 78 - 42$

2.18 Να κάνετε τις πράξεις:

- α) $(25 + 13) - 18$ β) $(35 + 17) - 52$

- γ) $75 - (36 - 12)$ δ) $65 - (43 - 35)$
 ε) $86 - (35 + 41)$ στ) $47 - (22 + 25)$

2.19 Να υπολογίσετε τις τιμές των επόμενων παραστάσεων:

- α) $A = (35 - 12) + 46 - 37 - (31 - 28)$
 β) $B = 76 + (35 - 18) - 44 + (51 - 28)$
 γ) $\Gamma = 154 - (31 - 20) - (65 - 28) - 106$
 δ) $\Delta = 300 - (175 - 25) - (340 - 190)$

2.20 Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

- α) $19 + \dots = 54$ β) $\dots + 45 = 100$
 γ) $72 - \dots = 38$ δ) $\dots - 51 = 15$
 ε) $36 - \dots = 29$ στ) $\dots - 28 = 37$

2.21 α) Ποιον αριθμό πρέπει να προσθέσουμε στο 45 για να βρούμε άθροισμα 123;

β) Ποιον αριθμό πρέπει να αφαιρέσουμε από τον 589 για να βρούμε διαφορά 132;

Οι απαντήσεις βρίσκονται στο τέλος του βιβλίου.

γ) Από ποιον αριθμό πρέπει να αφαιρέσουμε το 68 για να βρούμε διαφορά 135;

2.22 Να συμπληρώσετε τα ψηφία που λείπουν στις επόμενες αφαιρέσεις:

$$\begin{array}{r} 67\Box \\ - 4\Box9 \\ \hline \Box14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \Box5\Box \\ - 3\Box7 \\ \hline 467 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24\Box5 \\ - \Box8\Box \\ \hline 1596 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4\Box77 \\ - 26\Box4 \\ \hline \Box92\Box \end{array}$$

2.23 Αν $x = 15 + 17 - 12$, $y = 35 - (17 + 12)$ και

$\omega = 12 - (16 - 9)$, να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

- α) $x + y + \omega$ β) $x - y + \omega$
 γ) $x - y - \omega$ δ) $x - (y - \omega)$
 ε) $x - (y + \omega)$

2.24 Συμπλήρωσε τα κενά έτσι, ώστε το τετράγωνο να είναι μαγικό, δηλαδή κάθε γραμμή, στήλη και μεγάλη διαγώνιος να έχουν το ίδιο άθροισμα.

| | | | |
|----|----|----|----|
| 9 | | | 22 |
| 17 | | 10 | 12 |
| | | | 17 |
| | 18 | 13 | 9 |

Πολλαπλασιασμός

2.25 Να κάνετε τους πολλαπλασιασμούς:

- α) $28 \cdot 5$ β) $67 \cdot 9$
 γ) $48 \cdot 79$ δ) $508 \cdot 73$
 ε) $815 \cdot 576$ στ) $1.230 \cdot 4.500$

2.26 Να υπολογίσετε τα γινόμενα:

- α) $25 \cdot 10$ β) $87 \cdot 100$
 γ) $93 \cdot 1.000$ δ) $10 \cdot 127$
 ε) $100 \cdot 508$ στ) $1.000 \cdot 2.380$

2.27 Να κάνετε τους πολλαπλασιασμούς:

- α) $54 \cdot 20$ β) $78 \cdot 30$ γ) $44 \cdot 60$
 δ) $63 \cdot 50$ ε) $81 \cdot 40$ στ) $96 \cdot 70$

2.28 Να κάνετε τους πολλαπλασιασμούς:

- α) $2 \cdot 18 \cdot 5$ β) $2 \cdot 79 \cdot 50$
 γ) $4 \cdot 86 \cdot 25$ δ) $5 \cdot 137 \cdot 20$
 ε) $50 \cdot 33 \cdot 20$ στ) $25 \cdot 21 \cdot 8$

2.29 Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

- α) $7 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 5$
 β) $9 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 8$
 γ) $5 \cdot 1.000 + 4 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 2$
 δ) $8 \cdot 10.000 + 6 \cdot 1.000 + 9 \cdot 10 + 9$

2.30 Να κάνετε τον πολλαπλασιασμό $143 \cdot 7$ και στη συνέχεια να υπολογίσετε τα γινόμενα:

- α) $143 \cdot 21$ β) $143 \cdot 35$ γ) $143 \cdot 56$

2.31 Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

- α) $4 \cdot 7 + 3 \cdot 9$ β) $8 \cdot 6 - 4 \cdot 10$
 γ) $9 \cdot 11 - 7 \cdot 5 - 24$
 δ) $12 \cdot 15 - 10 \cdot 13 + 7$
 ε) $100 - 9 \cdot 8 - 4 \cdot 2$
 στ) $14 \cdot 25 - 11 \cdot 16 + 3 \cdot 18$

2.32 Να κάνετε τις πράξεις:

- α) $17 \cdot 7 + 17 \cdot 3$ β) $35 \cdot 12 + 35 \cdot 8$
 γ) $96 \cdot 73 + 96 \cdot 27$ δ) $6 \cdot 48 + 4 \cdot 48$
 ε) $81 \cdot 49 + 19 \cdot 49$ στ) $138 \cdot 42 + 6 \cdot 42$

2.33 Να κάνετε τις πράξεις:

- α) $38 \cdot 16 - 38 \cdot 6$ β) $23 \cdot 32 - 23 \cdot 12$
 γ) $74 \cdot 138 - 74 \cdot 38$ δ) $24 \cdot 49 - 14 \cdot 49$
 ε) $51 \cdot 42 - 31 \cdot 42$ στ) $173 \cdot 108 - 73 \cdot 108$

2.34 Να κάνετε τις επόμενες πράξεις:

- α) $5 \cdot 87 + 5 \cdot 36 - 5 \cdot 23$
 β) $12 \cdot 54 - 12 \cdot 34 - 12 \cdot 17$
 γ) $25 \cdot 68 - 25 \cdot 66 + 25 \cdot 2$
 δ) $48 \cdot 39 + 32 \cdot 39 + 20 \cdot 39$

ε) $45 \cdot 38 - 45 \cdot 37 + 45$

2.35 Να υπολογίσετε τα γινόμενα, χρησιμοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα.

α) $16 \cdot 9$ β) $47 \cdot 9$ γ) $34 \cdot 99$
 δ) $23 \cdot 98$ ε) $76 \cdot 99$ στ) $57 \cdot 990$

2.36 Να υπολογίσετε τα γινόμενα, χρησιμοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα.

α) $23 \cdot 11$ β) $32 \cdot 12$ γ) $15 \cdot 110$
 δ) $47 \cdot 110$ ε) $18 \cdot 111$ στ) $51 \cdot 1.100$

2.37 Να κάνετε τις πράξεις:

α) $7 \cdot 6 + 14 - 2 \cdot 5$ β) $7 \cdot (6 + 14) - 2 \cdot 5$
 γ) $7 \cdot 6 + (14 - 2) \cdot 5$ δ) $7 \cdot (6 + 14 - 2 \cdot 5)$
 ε) $7 \cdot (6 + 14 - 2) \cdot 5$

2.38 Να κάνετε τις επόμενες πράξεις:

α) $3 \cdot 14 - 4 \cdot (7 - 2)$
 β) $9 \cdot 20 - 5 \cdot (7 + 14)$
 γ) $7 \cdot 9 - 8 \cdot (9 - 3)$
 δ) $(4 + 2) \cdot (8 - 5)$
 ε) $(6 + 2) \cdot (10 + 4 - 8)$
 στ) $4 \cdot (7 + 5) - 4 \cdot 7 + 3 \cdot (5 + 3)$

2.39 Να συμπληρώσετε με ψηφία τα παρακάτω τετράγωνα, ώστε η πράξη να είναι σωστή.

$$\begin{array}{r} \square \ 5 \ 3 \\ \times \quad 4 \ \square \\ \hline 1 \ \square \ \square \ 8 \\ + \square \ \square \ \square \ \square \\ \hline \square \ \square \ \square \ \square \ \square \end{array}$$

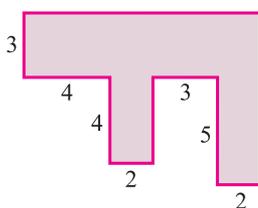
Προβλήματα

2.40 Ο Αντρέας έχει στο πορτοφόλι του 4 χαρτονομίσματα των 50 €, 3 χαρτονομίσματα των 20 € και 2 χαρτονομίσματα των 10 €. Αγόρασε 5 μπλούζες, που κοστίζουν 25 € η καθεμία, και 3 παντελόνια, που κοστίζουν 42 € το καθένα. Πόσα χρήματα του περίσσεψαν;

2.41 Η Άννα έχει 136 €, ο Βασίλης έχει τριπλάσια χρήματα από την Άννα και ο Γιώργος έχει 159 € λιγότερα από τον Βασίλη. Αν οι τρεις φίλοι ενώσουν τα χρήματά τους, τότε πόσα € τους λείπουν για να αγοράσουν έναν υπολογιστή αξίας 990 €;

2.42 Ο κύριος Γιώργος αγόρασε από το χρηματιστήριο 145 μετοχές προς 14 € τη μία. Την επόμενη τις πούλησε όλες προς 16 € τη μία. Πόσα χρήματα κέρδισε;

2.43 Στο διπλανό σχήμα οι σημειωμένες διαστάσεις είναι σε cm. Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν του σχήματος.



2.44 Ο Άγγελος θέλει να αγοράσει τρεις μπάλες. Μια μπάλα μπάσκετ αξίας 23 €, μια μπάλα ποδοσφαίρου αξίας 19 € και μια μπάλα βόλεϊ. Όμως για να αγοράσει και τις τρεις μπάλες του λείπουν 6 €. Αν αγοράσει μόνο την μπάλα μπάσκετ και την μπάλα ποδοσφαίρου, τότε του περισσεύουν 8 €.

α) Πόσα χρήματα έχει ο Άγγελος;
 β) Πόσα ευρώ κοστίζει η μπάλα βόλεϊ;

2.45 Σε μια πενταμελή οικογένεια έχουν όλοι μαζί άθροισμα ηλικιών ίσο με 110 χρόνια. Ποιο θα είναι το άθροισμα των ηλικιών όλων των μελών της οικογένειας μετά από 6 χρόνια;

2.46 Δύο ποδηλάτες ξεκινούν ταυτόχρονα από δύο πόλεις Α και Β, που απέχουν 220 χιλιόμετρα, και κινούνται για να συναντηθούν. Αυτός που ξεκίνησε



από την πόλη Α τρέχει με ταχύτητα 12 χιλιόμετρα την ώρα και ο άλλος με 9 χιλιόμετρα την ώρα. Μετά από 7 ώρες, να βρείτε:

- α) πόσο διάστημα θα έχει διανύσει ο καθένας από τους ποδηλάτες,
 β) πόσο θα απέχουν μεταξύ τους.

2.47 Μια θεατρική παράσταση την παρακολούθη-

σαν άντρες, γυναίκες και παιδιά, συνολικά 90 άτομα. Οι άντρες και οι γυναίκες μαζί ήταν 70 άτομα και οι γυναίκες ήταν διπλάσιες από τα παιδιά. Να βρείτε πόσοι άντρες, πόσες γυναίκες και πόσα παιδιά παρακολούθησαν την παράσταση.

Σύνθετες αριθμητικές παραστάσεις

2.48 Να κάνετε τις πράξεις:

- α) $3 \cdot (11 - 5) - 3 \cdot (13 - 9) + 2 \cdot (21 - 19)$
 β) $(7 + 6) \cdot 5 - (12 - 8) \cdot 4 - 3 \cdot (6 + 1)$
 γ) $4 \cdot (11 + 5 + 3) - 8 \cdot (7 + 4 - 6)$
 δ) $(6 + 5) \cdot (8 + 5 + 2) - (4 - 2) \cdot (10 - 3 + 4)$
 ε) $(12 - 7) \cdot (20 - 19) \cdot (31 - 22)$
 στ) $2 \cdot 8 \cdot (4 + 5) - 6 \cdot 2 \cdot (7 + 5 - 3) + 4 \cdot 5 \cdot (7 - 3)$

2.49 Να κάνετε τις πράξεις:

- α) $30 - (18 - 7) - [20 - (7 + 8)]$
 β) $4 \cdot (9 + 6) - [45 - (34 - 14)]$
 γ) $(100 - 20) - (100 - 60) - [40 - 5 - (31 - 6)]$
 δ) $250 - [2 \cdot (17 - 2) + 4 \cdot (45 - 20 + 5)]$
 ε) $100 - [7 \cdot (23 - 14) - 3 \cdot (10 - 5 - 4)]$
 στ) $5 \cdot (21 - 9) - 3 \cdot [4 \cdot (31 - 25) - 2 \cdot (11 - 9)]$

2.50 Να κάνετε τις πράξεις:

- α) $4 \cdot 15 - 8 \cdot (9 - 4)$
 β) $3 \cdot (12 - 4) - 2 \cdot (6 + 3)$
 γ) $(4 + 7) \cdot (6 - 1) - 3 \cdot (11 - 4 \cdot 2)$
 δ) $5 \cdot [7 \cdot 5 - 4 + 3 \cdot (11 - 2 \cdot 3)]$

2.51 Να κάνετε τις πράξεις:

- α) $3 \cdot [7 + 8 \cdot (12 - 9) - 3 \cdot 6]$
 β) $[8 \cdot (4 \cdot 5 - 11) - 6 \cdot 7] \cdot (4 \cdot 9 - 2 \cdot 8)$
 γ) $7 \cdot [5 \cdot 9 - (2 \cdot 17 - 3 \cdot 5)] -$
 $-(21 - 17) \cdot [3 \cdot (2 \cdot 5 - 9) + 6]$

2.52 Να κάνετε τις πράξεις:

- α) $5 \cdot [7 + 2 \cdot (19 - 3 \cdot 5)]$
 β) $(29 - 3 \cdot 7) \cdot [3 \cdot (5 \cdot 7 - 2 \cdot 13) - 2]$
 γ) $5 \cdot 20 - 9 \cdot [2 \cdot (13 - 2 \cdot 3) - 3 \cdot (11 - 9)]$
 δ) $3 \cdot [11 - 2 \cdot (11 - 8)] - [7 \cdot 9 - 6 \cdot (3 \cdot 5 - 7)]$
 ε) $7 \cdot (3 \cdot 8 - 4 \cdot 5) - (3 \cdot 5 - 9) \cdot [11 - 2 \cdot (11 - 7)]$
 στ) $4 \cdot (28 - 3) - 7 \cdot [4 \cdot (3 \cdot 6 - 2 \cdot 5) - 2 \cdot 9]$

2.53 Να τοποθετήσετε κατάλληλα παρενθέσεις στις παρακάτω ισότητες έτσι, ώστε να ισχύουν:

- α) $20 + 5 \cdot 4 = 100$ β) $5 \cdot 9 + 5 \cdot 2 = 100$
 γ) $3 + 17 \cdot 3 + 2 = 100$ δ) $2 + 18 \cdot 4 + 1 = 81$
 ε) $15 - 5 \cdot 3 + 2 = 50$ στ) $5 + 2 \cdot 3 + 4 = 25$
 ζ) $5 + 2 \cdot 3 + 4 = 19$ η) $30 - 18 - 3 \cdot 2 = 0$

Παραστάσεις με γράμματα

2.54 Αν $\alpha = 15$, $\beta = 12$ και $\gamma = 7$, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

- $A = 2 \cdot (\alpha - 8) + \beta \cdot (16 - 4) - 5 \cdot (14 - 7)$
- $B = 4 \cdot (\alpha - \beta) - 2 \cdot (\beta - \gamma) + 4 \cdot (\alpha - \gamma)$
- $\Gamma = 2 \cdot (\alpha + \beta - \gamma) - 3 \cdot (\alpha - \beta + \gamma)$

2.55 Αν $\alpha = 10$ και $\beta = 5$, να αποδείξετε ότι οι παραστάσεις:

$$A = 8 \cdot (\alpha - \beta) + 3 \cdot (\alpha + \beta) \quad \text{και}$$

$$B = 2 \cdot (\alpha + 2\beta) + 9 \cdot (\alpha - \beta)$$

είναι ίσες.

2.56 Αν $x = 2$, να βρείτε τους αριθμούς που παριστάνουν τα γράμματα στις σχέσεις:

$$y = x + 5, \quad \alpha = y + 8, \quad \beta = \alpha + x + 3$$

$$y = (x + \beta) + \alpha + (14 + y)$$

2.57 Αν $x = 6 \cdot 7 - 3 \cdot [5 \cdot 4 - (4 \cdot 7 - 14)]$ και:

$y = 4 + 2012 \cdot [8 \cdot (11 - 2) - (102 - 5 \cdot 6)]$
 να βρείτε την τιμή της παράστασης:
 $A = 19 + 17 \cdot (x - y) - 2 \cdot (x \cdot y - 18) + x \cdot (2 \cdot y - 3)$

- 2.58** Δίνεται ότι $\alpha + \beta = 12$, $\beta + \gamma = 23$ και $\gamma + \alpha = 17$. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:
 α) $\alpha + \beta + 34 + \gamma + 17 + \alpha + 21 + \beta + \gamma$
 β) $4 + \alpha + (7 + \beta) + (5 + \alpha) + (\gamma + 4)$

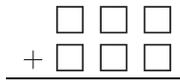
- 2.59** Αν ισχύει ότι $\alpha \cdot \beta = 48$ και $\gamma \cdot \delta = 135$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:
 $A = \alpha \cdot (\beta + \gamma) + \gamma \cdot (\delta - \alpha)$

- 2.60** Αν ισχύει ότι $\alpha + \beta = 8$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:
 $A = 3 \cdot [12 \cdot 2 - 4 \cdot (5 - 3)] + 4 \cdot \alpha + 4 \cdot (5 + \beta)$

Για δυνατούς λύτες

2.61 Αν από τον μεγαλύτερο τετραψήφιο αριθμό, με όλα τα ψηφία του διαφορετικά, αφαιρέσουμε τον μικρότερο τετραψήφιο αριθμό, με όλα τα ψηφία του διαφορετικά, τότε ποια διαφορά θα βρούμε;

2.62 Σε καθένα από τα τετράγωνα του διπλανού σχήματος τοποθετούμε ένα από τα ψηφία 1, 2, 3, 4, 5, 6. Ποιο είναι το μικρότερο άθροισμα των δύο τριψηφίων αριθμών που μπορεί να προκύψει;



2.63 Η διπλανή πρόσθεση είναι χωρίς κρατούμενα. Να βρεθούν τα ψηφία που αντιπροσωπεύονται από τα γράμματα Α, Β, Γ και Δ, τα οποία είναι διαφορετικά από τα ψηφία 7, 9, 6 που εμφανίζονται στο άθροισμα.

$$\begin{array}{r} \text{ΑΒΓ} \\ \times \text{ΔΔΓ} \\ \hline \text{Δ796} \end{array}$$

2.64 Στον διπλανό πολλαπλασιασμό ο αριθμός ΑΒΓΔ είναι τετραψήφιος και τα γράμματα Α, Β, Γ, Δ παριστάνουν τα ψηφία του (διαφορετικά γράμματα παριστάνουν διαφορετικά ψηφία). Να βρείτε τον αριθμό ΑΒΓΔ.

$$\begin{array}{r} \text{ΑΒΓΔ} \\ \times \quad 9 \\ \hline \text{ΔΓΒΑ} \end{array}$$

- 2.65** Για τους αριθμούς α, β, γ ισχύουν τα εξής:
- $\alpha + \beta = 5 \cdot 4.999 - 5 \cdot 4.997$
 - $\beta - \gamma = 7 \cdot [6 \cdot 9 - 2 \cdot (3 \cdot 8 - 1)] - 13 \cdot (2 \cdot 7 \cdot 8 - 3 \cdot 4 \cdot 9)$

Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

- $\text{Α} = 3 \cdot \alpha + 7 \cdot \beta - 4 \cdot \gamma$
- $\text{Β} = 7 \cdot (\alpha + \beta) + 2 \cdot (\alpha + 9) + 2 \cdot (\beta - 4)$

2.66 Αν $\alpha \cdot \beta = 288$, να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = (\alpha + 6) \cdot (\beta + 2) - 2 \cdot \alpha - 6 \cdot \beta$.

Ερωτήσεις τύπου Σωστό - Λάθος

2.67 Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:

- α) Στον πολλαπλασιασμό ισχύει η προσεταιριστική ιδιότητα.
 β) Στην αφαίρεση ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα.
 γ) Ισχύει ότι $8 + 2 \cdot 5 = 10 \cdot 5 = 50$.
 δ) Η διαφορά δύο ίσων αριθμών ισούται με 0.
 ε) Το άθροισμα δύο άρτιων αριθμών είναι άρτιος αριθμός.
 στ) Η διαφορά δύο περιττών αριθμών είναι περιττός αριθμός.

| | |
|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> Σ | <input type="checkbox"/> Λ |
| <input type="checkbox"/> Σ | <input type="checkbox"/> Λ |
| <input type="checkbox"/> Σ | <input type="checkbox"/> Λ |
| <input type="checkbox"/> Σ | <input type="checkbox"/> Λ |
| <input type="checkbox"/> Σ | <input type="checkbox"/> Λ |
| <input type="checkbox"/> Σ | <input type="checkbox"/> Λ |

Ερωτήσεις τύπου πολλαπλής επιλογής

2.68 Σε καθεμία από τις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

- α) Αν $8 + a = 8$, τότε ο φυσικός αριθμός a είναι ίσος με:
A: 8 B: 1 Γ: 0 Δ: 16
- β) Αν $20 - a = 0$, τότε ο φυσικός αριθμός a είναι ίσος με:
A: 20 B: 10 Γ: 1 Δ: 0
- γ) Αν $5 \cdot a = 0$, τότε ο φυσικός αριθμός a είναι ίσος με:
A: 1 B: 5 Γ: 0 Δ: 2
- δ) Αν $8 \cdot a = 8$, τότε ο φυσικός αριθμός a είναι ίσος με:
A: 1 B: 8 Γ: 0 Δ: 16
- ε) Το άθροισμα δύο αριθμών είναι 30. Αν τριπλασιάσουμε τους δύο αριθμούς, τότε το άθροισμα των δύο νέων αριθμών είναι:
A: 10 B: 33 Γ: 90 Δ: 60
- στ) Η διαφορά δύο αριθμών είναι 20. Αν αυξήσουμε κατά 5 τους δύο αριθμούς, τότε η διαφορά των δύο νέων αριθμών είναι:
A: 20 B: 25 Γ: 15 Δ: 100

Ελέγχω τις γνώσεις μου στη θεωρία

- 2.69** α) Με τι ισούται το άθροισμα ενός φυσικού αριθμού a με το μηδέν;
β) Να γράψετε τις ιδιότητες που εκφράζουν την αντιμεταθετική και την προσεταιριστική ιδιότητα της πρόσθεσης.
γ) Ποια πράξη είναι η αφαίρεση;
δ) Με τι ισούται το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού a με τη μονάδα;
ε) Με τι ισούται το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού a με το μηδέν;
στ) Να γράψετε τις ιδιότητες που εκφράζουν την αντιμεταθετική και την προσεταιριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού.
ζ) Να γράψετε τις ιδιότητες που εκφράζουν την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και ως προς την αφαίρεση.

3

Δυνάμεις φυσικών αριθμών

Βασική θεωρία και εφαρμογές

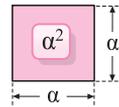
3.1 Δυνάμεις φυσικών αριθμών

Το γινόμενο $a \cdot a \cdot \dots \cdot a$, που έχει n παράγοντες ίσους με a , λέγεται **δύναμη του a στη n** ή **νιοστή δύναμη του a** και συμβολίζεται με a^n . Δηλαδή:

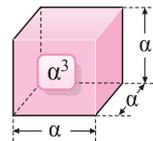
$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ παράγοντες}}$$

Ο αριθμός a λέγεται **βάση** της δύναμης και ο n λέγεται **εκθέτης**.

- Η δύναμη ενός αριθμού a στη **δευτέρα**, δηλαδή το a^2 , λέγεται και **τετράγωνο του a** .



- Η δύναμη ενός αριθμού a στην **τρίτη**, δηλαδή το a^3 , λέγεται και **κύβος του a** .



- Η **πρώτη δύναμη** ενός αριθμού a , είναι ο ίδιος αριθμός a . Δηλαδή ισχύει ότι:

$$a^1 = a$$

- Όλες οι δυνάμεις του 1, είναι ίσες με 1. Δηλαδή ισχύει ότι:

$$1^n = 1$$

Εφαρμογή

Να υπολογίσετε τις παρακάτω δυνάμεις:

α) 2^5 και 3^4

β) 6^2 και 4^3

γ) 37^1 και 1^{23}

Λύση

α) Η δύναμη 2^5 διαβάζεται ως εξής:

«πέμπτη δύναμη του δύο» ή «δύναμη του δύο στην πέμπτη» ή
πιο απλά «δύο στην πέμπτη»

Στη δύναμη 2^5 , ο αριθμός 2 είναι η **βάση** και ο αριθμός 5 είναι ο **εκθέτης**.
Τέλος, η δύναμη 2^5 είναι ίση με:

$$2^5 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{5 \text{ παράγοντες}} = 32$$

Ομοίως έχουμε:

$$3^4 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4 \text{ παράγοντες}} = 81$$

β) Η δύναμη 6^2 διαβάζεται ως εξής:

«έξι στη δευτέρα» ή «τετράγωνο του έξι» ή «έξι στο τετράγωνο»

Η δύναμη 6^2 είναι ίση με:

$$6^2 = 6 \cdot 6 = 36$$

Η δύναμη 4^3 διαβάζεται ως εξής:

«τέσσερα στην τρίτη» ή «κύβος του τέσσερα» ή «τέσσερα στον κύβο»

Η δύναμη του 4^3 είναι ίση με:

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

γ) Ισχύει ότι:

• $37^1 = 37$

• $1^{23} = 1$

3.2 Προτεραιότητα των πράξεων

Αριθμητική παράσταση ονομάζεται κάθε σειρά αριθμών που συνδέονται μεταξύ τους με τα σύμβολα των πράξεων. Η **προτεραιότητα των πράξεων**, δηλαδή η σειρά με την οποία πρέπει να γίνουν οι πράξεις σε μια αριθμητική παράσταση, είναι η εξής:

1. Υπολογίζουμε τις **δυνάμεις**.
2. Εκτελούμε τους **πολλαπλασιασμούς** και τις **διαιρέσεις**.
3. Εκτελούμε τις **προσθέσεις** και τις **αφαιρέσεις**.

Σε αριθμητικές παραστάσεις που έχουν **παρενθέσεις**, εκτελούμε πρώτα τις πράξεις μέσα στις παρενθέσεις, με τη σειρά που αναφέραμε παραπάνω.

Εφαρμογή

Να βρείτε την τιμή της παρακάτω αριθμητικής παράστασης:

$$A = 4 + 2 \cdot 5 - 3^2 + 2 \cdot (15 - 3 \cdot 4)^3$$

Λύση

Έχουμε:

$$\begin{aligned} A &= 4 + 2 \cdot 5 - 3^2 + 2 \cdot (15 - 3 \cdot 4)^3 = \leftarrow \text{πράξεις στις παρενθέσεις} \\ &= 4 + 2 \cdot 5 - 3^2 + 2 \cdot (15 - 12)^3 = 4 + 2 \cdot 5 - 3^2 + 2 \cdot 3^3 = \leftarrow \text{δυνάμεις} \\ &= 4 + 2 \cdot 5 - 9 + 2 \cdot 27 = \leftarrow \text{πολλαπλασιασμοί} \\ &= 4 + 10 - 9 + 54 = \leftarrow \text{προσθέσεις και αφαιρέσεις} \\ &= 14 - 9 + 54 = 5 + 54 = 59 \end{aligned}$$

3.3 Δυνάμεις του 10 - Δεκαδικό ανάπτυγμα φυσικού αριθμού με χρήση δυνάμεων του 10

- Μια δύναμη του 10, δηλαδή το 10^n , υπολογίζεται ως εξής. Γράφουμε το 1 και στη συνέχεια συμπληρώνουμε n μηδενικά. Δηλαδή:

$$10^n = \underbrace{100 \dots 0}_{n \text{ μηδενικά}}$$

- Δεκαδικό ανάπτυγμα ενός αριθμού ή πιο απλά αναπτυγμένη μορφή του αριθμού με βάση το 10 λέγεται η αναλυτική παράστασή του με χρήση δυνάμεων του 10.

Εφαρμογή

- α) Να υπολογίσετε τις δυνάμεις 10^1 , 10^3 και 10^8 .
- β) Να γράψετε ως δυνάμεις του 10 τους αριθμούς 10.000 και 1.000.000.000.
- γ) Να γράψετε το δεκαδικό ανάπτυγμα του αριθμού 32.049 με χρήση δυνάμεων του 10.

Λύση

α) Έχουμε:

$$\begin{aligned} 10^1 &= 10 \\ 10^3 &= 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1.000 \\ 10^8 &= 10 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 10 = \underbrace{100.000.000}_{8 \text{ μηδενικά}} \end{aligned}$$

β) Έχουμε:

$$\underbrace{10.000}_{4 \text{ μηδενικά}} = 10^4$$

$$\underbrace{1.000.000.000}_{9 \text{ μηδενικά}} = 10^9$$

γ) Έχουμε:

$$\begin{aligned} 32.049 &= 3 \text{ δεκάδες χιλιάδες} + 2 \text{ χιλιάδες} + 0 \text{ εκατοντάδες} + 4 \text{ δεκάδες} + 9 \text{ μονάδες} = \\ &= 3 \cdot 10.000 + 2 \cdot 1.000 + 0 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 9 \cdot 1 = \\ &= 3 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 9 \end{aligned}$$

Η παράσταση $3 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 9$ είναι το **δεκαδικό ανάπτυγμα** του αριθμού 32.049 με χρήση δυνάμεων του 10 ή πιο απλά η **αναπτυγμένη μορφή** του αριθμού 32.049 **με βάση το 10**.

Θέματα προς απάντηση

Δυνάμεις

3.4 Να υπολογίσετε τα τετράγωνα και τους κύβους των αριθμών 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

3.5 Να υπολογίσετε τα τετράγωνα των αριθμών 11 έως 20 και να τα μάθετε απ' έξω.

3.6 Να συμπληρώσετε τα κενά:

α) $20^2 = \dots\dots\dots$ β) $20^3 = \dots\dots\dots$

γ) $30^2 = \dots\dots\dots$ δ) $30^3 = \dots\dots\dots$

ε) $30^4 = \dots\dots\dots$ στ) $40^3 = \dots\dots\dots$

3.7 Να γράψετε με μορφή δυνάμεων τα γινόμενα:

α) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ β) $\lambda \cdot \lambda \cdot \lambda \cdot \lambda \cdot \lambda \cdot \lambda$

γ) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

δ) $\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \beta \cdot \beta \cdot \beta$

ε) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

στ) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot 11 \cdot 11 \cdot \omega \cdot \omega \cdot \omega$

ζ) $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot 8 \cdot \alpha \cdot 8$

η) $x \cdot x \cdot \omega \cdot \omega \cdot \omega \cdot \omega \cdot x \cdot \omega \cdot \omega$

3.8 Να γράψετε με τη μορφή μίας δύναμης με βάση το x τις παρακάτω παραστάσεις:

α) $x^3 \cdot x^4$ β) $(x^2)^3$

3.9 Να βρείτε ποια δύναμη του 10 είναι οι αριθμοί:

α) 1.000 β) 1.000.000

γ) 100.000.000 δ) 10.000.000.000

3.10 α) Αν $v = 2^4 - 3^2$, να βρείτε το 10^v .

β) Αν $v = 6^2 - 2^5$, να βρείτε το 10^v .

3.11 α) Αν $v = 3^3 - 5^2$, να βρείτε το 10.000^v και να το γράψετε ως δύναμη του 10.

β) Αν $v = 3^4 - 8^2 - 2 \cdot 7$, να βρείτε το 100^v και να το γράψετε ως δύναμη του 10.

3.12 Να γράψετε σε αναπτυγμένη μορφή, με χρήση των δυνάμεων του 10, τους αριθμούς που ακολουθούν.

α) 2.425
 γ) 150.407

β) 32.076
 δ) 4.780.009

δ) $9 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^2 + 3$

3.13 Να βρείτε τους επόμενους αριθμούς:

α) $5 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 4$
 β) $3 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 7$
 γ) $8 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1$

3.14 Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά με το κατάλληλο σύμβολο (<, >, =).

α) $2^5 \dots 6^2$ β) $3^3 \dots 9$ γ) $4^2 \dots 2^4$
 δ) $3^2 \dots 2^3$ ε) $3^4 \dots 9^2$ στ) $10^3 \dots 2^{10}$

Παραστάσεις με αριθμούς

3.15 Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

α) $5 + 4^2 - 2 \cdot 6$ β) $2 \cdot 3^3 - 2^2 \cdot 6$
 γ) $4 \cdot 2^3 - 2 \cdot 3^2$ δ) $4^3 - 5 \cdot 2^3 + 3^2 \cdot 2^3$

3.16 Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

α) $2^3 \cdot (2^5 - 7 \cdot 4)$
 β) $(5^2 - 4^2) \cdot (3^3 - 2 \cdot 3^2)$
 γ) $6 \cdot (3 \cdot 2^2 - 3^2) - (2^3 \cdot 3 - 3^2 \cdot 2)$
 δ) $3^4 - (3 \cdot 2^5 - 5 \cdot 2^3 - 2 \cdot 3^3)^6$

3.17 Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

α) $3 \cdot (2^2 + 2^3) - (3 \cdot 2^4 - 2 \cdot 3^2)$
 β) $2 \cdot (3^2 + 2^3) - 3 \cdot (1^7 + 2^2) - (3 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2^2)$
 γ) $(5^2 + 2^4) \cdot 2 - 6 \cdot (11 - 2^3)$
 δ) $3^4 - 2^4 - (3^2 - 2^2) \cdot (3^2 + 2^2)$

3.18 Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

α) $(12 - 2^3) \cdot (12 \cdot 3^2 - 2^3 \cdot 11 - 2 \cdot 7)$
 β) $(3 \cdot 6 - 2^4) \cdot (3 \cdot 2^4 + 3^3 - 2 \cdot 5^2)$
 γ) $10^2 - [2^4 \cdot 3^2 - 5 \cdot 13 - 3 \cdot (3^2 - 2 \cdot 3)]$
 δ) $3^4 - 5 \cdot [6^2 - 4 \cdot (3^2 - 1^5)]^2$

3.19 Να βρείτε τις τιμές των παρακάτω αριθμητικών παραστάσεων:

α) $2^3 \cdot (3^2 - 3^1) - 4 \cdot [(2^3 + 3^2) \cdot 2 - 3^3]$
 β) $987 \cdot [(5^2 + 2^5 - 2^3 \cdot 7)^{40} - (3^2 - 2^3)^{60}]$
 γ) $8^2 - [4 \cdot (3^2 + 5) + 6 \cdot 5 - 2^3 \cdot 3^2]$
 δ) $10^3 - 10 \cdot [2 \cdot (7^2 - 1^8) - 3 \cdot 2^4 + 2^5]$

3.20 Να βρείτε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

α) $2^3 \cdot [2^2 \cdot (2^3 + 3^2) - 3 \cdot (2^3 \cdot 3 - 2 \cdot 3^2)]$
 β) $3 \cdot (2^4 - 3^2) - [13 \cdot (3^3 - 5^2) - 5^2] \cdot (6^2 - 5 \cdot 7)$
 γ) $[2^2 + 3 \cdot (6^2 - 2 \cdot 17)] \cdot [5^2 - (6^2 - 4^2)]$
 δ) $2^3 \cdot [(2^5 - 2^2 \cdot 3) \cdot 2 - (10^2 - 8^2 - 6^2) - 3^3]$

3.21 Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

α) $[3^3 - 3 \cdot 9 + 5^2 - (4^2 + 1)]^2$
 β) $2^3 \cdot [6 \cdot 3^2 - 7^2 \cdot (3^2 - 2^3)^{20}]^2$
 γ) $(3^2 - 1^7) \cdot [3^3 \cdot (3^2 - 2^3) - 2^3 \cdot (3 \cdot 2^2 - 3^2)]^2$
 δ) $\{2^4 - [3^4 - (5^2 + 3 \cdot 2^3) + 2 \cdot 3 - 3 \cdot 2^3]\}^5$

Παραστάσεις με γράμματα

3.22 Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = x^3 + 11x - 6x^2 - 6$$

όταν $x = 3$ και όταν $x = 10$.

3.23 Έστω ότι $A = x^3 + 10x$ και $B = 7x^2$.

α) Να αποδείξετε ότι οι τιμές των A και B είναι ίσες, όταν $x = 2$.

β) Για $x = 6$, να βρείτε ποια από τις παραστάσεις A και B είναι μεγαλύτερη και πόσο.

3.24 Δίνονται οι αριθμοί $A = (2^3 + 3^2) \cdot 2 - 3^3$ και $B = 3^3 \cdot (3^2 - 2^3) - 2^3 \cdot (2 \cdot 6 - 3^2)$. Να βρείτε τις τιμές των επόμενων παραστάσεων:

Οι απαντήσεις βρίσκονται στο τέλος του βιβλίου.

α) $(A + B)^4 - (A + B)^2$

β) $A^2 \cdot B - A \cdot B^2 - B^4$

3.25 Δίνονται οι αριθμοί:

$$\alpha = 2^3 \cdot (5 - 2)^2 + 4 \cdot 3^2 - 5^2 \cdot 3 - (2^3 - 3)^2 \quad \text{και}$$

$$\beta = 5 \cdot (3^2 - 2)^2 - 3 \cdot (5^2 - 2^4)^2$$

Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

α) $(\alpha + \beta)^2$

β) $\alpha^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \beta + \beta^2$

3.26 Δίνονται οι αριθμοί:

$$x = 3 \cdot 2^4 - [5 + 5^2 - (18 - 3^2) + 6 \cdot 2^2] \quad \text{και}$$

$$y = 5^2 - [3^2 + 5 \cdot (2^3 - 2^2) - (3 \cdot 2^2 - 6)]$$

Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

α) $(x + y)^3$

β) $x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot y + 3 \cdot x \cdot y^2 + y^3$

Για δυνατούς λύτες

3.27 Να τοποθετήσετε στα κενά τα σύμβολα των πράξεων +, -, ·, ώστε να ισχύουν οι ισότητες:

α) $3^2 \dots 2^3 \dots 7^2 = 50$

β) $5^2 \dots 2^2 \dots 3^4 = 19$

γ) $9^2 \dots 4^2 \dots 5^1 = 1$

δ) $2^4 \dots 3^1 \dots 5^1 \dots 3^2 = 3$

3.28 Να τοποθετήσετε κατάλληλα παρενθέσεις στις παρακάτω ισότητες έτσι, ώστε να ισχύουν:

α) $2 + 2 \cdot 5^2 = 100$

β) $2^3 + 6 \cdot 4^2 - 3^2 = 50$

γ) $3^2 + 11 \cdot 3^2 - 2^3 = 20$

δ) $4^2 - 3^2 \cdot 8 - 6^2 = 20$

3.29 Να αποδείξετε ότι ο αριθμός:

$$x = 231 \cdot 312 + 512 \cdot 431 + 231 \cdot 431 + 512 \cdot 312$$

είναι τετράγωνο φυσικού αριθμού.

3.30 Αν ισχύει ότι $\alpha \cdot \beta = 2$ και $\beta \cdot \gamma = 3$, να βρείτε την τιμή της παράστασης $K = \alpha^3 \cdot \beta^5 \cdot \gamma^2$.

3.31 Αν ισχύει ότι $\alpha \cdot \beta = 10$, να βρείτε την τιμή των επόμενων παραστάσεων:

α) $K = \alpha^3 \cdot \alpha^4 \cdot \beta^2 \cdot \beta^5$ β) $\Lambda = (\alpha^2)^3 \cdot (\beta^3)^2$

3.32 Αν ισχύει ότι $\alpha + \beta = 10$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$K = \alpha^2 + \beta \cdot (\alpha + 10)$$

3.33 Οι κάτοικοι ενός μακρινού πλανήτη χρησιμοποιούν κάποια παράξενα χρήματα που λέγονται «τετράγωνα». Πρόκειται για μεταλλικά κομμάτια σχήματος τετραγώνου, οι πλευρές των οποίων έχουν μήκος φυσικούς αριθμούς από το 1 μέχρι και το 22. Η αξία αυτών των χρημάτων ισούται με το εμβαδόν τους.

α) Ένας κάτοικος αυτού του πλανήτη αγόρασε ένα προϊόν αξίας 80 και πλήρωσε με ένα τετράγωνο πλευράς 8 και ένα τετράγωνο πλευράς 5. Τι πλευρά είχε το τετράγωνο που πήρε ρέστα;

β) Θα μπορούσε ο παραπάνω κάτοικος να πληρώσει ακριβώς για το προϊόν αξίας 80, χρησιμοποιώντας δύο τετράγωνα;

γ) Ένας εξωγήινος έχει στο πορτοφόλι του ένα τετράγωνο πλευράς 22. Ένας άλλος εξωγήινος έχει στο πορτοφόλι του τέσσερα τετράγωνα με πλευρές 21, 5, 4 και 1. Ποιος από τους δύο εξωγήινους έχει περισσότερα χρήματα;

Ερωτήσεις τύπου Σωστό - Λάθος

3.34 Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) καθεμία από τις επόμενες ισότητες:

α) $x \cdot x \cdot x \cdot x = x^4$

Σ Λ

γ) $1^{25} = 25$

Σ Λ

β) $y + y + y + y + y = y^5$

Σ Λ

δ) $30^2 = 900$

Σ Λ

- ε) $50^2 = 250$ Σ Λ η) $5 \cdot 2^9 = 10^9$ Σ Λ
- στ) $3^3 = 3 + 3 + 3$ Σ Λ θ) $3^4 = 4^3$ Σ Λ
- ζ) $2^2 = 2 + 2$ Σ Λ ι) $2^4 = 4^2$ Σ Λ

Ελέγχω τις γνώσεις μου στη θεωρία

- 3.35** α) Τι ονομάζουμε δύναμη του a στη n ή νιοστή δύναμη του a , όπου $n \geq 2$ φυσικός αριθμός;
 β) Στη δύναμη a^n ο αριθμός a λέγεται και ο αριθμός n λέγεται
 γ) Με τι ισούται η πρώτη δύναμη ενός αριθμού a ;
 δ) Πώς αλλιώς λέγεται η δύναμη ενός αριθμού a στη δεύτερα;
 ε) Πώς αλλιώς λέγεται η δύναμη ενός αριθμού a στην τρίτη;
 στ) Με τι ισούνται όλες οι δυνάμεις του 1;
 ζ) i) Τι ονομάζουμε αριθμητική παράσταση;
 ii) Ποια είναι η προτεραιότητα των πράξεων σε μια αριθμητική παράσταση;
 iii) Τι ονομάζουμε τιμή μιας αριθμητικής παράστασης;

Κριτήριο αξιολόγησης

Θέμα 1ο

- α) Ο αριθμός $5 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10 + 4$ είναι ο:
 Α: 5.324 Β: 5.030.204 Γ: 50.030.204 Δ: 5.030.024
- β) Η παράσταση $K = x + x + x + y \cdot y \cdot y$ ισούται με:
 Α: $x^3 + y^4$ Β: $3x + 4y$ Γ: $3x + y^4$ Δ: $x^3 + 4y$
- γ) Για να βρούμε τον κύβο του 4, πρέπει από το τετράγωνο του 10 να αφαιρέσουμε το τετράγωνο του:
 Α: 5 Β: 6 Γ: 7 Δ: 8

Θέμα 2ο

Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

- α) $5 + 4 \cdot 7 - 2^4$ β) $2 \cdot 3^3 + 5 \cdot 2^3 - (2^2 + 3^2)$

Θέμα 3ο

Χρησιμοποιώντας δυνάμεις του 10, να γράψετε το δεκαδικό ανάπτυγμα του αριθμού:

$$a = 10^2 \cdot [7^2 + 2^2 \cdot (5 \cdot 3^2 - 6^2)^2] - [(5 + 2)^2 - (3^3 - 2^4)]$$

Θέμα 4ο

Να βρείτε την τιμή του $K = [(y + 6)^2 - (x + 1)]^2 - [x - (y + 5)^2]^4$, όταν:

$$x = [2^2 + 3 \cdot (2 \cdot 19 - 6^2)] \cdot (5^2 - 3^2) - [7 + (2 \cdot 9 - 4^2)^2]^2 \quad \text{και}$$

$$y = (4^2 - 3^2)^2 + 3 \cdot [8^2 - (5 + 2) \cdot 3^2 + 1]^3 - 8 \cdot (3^3 - 5 \cdot 2^2) - 2^4$$